# CHALMERS

18-1448

2017-10-26

**MTF052** **STRÖMNINGSMEKANIK**

**Tentamen lördagen den 28 oktober 2017, kl 08:30-13:30, M-huset (OBS! 5-timmarstenta)**

Hjälpmedel: **Teoridelen:**
Inga hjälpmedel tillåtna

**OBS!** Före tentamen skall hjälpmedlen lämnas på en av vakten anvisad plats. Lösningarna på teoriuppgifterna inlämnas vid godtycklig tidpunkt, varefter hjälpmedlen får användas vid lösandet av problemen.

**Problemdelen:**
Tillåtna hjälpmedel är läroboken ("Fluid Mechanics", Frank M. White), Data och Diagram, matematiska tabeller, Chalmersgodkänd räknare, av institutionen utgivna formelsamlingar och material, föreläsningsanteckningar - dock **ej** lösta exempel.

Lösningar: Meddelas via PingPong måndag 30 oktober 2017.

Betygsgränser: Maximal poängsumma är 85 p. Betyg 3 ≥34p, 4 ≥51p, 5 ≥68p

Tentaresultat: Meddelas senast fredag 17 november 2017

Granskning: Måndag 20 november 2017, kl 11.45-12.45
Tisdag 21 november 2017, kl 11.45-12.45

Läraren besöker
tentamenssalar: ca 9:30 och 12:00

Göteborg den 20 oktober 2017
Alf-Erik Almstedt, examinator, tel 772 1407

**MEKANIK OCH MARITIMA VETENSKAPER**
Chalmers tekniska högskola
412 96 Göteborg

Besök: Hörsalsvägen 7 A
Telefon: 031-772 37 87
E-post: ullt@chalmers.se
Webb: www.chalmers.se/am

Chalmers tekniska högskola AB
Organisationsnummer 556479-5598

**Teoriuppgifter**

T1. Vad är kavitation och varför uppstår detta ibland i en strömmande vätska? (2p)

T2. Om man håller tummen för övre änden i ett sugrör fyllt med vatten så rinner inte vattnet ut. Hur hög kan en vattenpelare i ett rör bli om övre änden är tät och den undre är öppen? (2p)

T3. Härled kontinuitetsekvationen på integralform för en fix kontrollvolym genom att utgå från Reynolds transportteorem

$$\frac{d}{dt}\left(B_{syst}\right)=\frac{d}{dt}\left(\int_{cv}\beta\rho d\nu\right)+\int_{cs}\beta\rho\left(\mathbf{V}_{\mathbf{r}}\cdot\mathbf{n}\right)dA$$

Förklara även vad kontinuitetsekvationen betyder fysikaliskt. (4p)

T4. Navier-Stokes ekvation i x-riktningen ser ut som följer:

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=g_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\mu}{\rho}\left\{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right\}$$

Förklara de ingående termerna. Under vilka förutsättningar gäller Navier-Stokes ekvation? (6p)

T5. Formulera Reynolds likformighetslag. (2p)

T6. Strömningsmotståndet, $F_D$, för en omströmmad kropp kan delas upp i ett formmotstånd, $F_{Dn}$, och ett friktionsmotstånd, $F_{Dt}$. Visa utgående från Reynolds likformighetslag att formmotståndet kan skrivas som

$$F_{Dn}=C_{Dn}(\mathrm{Re})\cdot A_p\cdot\frac{\rho U^2}{2}$$

där motståndskoefficienten $C_{Dn}$ enbart är en funktion av Reynolds tal. (5p)

T7. Skissa en laminär och en turbulent hastighetsprofil vid fullt utbildad rörströmning. Vilken av profilerna ger högst väggskjuvspänning vid ett givet massflöde? Motivera. (3p)

T8. Beskriv hur det går till att mäta hastigheten med en venturimeter samt härled den ekvation du behöver använda för att bestämma hastigheten. (4p)

T9. Förklara begreppet Reynolds dekomposition samt varför man gärna vill tidsmedelvärdera ekvationerna vid turbulent strömning. Förklara också ”The closure problem” (problemet att sluta ekvationssystemet) som då uppstår. (3p)

T10. Varför är golfbollar ”dimplade” och inte släta? (2p)

T11. Skissa hur stöten ligger vid överljudsströmning mot en kil med $\theta < \theta_{max}$ respektive $\theta > \theta_{max}$. (2p)

**Problem**

P1. Ur en kran strömmar en vattenstråle med hastigheten 0,5 m/s och diametern 1 cm. Beräkna strålens hastighet och diameter 1 dm under kranen. (10p)

P2. Man har i ett vindtunnelförsök mätt upp hastighetsprofilerna uppströms och nedströms en kropp, för vilken man vill bestämma strömningsmotståndet. Resultatet visas i figuren.

Uppströms är hastigheten konstant $V_1 = 10$ m/s och nedströms ges hastigheten av

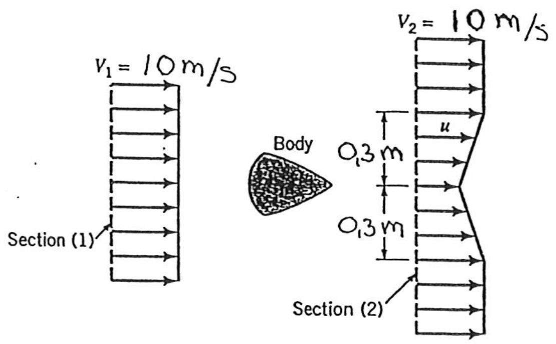
$$u = 10 - 3\left(1 - \left|\frac{y}{0{,}3}\right|\right) m/s \qquad |y| \le 0{,}3m$$

$$u = 10 \text{ m/s} \qquad |y| > 0{,}3m$$

där y är avståndet till centrumlinjen.

Antag att kroppen är 2-dimensionell, dvs att dess form inte ändras i riktningen normalt pappret.

Beräkna strömningsmotståndet på kroppen, per längdenhet in i pappret. Det statiska trycket i de båda tvärsnitten är $p_1 = p_2 = 101{,}3$ kPa och luftens densitet är 1,2 kg/m$^3$.




(10p)

P3. Luft av 25°C skall från omgivningen inblåsas i ett rum via en 20 m lång horisontell rektangulär trumma med tvärsnittet 200 mm x 300 mm. I trumman finns fyra stycken krökar vardera med K = 0,5, samt ett inblåsningsgaller med K = 2,5. Vilken effekt måste tillföras luften för att massflödet skall bli 400 kg/tim? Trumman kan betraktas som slät. (10p)

**OBS! forts nästa sida**

P4. En plan platta anströmmas tangentiellt och vinkelrätt mot framkanten av luft med temperaturen 20°C och hastigheten 10 m/s.

a) Beräkna väggskjuvspänningen 3,0 m från plattans framkant

Beräkna också hastigheten i denna position på de vinkelräta avstånden

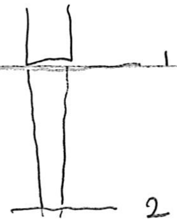
b) 10 mm ut från plattan

c) 0,1 mm ut från plattan.

Om gränsskiktet är turbulent får omslaget anses ske i plattans framkant. (10p)

P5. Från en stor behållare med trycket 3,0 MPa och temperaturen 25°C strömmar luft genom en riktigt konstruerad lavaldysa (konvergent-divergent munstycke). I utloppet mäter ett pitotrör stagnationstrycket 1,2 MPa. Vilken statisk temperatur och vilket machtal råder i mynningen, om isentropisk strömning förutsättes?

Tips: Framför pitotröret bildas en rak stöt. (10p, MTF052 Strömningsmek. 171028




Givet: $V_1 = 0{,}5$ m/s

$d_1 = 0{,}01$ m

Antag friktionen mot luften försumbar,

B:s ekv $\Rightarrow$

$$p_1 + \rho\frac{V_1^2}{2} + \rho g z_1 = p_2 + \rho\frac{V_2^2}{2} + \rho g z_2$$

$$p_1 = p_2 \quad \Rightarrow$$

$$V_2 = \sqrt{V_1^2 + 2g(z_1 - z_2)} \qquad (1)$$

KE: $V_1 A_1 = V_2 A_2$

$$\Rightarrow V_1 d_1^2 = V_2 d_2^2$$

$$\Rightarrow d_2 = \sqrt{\frac{V_1}{V_2}}\, d_1 \qquad (2)$$

(1) $\Rightarrow$

$$V_2 = \sqrt{0{,}5^2 + 2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}1} = 1{,}49 \text{ m/s}$$

(2) $\Rightarrow$

$$d_2 = \sqrt{\frac{0{,}5}{1{,}49}} \cdot 0{,}01 = 0{,}0058 \text{ m}$$

Svar: $V_2 = 1{,}5$ m/s

$d_2 = 6$ mm

impulssatsen i x-led:

$$\Sigma F = \int_{CS} V\rho(V \cdot n)\,dA =$$

(inga tryckkrafter $p_1 = p_2$)

$$-\dot{m}V_1 + \int_{CS2} \rho V^2\,dA =$$

$$-\rho V_1^2 2h\,dz + \rho\,dz\, 2\int_0^h u^2\,dy =$$

$$= -2\rho V_1^2 h\,dz + 2\rho\,dz\int_0^h (7 + 10y)^2\,dy$$

$$= -2\rho V_1^2 h\,dz +$$

$$+ 2\rho\,dz\int_0^h (49 + 100y^2 + 140y)\,dy$$

$$= -2\rho V_1^2 h\,dz +$$

$$+ 2\rho\,dz\left[49y + \frac{100y^3}{3} + \frac{140y^2}{2}\right]_0^h =$$

$$= -2\rho V_1^2 h\,dz +$$

$$2\rho\,dz\left(49h + \frac{100}{3}h^3 + 70h^2\right)$$

$$\frac{F}{dz} = -2\rho V_1^2 h +$$

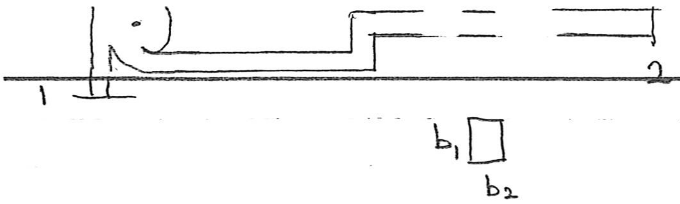
$$+ 2\rho\left(49h + \frac{100}{3}h^3 + 70h^2\right)$$

$$= -19{,}44 \text{ N/m}$$

F är kraften på kontrollvolym

Kraften på kroppen $F_D = -F$

$$F_D = 19{,}44 \text{ N/m}$$




Bs utv ekv ; (3:68b) $\Rightarrow$

$$p_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} + \rho g z_1 = p_2 + \frac{\rho V_2^2}{2} + \rho g z_2 + \Delta p_f + \rho w_s$$

$$(6.100b) \Rightarrow \Delta p_f = f \frac{L}{d} \rho \frac{V_2^2}{2} + \sum_j K_j \rho \frac{V_2^2}{2}$$

$$p_1 = p_2 \ , \quad V_1 \approx 0 \ , \quad z_1 = z_2 \ , \quad \dot{m} = \rho A V$$

Data: $L = 20\,m$, $K_1 = 0{,}5$ (rörkrök), $K_2 = 2{,}5$ (galler)

$b_1 = 0{,}3\,m$, $b_2 = 0{,}2\,m$

$\left.\begin{array}{l}\rho = 1{,}17 \ kg/m^3 \\ \nu = 15{,}6 \cdot 10^{-6} \ m^2/s\end{array}\right\}$ luft 25°C

$\dot{m} = 1/9 \ kg/s$

$$w_s = -\frac{V^2}{2}\left[1 + f\frac{L}{d} + 4 \cdot K_1 + K_2\right]$$

$$\dot{W}_s = \dot{m}\, w_s$$

$$KE \Rightarrow V_2 = \frac{\dot{m}}{\rho A} = \frac{1}{9 \cdot 1{,}17 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}3} = 1{,}58 \ m/s$$

Icke cirkulärt rör, använd hyraulisk diameter:

$$D_h = \frac{4A}{P} = \frac{4 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}3}{0{,}4 + 0{,}6} = 0{,}24 \ m$$ (se utdelad stencil)

$$Re_{D_h} = \frac{V_2 D_h}{\nu} = 24350 \ , \quad \therefore \text{ turbulent}$$

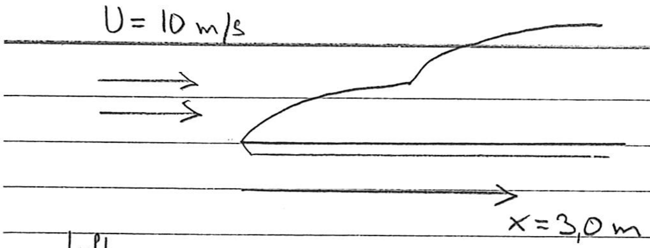
Moody-diagram, slätt rör $\Rightarrow$

$f = 0{,}0245$

$$\dot{W}_s = -\frac{1}{9} \cdot \frac{1{,}58^2}{2}\left(1 + 0{,}0245 \cdot \frac{20}{0{,}24} + 4 \cdot 0{,}5 + 2{,}5\right) =$$

$= -1{,}05$ [W] Minustecknet betyder att arbetet tillförs KV$_n$.

Svar: 1,1 W måste tillföras luften




Luft

$T = 20°C \Rightarrow \nu = 15{,}2 \cdot 10^{-6} \ m^2/s$

$\rho = 1{,}189 \ kg/m^3$

$$Re_x = \frac{Ux}{\nu} = \frac{10 \cdot 3{,}0}{15{,}2 \cdot 10^{-6}} = 1{,}974 \cdot 10^6 > Re_{kr} \approx 5 \cdot 10^5$$

$\therefore$ turbulent gs vid $x = 3{,}0$ m. Antag omslag redan i framkanten.

a)

$$(7{,}43) \Rightarrow \tau_w = 0{,}0135 \cdot \frac{\rho U^2}{\sqrt[7]{Re_x}} = \underline{\underline{0{,}202 \ Pa}}$$

$$\Rightarrow u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \sqrt{\frac{0{,}202}{1{,}189}} \doteq 0{,}4126 \ m/s$$

b) $y = 0{,}010\,m \Rightarrow \dfrac{u^* y}{\nu} = \dfrac{0{,}4126 \cdot 0{,}010}{15{,}2 \cdot 10^{-6}} = 271$

$\Rightarrow 10 < \dfrac{u^* y}{\nu} < 600 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ logaritmiska området

$$\Rightarrow \frac{\bar{u}}{u^*} = 2{,}44 \ln \frac{u^* y}{\nu} + 4{,}9 =$$

$$= 2{,}44 \ln 271 + 4{,}9 = 18{,}573$$

$$\Rightarrow \bar{u} = 18{,}573 \cdot 0{,}4126 = 7{,}66 \ m/s$$

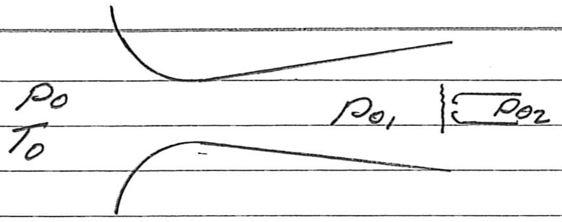
c) $y = 0{,}0001\,m \Rightarrow \dfrac{u^* y}{\nu} = \dfrac{0{,}4126 \cdot 1 \cdot 10^{-4}}{15{,}2 \cdot 10^{-6}} = 2{,}71$

$\therefore 0 < \dfrac{u^* y}{\nu} < 10 \Rightarrow$ viskösa underskiktet

$$\Rightarrow \frac{\bar{u}}{u^*} = \frac{u^* y}{\nu} = 2{,}71$$

$$\Rightarrow \bar{u} = 0{,}4126 \cdot 2{,}71 = 1{,}12 \ m/s$$

Svar
a) 0,20 Pa
b) 7,7 m/s
c) 1,1 m/s




Givet: $p_0 = 3{,}0$ MPa
$T_0 = 25°C = 298$ K
$p_{02} = 1{,}2$ MPa

Sökt: $M_1$, $T_1$

Lösning: Strömningen isentropisk $\Rightarrow p_{01} = p_0$
– " – adiabatisk $\Rightarrow T_{01} = T_{02} = T_0$

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{1{,}2}{3{,}0} = 0{,}40$$

Tabell B2 ger $M_1 = 2{,}77$
Tabell B1 ger $T_1/T_{01} = 0{,}395 \Rightarrow T_1 = 298 \cdot 0{,}395 = 118$ K

Svar: $M_1 = 2{,}77$ ; $T_1 = 118$ K