

MTF052 STRÖMNINGSMEKANIK

**Tentamen torsdagen den 7 januari 2016, kl 08:30-13:30, M-huset
(OBS! 5-timmarstenta)**

Hjälpmedel: Teoridelen:
Inga hjälpmedel tillåtna

OBS! Före tentamen skall hjälpmedlen lämnas på en av vakten anvisad plats. Lösningarna på teoriuppgifterna inlämnas vid godtycklig tidpunkt, varefter hjälpmedlen får användas vid lösandet av problemen.

Problemdelen:

Tillåtna hjälpmedel är läroboken ("Fluid Mechanics", Frank M. White), Data och Diagram, matematiska tabeller, Chalmersgodkänd räknare, av institutionen utgivna formelsamlingar och material, föreläsninganteckningar - dock **ej** lösta exempel.

Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla fredag 8 januari 2016.

Betygsgränser: Maximal poängsumma är 85 p. Betyg 3 ≥ 34 p, 4 ≥ 51 p, 5 ≥ 68 p

Tentaresultat: Meddelas senast onsdag 27 januari 2016

Granskning: Torsdag 28 januari 2016, kl 11.45-12.45
Fredag 29 januari 2016, kl 11.45-12.45

Läraren besöker salen: ca kl 9:30 och ca kl 12

Göteborg den 17 december 2015

Alf-Erik Almstedt, tel 772 1407



T7. För ett laminärt gränsskikt på en plan platta är

$$c_f = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}}$$

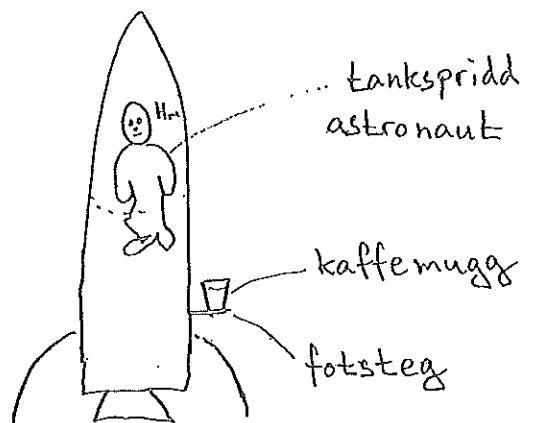
Bestäm det totala friktionsmotståndet, D , för en sida av plattan. Denna kraft uttrycks ofta m.h.a. en dimensionslös motståndskoefficient, C_D . Bestäm C_D uttryckt m.h.a. Re_L , d.v.s med hjälp av Reynoldstalet i plattans bakkant. (4p)

T8. Visa hur hastighetsprofilen, dess första- och andraderivata samt tryckgradienten förändras i ett gränsskikt utefter en krökt yta vid avlösning. (4p)

T9. Härled ljudhastigheten för en godtycklig fluid. Under vilket antagande ska tryckderivatan beräknas? (6p)

Problem

P1. En tankspridd astronaut glömmer sin kaffemugg på fotsteget till sin raket. Beräkna trycket i kaffet i botten av muggen



- i startögonblicket om muggen accelereras rakt upp tillsammans med raketen med accelerationen $7g$
- om muggen ramlar av fotsteget i startögonblicket och precis börjar falla (antag att muggen inte välter utan faller upprättstående)
- om muggen har fallit så länge att den uppnått konstant fallhastighet (luftmotstånd och tyngdkraft balanserar varandra).

Kaffets höjd i muggen är 5 cm och omgivningens tryck är 100 kPa

(10p)

- P5. Luft strömmar genom en konvergent-divergent dysa med cirkulärt tvärsnitt. Luften tillföres från en mycket stor behållare där trycket 0,7 MPa och temperaturen 30°C råder. Trycket utanför dysans mynning är 0,1 MPa. Dysan har i minsta sektionen diametern 0,5 cm och i mynningen 1,0 cm. Beräkna massflödet genom dysan och utred om en stöt förekommer i dysans divergerande del.

(10p)

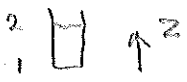
(2.8)

(2.13) $\nabla p = \rho(g_1 - a) + \mu \nabla^2 v$

Ingen relativrörelse mellan elementen

$\nabla p = \rho(g_1 - a)$

z-axeln uppåt $\Rightarrow \frac{dp}{dz} = \rho(-g-a)$ (1)



$p_2 = 100 \text{ kPa}$, vi söker p_1

a) $a = 7g$

(1) $\Rightarrow \frac{dp}{dz} = \rho(-8g)$

$p_2 - p_1 = -8\rho g(z_2 - z_1)$

$p_1 = p_2 + 8\rho g(z_2 - z_1) =$

$= 100 \cdot 10^3 + 8 \cdot 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,05 = 103,9 \text{ kPa}$

b) $a = -g$

(1) $\Rightarrow \frac{dp}{dz} = \rho \cdot 0$

$\Rightarrow p = \text{konst} \Rightarrow p_1 = p_2 = 100 \text{ kPa}$

c) $v = \text{konst} \Rightarrow a = 0$

(1) $\Rightarrow \frac{dp}{dz} = -\rho g$

$p_1 = p_2 + \rho g(z_2 - z_1) = 100,5 \text{ kPa}$

(samma som om muggen ställt still, dvs hydrostatiskt, om man bortser från vakeffekter. I verkligheten minskar trycket p_2 också pga avlösning)

givet: $L = 5 \text{ m}$, $b = 1 \text{ m}$, $h = 1 \text{ cm}$, $F = 850 \text{ N}$, oil SAE 50 $\left\{ \begin{array}{l} \mu = 0,86 \text{ kg/m}^3 \\ \nu = 9,35 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s} \end{array} \right.$

Sökt: v

$F = \tau \cdot A = \tau \cdot 2 \cdot L \cdot b \Rightarrow \tau = \frac{F}{2 \cdot L \cdot b} = -85 \text{ N/m}^2 (= \mu \frac{\partial v}{\partial x})$

N.S. i y-rikt. (endast 2-dim strömning)

$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g_y + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$

stationärt: $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$; "lång kanal": $u=0, w=0, \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0, \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0$

försumma trycket: $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$

$\Rightarrow 0 = g_y + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -\frac{g_y}{\nu}$

integrera:

$-\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{g_y}{\nu} x + C_1$ (1)

integrera:

$v = -\frac{g_y}{\nu} \frac{x^2}{2} + C_1 x + C_2$ (2)

R.V. 1: $x=0 \quad \mu \frac{\partial v}{\partial x} = \tau \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\tau}{\mu}$

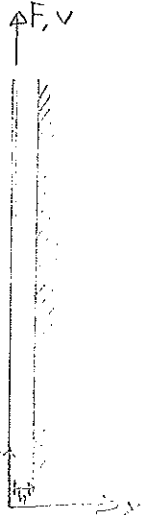
(1) $\Rightarrow \frac{\tau}{\mu} = -\frac{g_y}{\nu} x + C_1 \Rightarrow C_1 = \frac{\tau}{\mu}$

R.V. 2: $x = 0,01 \text{ m} \quad v = 0$

(2) $\Rightarrow 0 = -\frac{g_y}{\nu} \frac{0,01^2}{2} + \frac{\tau}{\mu} \cdot 0,01 + C_2 \Rightarrow C_2 = \frac{g_y}{\nu} \frac{0,01^2}{2} - \frac{\tau}{\mu} \cdot 0,01$

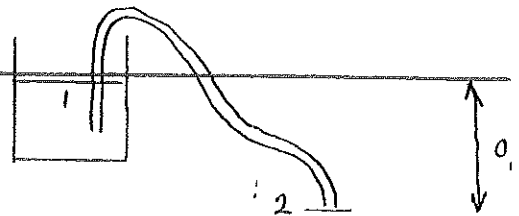
$\Rightarrow v = -\frac{g_y}{\nu} \frac{x^2}{2} + \frac{\tau}{\mu} x + \frac{g_y}{\nu} \frac{0,01^2}{2} - \frac{\tau}{\mu} \cdot 0,01 = \frac{g_y}{\nu} (0,01^2 \cdot x^2) + \frac{\tau}{\mu} (x - 0,01)$

$v(x=0) = 0,47 \text{ m/s}$



Bernoullis utvidgade (3.68b):

$$P_1 + \rho \frac{V_1^2}{2} + \rho g z_1 = P_2 + \rho \frac{V_2^2}{2} + \rho g z_2 + \Delta P_f$$



$$P_1 = P_2, V_1 \approx 0, z_1 - z_2 = 0,9 \Rightarrow$$

$$0,9 \rho g = \rho \frac{V_2^2}{2} + \Delta P_f \quad \text{där} \quad \Delta P_f = f \rho \frac{V^2}{2} \frac{L}{d} \quad (6.10b), \quad f = f(Re, \frac{\epsilon}{d}), \quad \frac{\epsilon}{d} = 1,2$$

$$\therefore \boxed{0,9 g = \frac{V_2^2}{2} \left(1 + f \frac{L}{d}\right)} \quad (1)$$

$$\nu = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, L = 8,5 \text{ m}, d = 0,008 \text{ m}$$

Antag laminärt, (6.46) \Rightarrow (6.13) \Rightarrow

$$f = \frac{64}{Re} \Rightarrow 0,9 g = \frac{V_2^2}{2} \left(1 + \frac{L}{d} \cdot \frac{64 \nu}{d V_2}\right)$$

$$\Rightarrow V_2 = 1,73 \text{ m/s} \Rightarrow Re = 13840 > 2300$$

\therefore Turbulent ström, antagandet var fel.

Använd tex (6.64a)

$$\frac{1}{f^{1/2}} \approx -1,8 \log \left[\frac{6,9}{Re_d} + \left(\frac{\epsilon/d}{3,7} \right)^{1,1} \right] \quad (2)$$

Iterera; $Re = 13840$, (2) $\Rightarrow f = 0,0285$

Ins i (1) $\Rightarrow V_2 = 0,752 \Rightarrow Re = 6017$

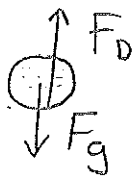
(2) $\Rightarrow f = 0,358$, (1) $\Rightarrow V_2 = 0,673 \Rightarrow Re = 5385$

etc $\Rightarrow V_2 = 0,66 \text{ m/s}$ $Re = \frac{Vd}{\nu} = 5285$

$$Q = V_2 \frac{\pi d^2}{4} = 3,32 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$$

Svar: $Q = 2,0 \text{ liter/min}$

(Det går lika bra att använda Moody-diagrammet
 ϵ/d är litet $\rightarrow \approx$ slätt rör.)



$$k. \text{ rätjämvikt: } \uparrow F_D - F_g = 0 \quad (1)$$

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho_L A U^2 = \frac{1}{2} C_D \rho_L \pi r^2 U^2 \quad (2)$$

$$F_g = mg = \rho_v \frac{4\pi r^3}{3} g \quad (3)$$

sätt in (1) och (2) i (3)

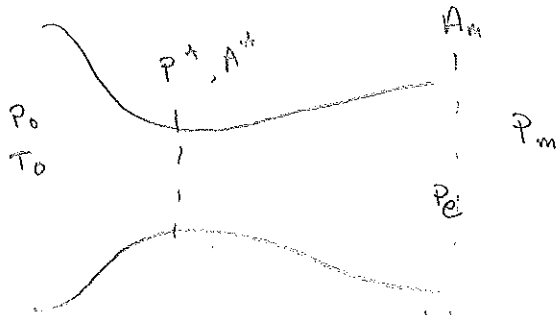
$$\frac{1}{2} C_D \rho_L \pi r^2 U^2 - \rho_v \frac{4\pi r^3}{3} g = 0$$

$$U = \sqrt{\frac{2 \rho_v 4 r g}{\rho_L 3 C_D}} \quad (4)$$

$$Re = \frac{U D}{\nu} \quad (5) \quad \text{gissa } C_D = 0,4 \quad (4) \Rightarrow U = 10,4 \text{ m/s}$$

$$(5) \Rightarrow Re = 2750 \text{ Fig 5.3} \Rightarrow C_D = 0,4 \text{ OK! } U = 10 \text{ m/s}$$

LÖSNING:



$$(9.32) : \frac{p^*}{P_0} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} = 0,5283$$

$$p^* = 0,5283 \cdot 0,7 \cdot 10^6 = 0,3698 \cdot 10^6 \text{ MPa}$$

$$p^* > P_m = 0,1 \text{ MPa} \Rightarrow \text{strömn. kritisk}$$

$$\begin{aligned} (9.1) : \dot{m}_{\max} &= \frac{0,6847 P_0 A^*}{\sqrt{RT_0}} = \\ &= \frac{0,6847 \cdot 0,7 \cdot 10^6 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0,005^2}{\sqrt{287 \cdot 303}} = \\ &\approx 0,0320 \text{ kg/s} \end{aligned}$$

Anta att ingen stöt inträffar i den divergerande delen. Då gäller ent. (9.45) och (9.280) :

$$\frac{A_m}{A^*} = \frac{1}{0,5^2} = 4 = \frac{1}{Ma_m} \frac{(1 + 0,2 Ma_m^2)^{2,5}}{1,728}$$

$$\text{Tabell B1} \Rightarrow Ma_m = 2,94$$

Med detta Ma-fal i mynningen skulle mynningsstrycket, P_e bli :

$$\frac{P_0}{P_e} = \left[1 + \frac{1}{2} (k-1) Ma_m^2 \right]^{\frac{k}{k-1}} \approx 33,56$$

$$\Rightarrow P_e \approx 0,0209 \text{ MPa}$$

Men $P_e < P_m = 0,1 \text{ MPa}$
och alltså förs en stöt i dysan
(Se Fig. 9.12)