

MTF052 STRÖMNINGSMEKANIK

Tentamen lördagen den 29 oktober 2016, kl 08:30-13:30, M-huset
(OBS! 5-timmarstenta)

Hjälpmedel: **Teoridelen:**
Inga hjälpmedel tillåtna

OBS! Före tentamen skall hjälpmedlen lämnas på en av vakten anvisad plats. Lösningarna på teoriuppgifterna inlämnas vid godtycklig tidpunkt, varefter hjälpmedlen får användas vid lösandet av problemen.

Problemdelen:

Tillåtna hjälpmedel är läroboken ("Fluid Mechanics", Frank M. White), Data och Diagram, matematiska tabeller, Chalmersgodkänd räknare, av institutionen utgivna formelsamlingar och material, föreläsninganteckningar - dock ej lösta exempel.

Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla måndag 31 oktober 2016.

Betygsgränser: Maximal poängsumma är 85 p. Betyg 3 ≥ 34 p, 4 ≥ 51 p, 5 ≥ 68 p

Tentaresultat: Meddelas senast fredag 18 november 2016

Granskning: Måndag 21 november 2016, kl 11.45-12.45
Tisdag 22 november 2016, kl 11.45-12.45

Lärare under tentamen: Emil Ljungskog (076-8108003), besöker salen ca kl 9:30 och ca kl 12

Göteborg den 25 oktober 2016
Alf-Erik Almstedt, tel 772 1407

TILLÄMPAD MEKANIK

Chalmers tekniska högskola
412 96 Göteborg

Besök: Hörsalsvägen 7 B, 4 tr
Telefon: 031-772 37 87
E-post: ullit@chalmers.se
Webb: www.chalmers.se/am

Chalmers tekniska högskola AB
Organisationsnummer 556479-5598



Teoriuppgifter

- T1. Förklara begreppen: stationär, inkompressibel, friktionsfri, och turbulent strömning. (4p)
- T2. Om man håller tummen för övre änden i ett sugrör fyllt med vatten så rinner inte vattnet ut. Hur hög kan en vattenpelare i ett rör bli om övre änden är tät och den undre är öppen? (2p)
- T3. Rita en kontrollvolym i form av en kub och märk ut spänningarna som verkar på kubens ytor i en av riktningarna, samt teckna ett uttryck för den resulterande kraften i den riktningen. (3p)

- T4. Navier-Stokes ekvation i x-riktningen ser ut som följer:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right\}$$

- Förklara de ingående termerna. Under vilka förutsättningar gäller Navier-Stokes ekvation? (6p)

- T5. Härled likformighetslagen för inkompressibel strömning utan fri vätskeyta. Utgå från Navier-Stokes ekvationer.

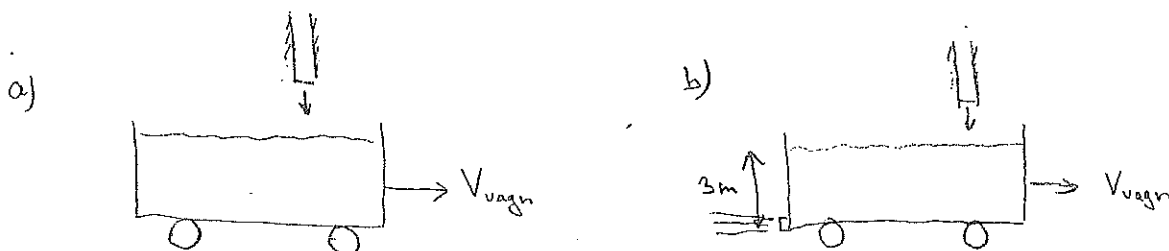
$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

- T6. Beskriv hur det går till att mäta hastigheten med en venturimeter samt härled den ekvation du behöver använda för att bestämma hastigheten. (4p)
- T7. T8. Förklara begreppet Reynolds dekomposition samt varför man gärna vill tidsmedelvärdera ekvationerna vid turbulent strömning. Förklara också "The closure problem" (problemet att sluta ekvationssystemet) som då uppstår. (3p)
- T8. Ange tre faktorer som påverkar omslagpunktens läge, samt beskriv kortfattat hur läget påverkas. (3p)
- T9. Förklara med hjälp av en figur hur trycket och hastigheten varierar för olika mottryck i ett konvergent munstycke, vid utströmning från en stor behållare med trycket p_0 . Vad gäller för massflödet vid olika mottryck? (3p)

Problem

- P1. En stor tankvagn som dras med jämn hastighet av $1,5 \text{ m/s}$ rullar i rät linje på ett plan under ett stillastående påfyllningsrör. Vagnen fylls samtidigt på med en vertikal vattenstråle med massflödet 50 kg/s .
- Vilken extra dragkraft krävs på grund av strålen för att bibehålla vagnens hastighet?
 - Vad blir motsvarande kraft på vagnen om man glömt stänga utloppsventilen baktill på vagnen (se figur)? Diametern på utloppet är 9 cm , höjden från utloppet till vattenytan är $3,0 \text{ m}$ och utströmningen får anses förlustfri. Problemet får anses stationärt.



(10p)

- P2. En marinarkeolog är nere och dyker på havsbotten för att studera ett mycket intressant båtvrak. När hon andas ut stiger luftbubblor genom det 10 -gradiga vattnet mot ytan. Beräkna den slutliga stighastigheten hos en luftbubbla med diametern $1,5 \text{ cm}$. Luftbubblan får betraktas som en stel sfär och temperaturen på luften kan antas vara konstant 30°C .
- P3. Ett rör med ett tvärsnitt utgörande en liksidig triangel med sidan 8 cm har på insidan en sådan ytbeskaffenhet att den ekvivalenta sandskrovligheten kan sättas till $0,30 \text{ mm}$. Hur stor tryckskillnad fordras för att driva $1,2 \text{ m}^3$ vatten per minut genom 50 m av ett dylikt, horisontellt rör? Vattentemperaturen är 10°C .
- P4. En stressad teknologgrupp ska göra en strömningslaboration och mäta upp hastighetsprofilen på en tangentiellt anströmmad plan platta i en vindtunnel. Lufttemperaturen är 20°C och de mäter med en tunn varmtråd 3 m från plattans framkant. Den första mätningen går bra och de får en tidsmedelvärderad hastighet av 3 m/s i en punkt 3 mm ut från plattan. Sedan råkar de tyvärr göra sönder varmtråden innan de hinner mäta någon mer punkt. Hjälpt den stackars gruppen att bestämma väggskjuvspänningen, friströmhastigheten och gränsskiktstjockleken på det aktuella avståndet från plattans framkant. Det kritiska Reynoldstalet får anses vara $5 \cdot 10^5$.

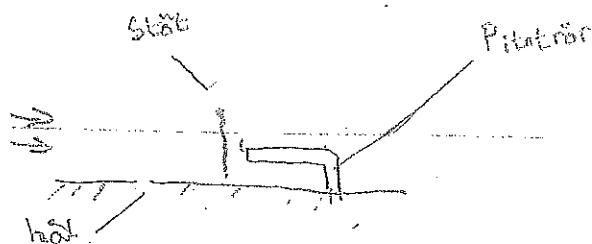
(10p)

(10p)

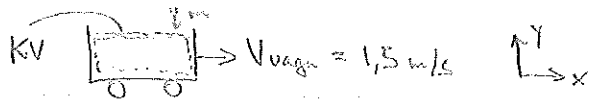
(10p)

- P5. Ett pitotrör är placerat i överljudsströmning av luft i en vindkanal, där mätsträckan har konstant tvärsnitt. Vid pitotröret uppmätes stagnationstrycket 260 kPa och stagnationstemperaturen 340 °C. Vid ett hål i tunnelns vägg, uppströms om den raka friliggande frontstöten, mäts ett tryck av 35 kPa. Vad är machtalet och strömningshastigheten före frontstöten?

Tips: Börja med att gissa ett machtal före stöten.



(10p)



MTF052 Strömningssmeknik 29/10-16

Låt KV följa med vagnen
 $\dot{m} = 50 \text{ kg/s}$

a) Kraft på vagnen:

$$P_x = -F_x = -\dot{m}(u_2 - u_1) = 50(0 - (-1,5)) = -75 \text{ N}$$

strålen bromsar med 75 N, man måste lägga på en extra kraft i positiv x-rikt på 75 N

b) $d_{ut} = 9 \text{ cm}$, $h = 3,0 \text{ m}$

Förlustfri utströmning: Bernoullis ekv gäller

$$P_1 + \rho \frac{V_1^2}{2} + \rho g z_1 = P_2 + \rho \frac{V_2^2}{2} + \rho g z_2$$

$$P_1 = P_2 \quad V_1 \ll V_2 \quad (\text{stor vagn}), \quad z_1 - z_2 = h$$

$$\Rightarrow V_2 = \sqrt{2gh} = 7,67 \text{ m/s}$$

$$\dot{m}_2 = \rho A V_2 = 1000 \cdot \frac{\pi \cdot 0,09^2}{4} \cdot 7,67 = 48,8 \text{ kg/s}$$

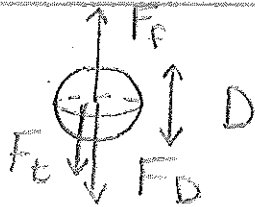
$$P_x = -\dot{F}_x =$$

$$= -[\dot{m}_2 u_2 - \dot{m}_1 u_1] =$$

$$= -[48,8(-7,67) - 50(-1,5)] =$$

$$= 299 \text{ N}$$

Här puttas vagnen på, man måste bromsa (eller minska framdrivningskraften) med 300 N.



kraftjämvikt: $F_D + F_t = F_F$

$$F_D = F_F - F_t \quad (1)$$

$$F_F - F_t = gV(\rho_{H_2O} - \rho_c) =$$

$$\frac{g\pi D^3}{6} (\rho_{H_2O} - \rho_c) \quad (2)$$

$$F_D = C_D \frac{1}{2} \rho_{H_2O} U^2 A =$$

$$= C_D \frac{1}{2} \rho_{H_2O} U^2 \frac{\pi D^2}{4} \quad (3)$$

(2) & (3) i (1) \Rightarrow

$$\frac{g\pi D^3}{6} (\rho_{H_2O} - \rho_c) = C_D \frac{1}{2} \rho_{H_2O} \frac{\pi D^2}{4} U^2$$

$$U = \sqrt{\frac{4gD(\rho_{H_2O} - \rho_c)}{3\rho_{H_2O} C_D}} \quad (4)$$

$C_D(Re)$

$$Re = \frac{\rho U D}{\mu} \quad (5)$$

gissa $C_D = 0,4$

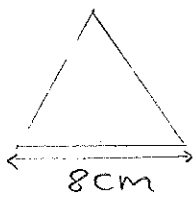
$$(4) \Rightarrow U = 0,7 \text{ m/s}$$

$$(5) \Rightarrow Re = 8 \cdot 10^3 \text{ kolla } C_D!$$

$$\text{Fig 5.3} \Rightarrow C_D = 0,4$$

OK!

Svar: $U = 0,7 \text{ m/s}$



$$\begin{aligned} \varepsilon &= 0,30 \text{ mm} \\ Q &= 0,02 \text{ m}^3/\text{s} \\ L &= 50 \text{ m} \\ t &= 10^\circ\text{C} \end{aligned}$$

3.68b)

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} = p_2 + \rho g z_2 + \frac{\rho V_2^2}{2} + \Delta p_f + p_{ws}$$

$$\begin{aligned} A_1 = A_2 &\Rightarrow V_1 = V_2 = V = \frac{Q}{A} = 7,2 \text{ m/s} \\ z_1 = z_2 \\ w_s = 0 &\text{ (inget tillfört arbete)} \end{aligned}$$

$$p_1 - p_2 = \Delta p_f$$

$$6.10b) \Delta p_f = f \frac{L}{d} \rho \frac{V^2}{2}$$

$$\text{icke cirkulärt } D_h = \frac{4A}{P} = \frac{8}{\sqrt{3}} \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$Re_{D_h} = \frac{V \cdot D_h}{\nu} = 2,6 \cdot 10^5 > Re_c \Rightarrow \text{turbulent}$$

Givet: $x = 3 \text{ m}$, $y = 0,003 \text{ m}$, $\bar{u} = 3 \text{ m/s}$

Luft, $t = 20^\circ\text{C}$, Tabell 1.4 \Rightarrow

$$\mu = 18 \cdot 10^{-6} \text{ kg/ms}, \nu = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$$

Sökt: τ_w , U och δ

Lösning: Laminärt eller turbulent?

Beräkna Re_x baserat på \bar{u}

$$Re_x = \frac{\bar{u} x}{\nu} = \frac{3 \cdot 3}{15 \cdot 10^{-6}} = 6 \cdot 10^5 > 5 \cdot 10^5$$

alltså bör Re_x baserat på U vara ändå större
 \Rightarrow Sannolikt turbulent

$$\text{log-lagen: } \frac{\bar{u}}{u^*} = 2,44 \ln\left(\frac{u^* y}{\nu}\right) + 4,9$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3}{u^*} - 4,9\right) \cdot \frac{1}{2,44} = \ln \frac{u^* \cdot 0,003}{15 \cdot 10^{-6}}$$

Iterera fram u^*

$$\text{strövtligt rör } \frac{\varepsilon}{D_h} = 6,5 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{Moody diagram } \Rightarrow f = 0,033$$

$$p_1 - p_2 = f \frac{L}{D_h} \rho \frac{V^2}{2} = \underline{\underline{930 \text{ kPa}}}$$

VL HL

Givna $u^* = 0,2 \text{ m/s}$	VL	HL
0,22	4,14	3,68
<u>0,213</u>	3,58	3,78
	3,76	3,75

$$u^* = 0,213 \text{ m/s, kolla } y^+ = \frac{u^* y}{\nu} = 42,6 \quad \therefore \text{log-lagen OK}$$

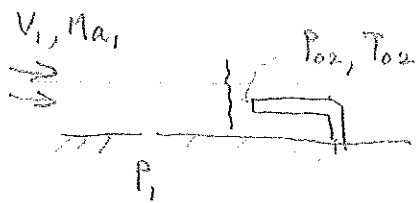
$$\underline{\underline{\tau_w = \rho u^{*2} = 0,054 \text{ Pa}}}$$

$$(7.44) \Rightarrow U = \left(\frac{\tau_w x^{1/4}}{0,0135 \mu^{1/4} \rho^{6/13}} \right)^{7/13} = \underline{\underline{4,89 \text{ m/s}}}$$

$$Re_x = \frac{4,89 \cdot 3}{15 \cdot 10^{-6}} = 9,78 \cdot 10^5$$

$$(7.1) \Rightarrow \delta = \frac{0,16 x}{Re_x^{1/4}} = \underline{\underline{0,067 \text{ m}}}$$

(giltig för $Re_x > 1 \cdot 10^6$)



Givet: $p_1 = 35 \text{ kPa}$

$T_{02} = 340^\circ\text{C} = 613 \text{ K}$

$p_{02} = 260 \text{ kPa}$

Sökt: Ma_1, V_1

Gissa $Ma_1 = 2,0$ Tabell B1 $\Rightarrow \frac{p_1}{p_{01}} = 0,1278$

$\Rightarrow p_{01} = 273865 \text{ Pa}$

$Ma_1 = 2,0$, Tabell B1 $\Rightarrow \frac{p_{02}}{p_{01}} = 0,7209 \Rightarrow p_{02} = 197430 \text{ Pa}$

För lågt.

Gissa $Ma_1 = 2,3$ B1 $\Rightarrow \frac{p_1}{p_{01}} = 0,08 \Rightarrow p_{01} = 437500$

$Ma_1 = 2,3$ B2 $\Rightarrow \frac{p_{02}}{p_{01}} = 0,5833 \Rightarrow$

$\Rightarrow p_{02} = 255193 \approx 260 \text{ kPa}$, OK
(noggrannare iterering $\Rightarrow Ma_1 = 2,29$)

$Ma_1 = 2,3$ B1 $\Rightarrow \frac{T_1}{T_{01}} = 0,4859 \Rightarrow$

$T_{01} = T_{02}$ (adiabatiskt)

$\therefore T_1 = 0,4859 \cdot 613 = 298 \text{ K}$

$V_1 = Ma_1 a_1 = 2,3 \sqrt{\gamma R T_1} =$

$= 2,3 \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 298} = 796 \text{ m/s}$

Svar: $Ma_1 = 2,3$ $V_1 = 796 \text{ m/s}$