CHALMERS

MTF052 **STRÖMNINGSMEKANIK**

Tentamen måndagen den 15 augusti 2016, kl 08:30-13:30, M-huset (OBS! 5-timmarstenta)

Hjälpmedel: **Teoridelen:**
Inga hjälpmedel tillåtna

OBS! Före tentamen skall hjälpmedlen lämnas på en av vakten anvisad plats. Lösningarna på teoriuppgifterna inlämnas vid godtycklig tidpunkt, varefter hjälpmedlen får användas vid lösandet av problemen.

Problemdelen:
Tillåtna hjälpmedel är läroboken ("Fluid Mechanics", Frank M. White), Data och Diagram, matematiska tabeller, Chalmersgodkänd räknare, av institutionen utgivna formelsamlingar och material, föreläsningsanteckningar - dock **ej** lösta exempel.

Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla tisdag 16 augusti 2016.

Betygsgränser: Maximal poängsumma är 85 p. Betyg 3 ≥34p, 4 ≥51p, 5 ≥68p

Tentaresultat: Meddelas senast måndag 5 september 2016

Granskning: Tisdag 6 september 2016, kl 11.45-12.45
Onsdag 7 september 2016, kl 11.45-12.45

Läraren besöker salen: ca kl 9:30 och ca kl 12

Göteborg den 11 augusti 2016
Alf-Erik Almstedt, tel 772 1407

TILLÄMPAD MEKANIK
Chalmers tekniska högskola
412 96 Göteborg

Besök: Hörsalsvägen 7 B, 4 tr
Telefon: 031-772 37 87
E-post: ullt@chalmers.se
Webb: www.chalmers.se/am

Chalmers tekniska högskola AB
Organisationsnummer 556479-5598

Teoriuppgifter

T1. Hur kan flytkraften på en kropp i en fluid tecknas? Visa detta. (3p)

T2. Skriv om kontrollvolymsformuleringen av kontinuitetsekvationen

$$\int_{CV} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\mathcal{V} + \int_{CS} \rho(V \cdot n) dA = 0$$

för
a) endimensionella in- och utlopp
b) stationära förhållanden
c) inkompressibel strömning och instationära förhållanden (3p)

T3. Härled kontinuitetsekvationen på differentialform utgående från kontrollvolyms-formuleringen,

$$\int_{CV} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\mathcal{V} + \sum_i (\rho_i A_i V_i)_{out} - \sum_i (\rho_i A_i V_i)_{in} = 0$$

genom att låta kontrollvolymen gå mot noll. (7p)

T4. Varför vill man uttrycka fysikaliska ekvationer på dimensionslös form? (2p)

T5. Förklara principen med dimensionsmässig homogenitet. (1p)

T6. Beskriv vad som händer med hastighetsfältet i inloppssträckan vid rörströmning. (3p)

T7. Skissa en laminär och en turbulent hastighetsprofil vid fullt utbildad rörströmning. Vilken av profilerna ger högst väggskjuvspänning vid ett givet massflöde? Motivera. (3p)

T8. Hur förhåller sig den turbulenta viskositeten ε_m storleksmässigt till den kinematiska viskositeten ν i det viskösa underskiktet respektive i det fullt turbulenta området? Hur varierar totala skjuvspänningen τ med y-koordinaten i dessa områden? Vilken matematisk form har hastighetsprofilen i de bägge områdena? (4p)

T9. Skissa hastigheten u^+ som funktion av y^+ för ett turbulent gränsskikt. Vad kallas de olika delområdena? (2p)

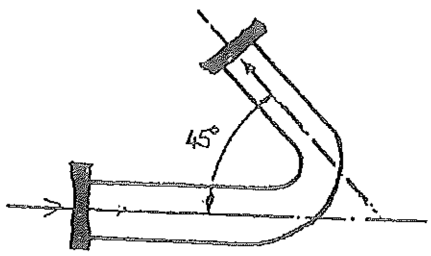
T10. Förklara uppkomsten av von Kármáns virvelgata. (3p)

T11. Skissa hur stöten ligger vid överljudsströmning mot en kil med $\theta < \theta_{max}$ respektive $\theta > \theta_{max}$. (2p)

T12. Vad menas med Prandtl-Meyer-expansion? Illustrera med figur. (2p)

Problem

P1. I en rörböj enligt figur sker en diameterminskning från 75 mm till 50 mm. Trycket i det grövre röret är 180 kPa och vattenflödet är 3,0 kg/s. Bestäm den totala kraft i anströmningsriktningen som flänsarna måste ta upp. Från tyngdkraften och friktionen kan man bortse.



Omgivningens tryck är 100 kPa. (10p)

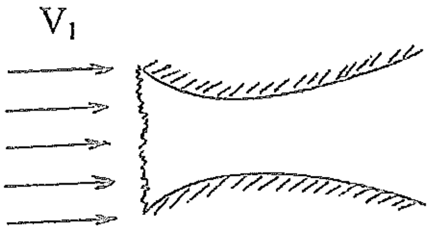
P2. För att undersöka luftmotståndet på en bil som kör i 100 km/h görs ett modellförsök med 1/5 skalmodell i en vattentunnel. Försöket visar ett strömningsmotstånd på 4,5 kN. Vad kommer luftmotståndet på bilen att bli? Temperaturen är 20°C. (10p)

P3. En fumlig kemist tappar en behållare med giftig vätska i en stor öppen tank med ofarlig vätska. I behållaren finns en omrörare, så vätskorna blandas omedelbart. Från botten på den stora tanken strömmar vätskan ut genom ett 15 m långt rör som mynnar ut i omgivningen. En meter före utloppet på röret sitter en elektriskt styrd, flänsad sätesventil ("globe valve"). Kemisten är snabb och trycker på reglerknappen till ventilen, som stängs 4 sekunder efter olyckan. Beräkna om något av den giftiga vätskeblandningen har hunnit passera ventilen innan den stängs.

Vätskeytan i tanken är 4,0 m ovanför rörets utlopp. Röret är av galvaniserat järn och har en innerdiameter av 8 cm. Vätskans kinematiska viskositet är $0{,}5 \cdot 10^{-6} m^2/s$. (10p)

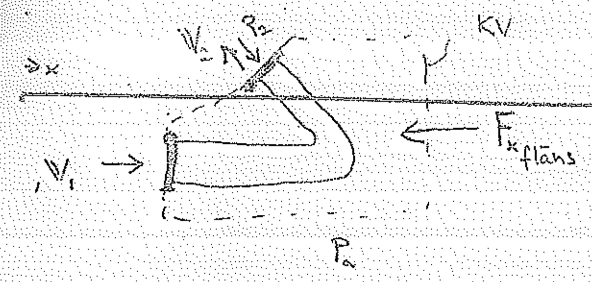
P4. En tunn frigolitskiva som är 2 m lång och 1 m bred har hamnat i blåsväder och landat i en liten sjö. Vindhastigheten är 20 m/s och skivan flyter platt på vattenytan. Beräkna vilken hastighet skivan driver iväg med om långsidan är parallell med vindriktningen. Försumma eventuella vågor på sjön och undervattensströmmar. Skivan är skrovlig med ytråheten $\varepsilon = 2$ mm och såväl vatten- som lufttemperatur är 20°C. (10p)

P5. Då luft inströmmar i en dysa enligt figur bildas en rak stöt i inloppet. I utloppssektionen uppmätes hastigheten 550 m/s, statiska trycket 80 kPa och totaltemperaturen 450 K. Areorna vid in- och utlopp är lika stora. Bestäm anströmningshastigheten V_1.



(10p)

MTF052 Strömningsmekanik 160815



Trycket p_2 fås ur B:s utvidgade ekv, tex (3.68b). Försumbar friktion och tyngdkraft, samt inget tekniskt arbete ger

$$p_2 = p_1 + \frac{\rho}{2}\left(V_1^2 - V_2^2\right) = 180\cdot 10^3 + \frac{1000}{2}\left(0{,}679^2 - 1{,}528^2\right) = 179{,}1\cdot 10^3 \text{ Pa}$$

Sökt: $F_{x\,fläns}$ = kraft i avströmn-riktn som flänsarna måste ta upp, dvs i x-led.

Impulssatsen (3.40), stationärt, ett in- och utlopp

$\Rightarrow \sum F = \dot m_2 V_2 - \dot m_1 V_1$

x-led:

$\sum F_x = -F_{x\,fläns} + (p_1 - p_a)A_1 + (p_2 - p_a)A_2 \cos 45^\circ =$

$= \dot m (u_2 - u_1)$ (1), ty $\dot m_1 = \dot m_2 = \dot m$

ur (3.24), $\rho_{H_2O} = 10^3$ kg/m³ ger medelhast:

$$V_1 = \frac{\dot m}{\rho A_1} = \frac{\dot m \cdot 4}{\rho \pi d_1^2} = \frac{3\cdot 4}{10^3 \pi \cdot 75^2 \cdot 10^{-6}} = 0{,}679 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{V_1 A_1}{A_2} = V_1\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 0{,}679\left(\frac{75}{50}\right)^2 = 1{,}528 \text{ m/s}$$

$$(1) \Rightarrow F_{x\,fläns} = (p_1 - p_a)A_1 + (p_2 - p_a)A_2 \cdot \frac{1}{\sqrt 2} + \dot m (u_1 - u_2)$$

där $u_1 = V_1$ och $u_2 = -V_2 \cos 45^\circ$

$$\therefore F_{x\,fläns} = \frac{(180-100)\cdot 10^3 \cdot \pi \cdot 0{,}075^2}{4} + \frac{(179{,}1-100)\cdot 10^3 \cdot \pi \cdot 0{,}050^2}{4\cdot\sqrt 2} + 3\left(0{,}679 + \frac{1{,}528}{\sqrt 2}\right) =$$

$$= 353{,}4 + 109{,}8 + 5{,}3 = 468{,}5 \text{ N}$$

(Plustecknet betyder att flänskraften verkar som den är ritad i figuren, dvs i neg x-riktn)

Svar: 469 N

$\nu_v = 10^{-6}$, $\nu_L = 15\cdot 10^{-6}$

Dynamisk likformighet

$Re_b = Re_m \Rightarrow C_{Db} = C_{Dm}$

$$\frac{U_b D_b}{\nu_L} = \frac{U_m D_m}{\nu_v}$$

$$U_m = U_b \frac{D_b}{D_m}\frac{\nu_v}{\nu_L} = 9{,}3 \text{ m/s}$$

$$F_b = \frac{1}{2}\rho_L A_b C_D U_b^2 \quad (1)$$

$$F_m = \frac{1}{2}\rho_v A_m C_D U_m^2 \quad (2)$$

$$C_D = \frac{F_m \cdot 2}{\rho_v A_m U_m^2} \quad (3)$$

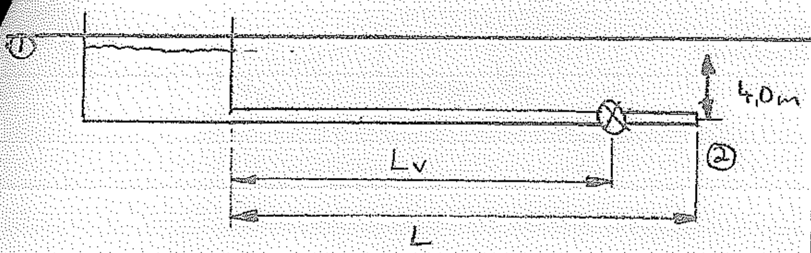
sätt in (3) i (1)

$$F_b = \frac{1}{2}\rho_L A_b U_b^2 \frac{F_m \cdot 2}{\rho_v A_m U_m^2} =$$

$$= \frac{\rho_L}{\rho_v}\frac{A_b}{A_m}\frac{U_b^2}{U_m^2} F_m$$

$$= \frac{\rho_L}{\rho_v}\left(\frac{D_b}{D_m}\right)^2\left(\frac{U_b}{U_m}\right)^2 F_m = \underline{1{,}2 \text{ kN}}$$

Svar: 1,2 kN



Givet: $L_{rör} = 15\,m$, $L_v = 14\,m$, $P_1 = P_2 = P_{atm}$
$\nu = 0{,}5 \cdot 10^{-6}\,m^2/s$, $d = 0{,}08\,m$

Galvaniserat järn, Tabell 6.1 s.365 $\Rightarrow \varepsilon = 0{,}15\,mm$

$\frac{\varepsilon}{d} = \frac{0{,}15}{80} = 0{,}002$. Ventilen stängd efter $t = 4\,s$.

Sökt: Är $u_{max} \cdot t$ större eller mindre än 14 m?

Lösn: Bernoullis utv. ekv. (3.68b):

$$\cancel{P_1} + \rho\frac{V_1^2}{2} + \rho g z_1 = \cancel{P_2} + \rho\frac{V_2^2}{2} + \rho g z_2 + \Delta p_f + \cancel{\rho w_s}$$

stor tank — inget tekn arb

$$\Rightarrow \Delta p_f = \rho g (z_1 - z_2) - \rho\frac{V_2^2}{2} \quad (1)$$

Friktion i röret + engångsförlust i ventil, (6.100b) $\Rightarrow$

$$\Delta p_f = \left(f\frac{L}{d} + K\right)\rho\frac{V_2^2}{2} \quad (2)$$

(1) o (2) $\Rightarrow$ $V_2 = \sqrt{\frac{2g(z_1 - z_2)}{f\frac{L}{d} + K + 1}}$ (3)

Antag ventilen helt öppen i 4 sek, därefter stängd (ger lågt K, högt flöde, värsta fallet)

Tabell 6.5 s.385 $\Rightarrow K \approx 6$.

Vi söker V_2 $\Rightarrow$ iteration. Gissa $f = 0{,}025$,

(3) med $L = L_{rör} = 15\,m \Rightarrow V_2 = 2{,}59\,m/s \Rightarrow$

$\left.\begin{array}{l} Re = \frac{Vd}{\nu} = 4{,}15 \cdot 10^5 \\ \text{Moody-diag Fig 6.13 s.364}, \frac{\varepsilon}{d} = 0{,}002 \end{array}\right\} \Rightarrow f = 0{,}024$

Ins i (3) $\Rightarrow V_2 = 2{,}61\,m/s$, $Re = 4{,}18 \cdot 10^5$

Moody $\Rightarrow f = 0{,}024$, stämmer.

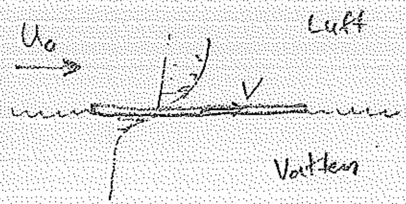
$Re > 2300 \Rightarrow$ turbulent, (6.43b) $\Rightarrow$

$u_{max} = \frac{V_2}{0{,}82} = \frac{2{,}61}{0{,}82} = 3{,}2\,m/s \Rightarrow$

$u_{max} \cdot t = 3{,}2 \cdot 4 = 12{,}8\,m < 14\,m$

Svar: Ventilen hinner stängas.

Givet: $L = 2\,m$
$b = 1\,m$
$U_0 = 20\,m/s$
$T = 20°C$
$\varepsilon = 2\,mm$



Sökt: V, hastigheten på skivan

Lösning:
$\nu_{luft} = 1{,}5 \cdot 10^{-5}\,\frac{m^2}{s}$
$\rho_{luft} = 1{,}2\,kg/m^3$
$\nu_{H_2O} = 1{,}005 \cdot 10^{-6}\,\frac{m^2}{s}$
$\rho_{H_2O} = 998\,kg/m^3$

$\frac{L}{\varepsilon} = \frac{2}{0{,}002} = 1000$

{Fig 7.6, antag "fully rough"! ($Re > 10^6$)}
$\Rightarrow C_{D,ovan} = C_{D,under}$

$F_{ovan} = F_{under}$

$$\begin{cases} F_{ovan} = C_D \cdot \frac{\rho_l (U_0 - V)^2}{2} \cdot L \cdot b \\ F_{under} = C_D \cdot \frac{\rho_{H_2O} \cdot V^2}{2} \cdot L \cdot b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cancel{C_D} \cdot \frac{\rho_l (U_0 - V)^2}{\cancel{2}} \cdot \cancel{L} \cdot \cancel{b} = \cancel{C_D} \cdot \frac{\rho_{H_2O} \cdot V^2}{\cancel{2}} \cdot \cancel{L} \cdot \cancel{b}$$

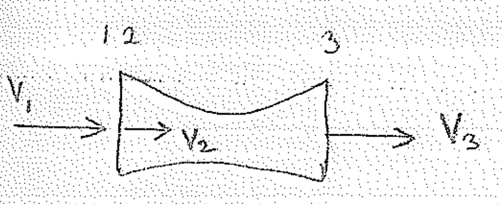
$$\Rightarrow V^2 - \frac{2U_0}{\left(1 - \frac{\rho_{H_2O}}{\rho_l}\right)} \cdot V + \frac{U_0^2}{\left(1 - \frac{\rho_{H_2O}}{\rho_l}\right)} = 0$$

$$\Rightarrow V^2 + 0{,}048154 \cdot V - 0{,}48154 = 0$$

$\Rightarrow \begin{cases} \cancel{V_1 = -0{,}72} \\ V_2 = 0{,}67\,m/s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Re_{ovan} = \frac{19{,}33 \cdot 2}{1{,}5 \cdot 10^{-5}} \approx 2{,}6 \cdot 10^6 \\ Re_{under} = \frac{0{,}67 \cdot 2}{1{,}005 \cdot 10^{-6}} \approx 1{,}3 \cdot 10^6 \end{cases}$

"fully rough" antagande ok!

Svar: $V = 0{,}67\,m/s$



Givet: $\dot{V}_3 = 550$ m/s

$P_3 = 80$ kPa

$T_{03} = 450$ K

$A_2 = A_3$

Sökt: V_1

Lösning

EE (9.23) $\Rightarrow$ $T_3 = T_{03} - \frac{V_3^2}{2c_p} = 450 - \frac{550^2}{2 \cdot 1005} = 300\,K$ $\Rightarrow$ $\frac{T_3}{T_{03}} = 0{,}667$

Tabell B1 $\Rightarrow$ $\frac{A_3}{A_3^*} = 1{,}2344$ Här är $A_2 = A_3$. Mellan 2 o 3 är strömningen isentrop $\Rightarrow$ $A_2^* = A_3^*$

$\frac{A_2}{A_2^*} = 1{,}2344$. I snitt 2, efter stöten, är $Ma < 1$, Tabell B1 $\Rightarrow$ $Ma_2 = 0{,}564$

Tabell B2 $\Rightarrow$ $Ma_1 = 2{,}08$. Adiabatiskt $\Rightarrow$ $T_{01} = T_{02} = T_{03} = 450\,K$

Ekv(9.34) $\Rightarrow$ $T_1 = \frac{T_{01}}{1+0{,}2 Ma_1^2} = 241\,K$. $V_1 = Ma_1 \cdot a_1 = 2{,}08\sqrt{\kappa R T_1} = 2{,}08\sqrt{1{,}4 \cdot 287 \cdot 241} = \underline{\underline{648\ m/s}}$