

MTF052**STRÖMNINGSMEKANIK**

**Tentamen torsdagen den 22 december 2016, kl 08:30-13:30, M-huset
(OBS! 5-timmarstenta)**

Hjälpmedel:

Teoridelen:

Inga hjälpmedel tillåtna

OBS!

Före tentamen skall hjälpmedlen lämnas på en av vakten anvisad plats. Lösningarna på teoriuppgifterna inlämnas vid godtycklig tidpunkt, varefter hjälpmedlen får användas vid lösandet av problemen.

Problemdelen:

Tillåtna hjälpmedel är läroboken ("Fluid Mechanics", Frank M. White), Data och Diagram, matematiska tabeller, Chalmersgodkänd räknare, av institutionen utgivna formelsamlingar och material, föreläsningsanteckningar - dock ej lösta exemplen.

Lösningar:

Anslås på institutionens anslagstavla fredag 23 december 2016.

Betygsgränser:

Maximal poängsumma är 85 p. Betyg 3 ≥34p, 4 ≥51p, 5 ≥68p

Tentaresultat:

Meddelas senast måndag 16 januari 2017

Granskning:

Tisdag 17 januari 2017, kl 11.45-12.45

Onsdag 18 januari 2017, kl 11.45-12.45

Göteborg den 19 december 2016
Alf-Erik Almstedt, tel 772 1407

TILLÄMPAD MEKANIK
Chalmers tekniska högskola
412 96 Göteborg

Besök: Hörsalsvägen 7 B, 4 tr

Telefon: 031-772 37 87

E-post: ullt@chalmers.se

Webb: www.chalmers.se/am

Chalmers tekniska högskola AB

Organisationsnummer 556479-5598



Teoriuppgifter

T1. Vad är kavitation och varför uppstår detta ibland i en strömmande vätska? (2p)

T2. Förenkla impulsekvationen $\sum \mathbf{F} = \frac{d}{dt} \left(\int_{cv} \mathbf{V} \rho dV \right) + \int_{cs} \mathbf{V} \rho (\mathbf{V}_r \cdot \mathbf{n}) dA$ för
 a) fix kontrollvolym,
 b) fix kontrollvolym med endimensionella in- och utlopp,
 c) fix kontrollvolym med endimensionella in- och utlopp samt stationär strömning. (3p)

T3. Härled kontinuitetekvationen på differentialform utgående från kontrollvolymsformuleringen,

$$\int_{cv} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \sum_i (\rho_i A_i V_i)_{out} - \sum_i (\rho_i A_i V_i)_{in} = 0$$

genom att låta kontrollvolymen gå mot noll. (7p)

T4. Strömningsmotståndet, F_D , för en omströmmad kropp kan delas upp i ett formmotstånd, F_{Dn} , och ett friktionsmotstånd, F_{Dt} . Visa utgående från Reynolds likformighetslag att friktionsmotståndet kan skrivas som

$$F_{Dt} = C_{Dt} (\text{Re}) \cdot A_p \cdot \frac{\rho U^2}{2}$$

där motståndskoefficienten C_{Dt} enbart är en funktion av Reynolds tal. (5p)

T5. Förklara hur man mäter hastigheten med ett Prandtlrör ("Pitot-Static Tube"). (3p)

T6. Vid Reynolds dekomposition delas hastighetskomponenterna och trycket upp i en tidsmedelvärderad och en fluktuerande del, t.ex. enl. $u = \bar{u} + u'$. Definiera tidsmedelvärdet samt visa att tidsmedelvärdet av den fluktuerande komponenten är noll. (3p)

T7. Hur anges storleken eller styrkan på en fluktuerande komponent i turbulent strömning? Definiera och förklara varför. (2p)

T8. För ett laminärt gränsskikt på en plan platta är

$$c_f = \frac{0.664}{\sqrt{\text{Re}_x}}$$

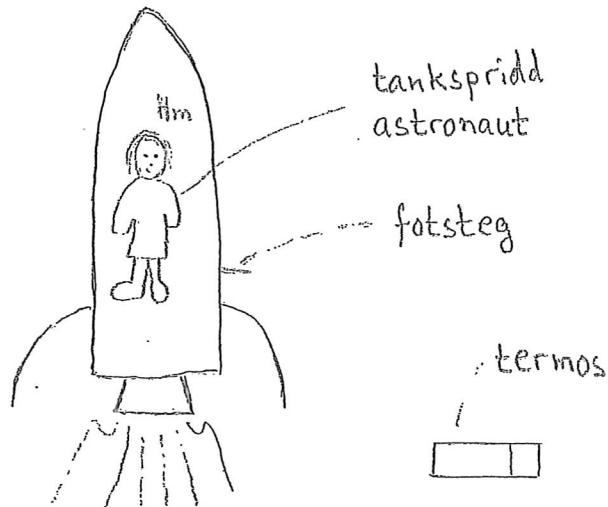
Bestäm det totala friktionsmotståndet, D , för en sida av plattan. Denna kraft uttrycks ofta m.h.a. en dimensionslös motståndskoefficient, C_D . Bestäm C_D uttryckt m.h.a. Re_L , d.v.s med hjälp av Reynoldstalet i plattans bakkant. (4p)

- T9. Härled ljudhastigheten för en godtycklig fluid. Under vilket antagande ska tryckderivatan beräknas? (6p)

Problem

- P1. En nyterrad teknolog avnjuter ett välförtjänt glas hallonsaft on the rocks (med en isbit i). Isbiten är kubisk med kanten 30 mm och flyter med en platt sida uppåt. Med den skarpa blick som infinner sig efter en tentamen ser hon att 2,7 mm av isbiten sticker upp ovanför saftytan. Hon inser att nästa tenta – strömningstentan! – närmar sig och tänker att de här måtten borde räcka för att beräkna isens densitet, men hur gör man? Hjälp henne att beräkna iskubens densitet! (10p)

- P2. En tankspridd astronaut glömmer sin kaffetermos på fotsteget till sin raket. Hon har redan druckit upp det mesta av kaffet, och termosen är av NASAs lättviktsmodell varför den endast väger 0,3 kg. Några hundra meter upp i luften ramlar termosen av och faller liggande ner mot marken, se figur. Termosen är 0,3 m lång, diametern är 0,1 m och ytan är slät. Beräkna dess slutliga fallhastighet (terminalhastighet).



(10p)

- P3. Från en stor oljetank pumpas $0,60 \text{ kg/s}$ olja genom en 230 m lång rörledning med diametern $0,030 \text{ m}$. Skrovligheten på rörets insida, ϵ , är $0,40 \text{ mm}$. Hur stor effekt måste tillföras oljan i en förlustfri pump? Röret utmynnar i omgivningen $8,8 \text{ m}$ högre än tankens yta. Oljans viskositet är $55 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ och dess densitet är 850 kg/m^3 . (10p)

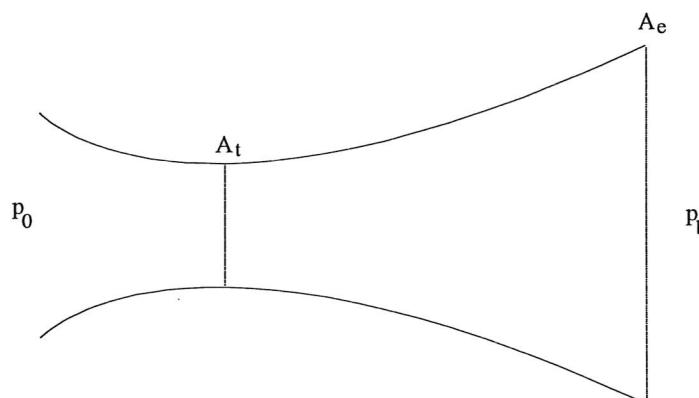
- P4. I ett turbulent gränsskikt i vatten uppmäts medelhastigheten som funktion av avståndet från väggen. Man får följande resultat:

y (mm)	\bar{u} (m/s)
3,53	0,1022
5,50	0,1130
8,58	0,1195
13,36	0,1270
20,88	0,1347
32,50	0,1414
49,58	0,1580
68,38	0,1712
88,88	0,1804
129,89	0,1873

Beräkna väggskjuvspänningen samt hastigheten i en punkt på avståndet 0,1 mm från väggen. (10p)

- P5. Vid konstruktionen av en konvergent-divergent dysa vill man undvika att en stöt uppträder i den divergerande delen av dysan.

Inom vilket eller vilka intervall kan man operera mottrycket, p_b , utan att en stöt uppträder i dysan. Här är $A_e/A^*=3$ och strömningen kommer från en stor behållare med trycket $p = 100 \text{ kPa}$.



(10p)

$$h = 2,7 \text{ mm}$$

$$\rho_H = 1000 \text{ kg/m}^3$$

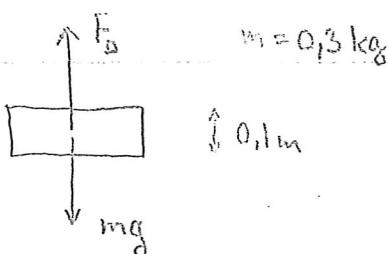
$$L = 30 \text{ mm}$$

Kraftbalans:

$$\rho_{is} L^2 g - \rho_H L^2 (L-h)g = 0$$

$$\rho_{is} L - \rho_H (L-h) = 0$$

$$\rho_{is} = \rho_H \frac{L-h}{L} = \frac{1000(0,030 - 0,0027)}{0,030} = 910 \text{ kg/m}^3$$



$$\text{Kontroll: } Re = \frac{15,1 \cdot 0,1}{15 \cdot 10^{-6}} = 1,00 \cdot 10^5$$

$$0,3 \text{ m}$$

OK, enl White s.326 ger

$$\frac{L}{d} \Rightarrow C_D = 0,72 \text{ för } 10^4 < Re < 10^5$$

$$C_D f \frac{V^2}{2} L d = mg$$

$$V = \sqrt{\frac{2mg}{\rho C_D L d}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,3 \cdot 9,81}{1,2 \cdot 0,72 \cdot 0,3 \cdot 0,1}} = \frac{12,79}{\sqrt{C_D}}$$

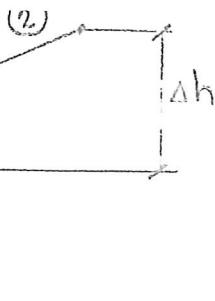
White s.503 ger motsvarande,
 $Re \geq 10^4$ och laminärt

Svar: $V = 15,1 \text{ m/s}$

Gissa $C_D = 0,72$, White s.326, $L/d = 3$

Ins ger $V = 15,1 \text{ m/s}$

Givet: $v(20^\circ\text{C}) = 1,004 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ $\rho(20^\circ\text{C}) = 998,2 \text{ kg/m}^3$



SÖKT: TILLFÖRD EFFEKT I PUMPERN.

BERNOULLIS LTV. EKVATION: GRÅ:

$$P_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} + \rho g h_1 = P_2 + \frac{\rho V_2^2}{2} + \rho g h_2 + \Delta p_f + \rho w_s$$

$$-\rho w_s = \rho \cdot g (h_2 - h_1) + \frac{\rho V_2^2}{2} + \Delta p_f$$

$$\Delta p_f = \frac{\rho V_2^2}{2} - \frac{\rho V_1^2}{2}$$

BESTÄM V OCH Δp_f

$$\text{DE} \Rightarrow m = \rho \cdot A \cdot V \Rightarrow V = 1,00 \text{ [m/s]}$$

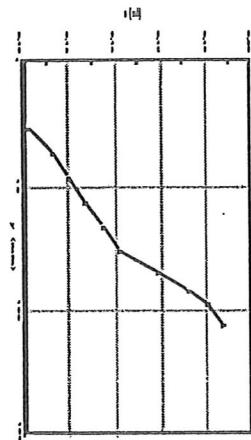
TURBULENT ELLER LAMINÄRT?

$$Re_d = \frac{V d}{\nu} = 545 \Rightarrow \text{LAMINÄRT} \Rightarrow f = \frac{64}{Re} = 0,117$$

$$w_s = g \cdot \Delta h + \left(1 + \frac{f}{4}\right) \frac{V^2}{2} = 535 \text{ [Nm/kg]}$$

$$\text{MEH EFFEKTEN} |P| = \dot{m} |w_s| = 0,60 \cdot 535 = 321 \text{ [W]}$$

SVARD: $|P| = 321 \text{ W}$



Punkterna 2-6 ligger på en rät linje, log-linjen. På denna gäller (6.21):

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = \frac{1}{k} \ln \frac{yu^*}{\nu} + B$$

med $k = 0,41$ och $B = 5,0$. Vi väljer punkten 3 och finner

$$\frac{0,1195}{u^*} = \frac{1}{0,41} \ln \frac{0,00858 u^*}{1,004 \cdot 10^{-6}} + 5$$

Passningsräkning ger: $u^* = 0,007834 \text{ m/s}$

Väggskjutspänningen fås nu som (6.18) $\tau_w = \rho u^{*2} = 61,3 \text{ mPa}$

Beräkna dimensionslöst avstånd från väggen för punkten $y = 0,1 \text{ mm} \Rightarrow$

$$y^+ = \frac{yu^*}{\nu} = \frac{0,0001 \cdot 0,007834}{1,004 \cdot 10^{-6}} = 0,780$$

Punkten ligger alltså i det viskösa underskiktet, där det gäller (6.22):

$$u = u^* y^+ = 6,11 \text{ mm/s}$$

Lösning: Ritas hastighetsprofilen som funktion av $\log(y)$ fås..

$$\frac{A_e}{A_*} = 3$$

$$P_0 = 100 \text{ kPa.}$$

Två områden där vi inte får

stöt: ↳ stöt i utloppet

↓
Totalt expanderat (supersoniskt)

↳ Ingen strömning
↓ (subsoniskt)

Chokat men subsoniskt.

$$\Rightarrow \frac{A_e}{A_*} = \frac{1}{Ma} \frac{(1 + 0,2 Ma^2)^3}{1,728} \quad \Rightarrow Ma_{e(\text{sup})} = 2,6374. \\ Ma_{e(\text{sub})} = 0,1975$$

$$\frac{P_0}{P_e} = (1 + 0,2 Ma_e^2)^{0,5} \quad \Rightarrow P_e = \dots = 4,73 \text{ kPa.}$$

Över stöten

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{k+1} [2k Ma_1^2 - (k-1)]$$

$$P_2 = 37,6 \text{ kPa.}$$

$$\Rightarrow \underline{0 < P_b = P_c < 37,6 \text{ kPa.}}$$

$$\Rightarrow Ma_e = 0,1975$$

$$\Rightarrow P_e = 97,32 \text{ kPa.}$$

$$\underline{97,3 < P_b = P_c < 100 \text{ kPa.}}$$