

MTF052 STRÖMNINGSMEKANIK

**Tentamen lördagen den 26 oktober 2013, kl 08:30-13:30, M-huset
(OBS! 5-timmarstenta)**

Hjälpmedel: Teoridelen:
Inga hjälpmedel tillåtna

OBS! Före tentamen skall hjälpmedlen lämnas på en av vakten anvisad plats. Lösningarna på teoriuppgifterna inlämnas vid godtycklig tidpunkt, varefter hjälpmedlen får användas vid lösandet av problemen.

Problemdelen:

Tillåtna hjälpmedel är läroboken ("Fluid Mechanics", Frank M. White), Data och Diagram, matematiska tabeller, Chalmersgodkänd räknare, av institutionen utgivna formelsamlingar och material, föreläsninganteckningar - dock **ej** lösta exempel.

Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla måndag 28 oktober 2013

Betygsgränser: Maximal poängsumma är 85 p. Betyg 3 ≥ 34 p, 4 ≥ 51 p, 5 ≥ 68 p

Tentaresultat: Meddelas senast fredag 15 november 2013

Granskning: Måndag 18 november 2013, kl 11.45-12.45
Tisdag 19 november 2013, kl 11.45-12.45

Läraren besöker salen: ca kl 9:30 och ca kl 12

Göteborg den 23 oktober 2013
Alf-Erik Almstedt, tel 772 1407

TILLÄMPAD MEKANIK
Chalmers tekniska högskola
412 96 Göteborg

Besök: Hörsalsvägen 7 B, 4 tr
Telefon: 031-772 37 87
E-post: ullt@chalmers.se
Webb: www.chalmers.se/am

Chalmers tekniska högskola AB
Organisationsnummer 556479-5598



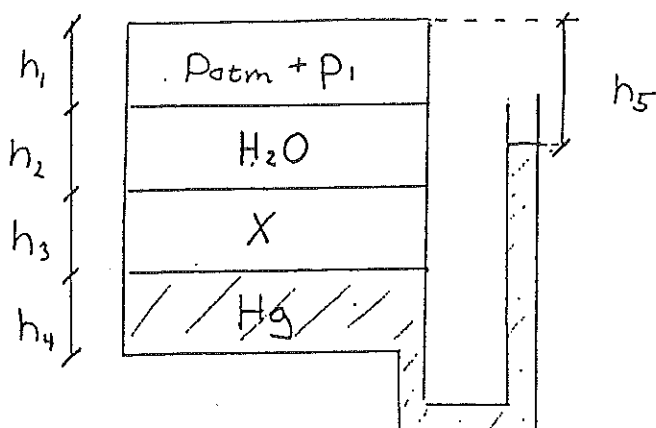
Teoriuppgifter

- T1. Förklara skillnaden mellan Eulerskt och Lagrangeskt betraktelsesätt. (2p)
- T2. Förenkla impulsekvationen $\sum \mathbf{F} = \frac{d}{dt} \left(\int_{cv} \mathbf{V} \rho dv \right) + \int_{cs} \mathbf{V} \rho (\mathbf{V}_r \cdot \mathbf{n}) dA$ för
- fix kontrollvolym,
 - fix kontrollvolym med endimensionella in- och utlopp,
 - fix kontrollvolym med endimensionella in- och utlopp samt stationär strömning
- (3p)
- T3. Skriv om den totala accelerationen med hjälp av kedjeregeln till formen med en lokal och en konvektiv term. Förklara även fysikaliskt vad de olika bidragen betyder. (5p)
- T4. Rita en kontrollvolym i form av en kub och märk ut spänningarna som verkar på kubens ytor i en av riktningarna, samt teckna ett uttryck för den resulterande kraften i den riktningen. (3p)
- T5. Vad menas med inloppssträcka vid rörströmning? Beskriv vad som händer med hastighetsfältet i inloppssträckan vid rörströmning. Vad menas med fullt utbildad strömning? (4p)
- T6. Beskriv hur det går till att mäta hastigheten med en venturimeter samt härled den ekvation du behöver använda för att bestämma hastigheten. (4p)
- T7. Vid Reynolds dekomposition delas hastighetskomponenterna och trycket upp i en tidsmedelvärderad och en fluktuerande del, t.ex. enl. $u = \bar{u} + u'$. Definiera tidsmedelvärdet samt visa att tidsmedelvärdet av den fluktuerande komponenten är noll. (3p)
- T8. Hur anges storleken eller styrkan på en fluktuerande komponent i turbulent strömning? Definiera och förklara varför. (2p)
- T9. För ett laminärt gränsskikt på en plan platta är
- $$c_f = \frac{0.664}{\sqrt{\text{Re}_x}}$$
- Bestäm det totala friktionsmotståndet, D , för en sida av plattan. Denna kraft uttrycks ofta m.h.a. en dimensionslös motståndskoefficient, C_D . Bestäm C_D uttryckt m.h.a. Re_L , d.v.s med hjälp av Reynoldstalet i plattans bakkant. (4p)
- T10. Ange tre faktorer som påverkar omslagspunktens läge, samt beskriv kortfattat hur läget påverkas. (3p)

T11. Skissa hur stöten ligger vid överljudsströmning mot en kil med $\theta < \theta_{max}$ respektive $\theta > \theta_{max}$. (2p)

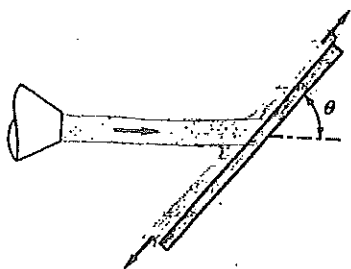
Problem

P1. I en sluten behållare, försedd med ett öppet u-rör, finns tre skikt av vätskor med olika densitet, se figur nedan. Längst ner kvicksilver, i mitten en okänd vätska och längst upp vatten. Ovanför vattenytan finns luft med övertrycket p_1 . Beräkna densiteten på den okända vätskan om $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = 0,2m$, $h_5 = 0,24m$ och $p_1 = 43400Pa$. Behållarens diameter är 0,6 m och diametern på u-röret är 0,02 m.



(10p)

P2. P1. En horisontell vattenstråle med flödet $Q=1m^3/s$ träffar en friktionsfri platta som bildar vinkeln $\theta = 36^\circ$ mot horisontalplanet, se fig.



Hur stort blir flödet uppåt resp. nedåt på plattan? Tyngdkraftens inverkan får försummas. (10p)

- P3. Vilken slutlig fallhastighet (terminalhastighet) får en fallskärmschoppare som tillsammans med sin utrustning väger 80 kg? En modell i skala 1:10 av hans fallskärm har testats i envattentunnel med följande resultat

| U [m/s] | F_D [N] |
|-----------|-----------|
| 2 | 600 |
| 4 | 1840 |
| 6 | 4000 |
| 8 | 6800 |
| 10 | 8400 |

Luftens och vattnets viskositet är $\nu_L = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$ resp $\nu_V = 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$.

Hopparens motståndskoefficient kan försummas.

(10p)

- P4. En plan platta anströmmas tangentiellt och vinkelrätt mot framkanten av luft med temperaturen 20°C och hastigheten 10 m/s.

- a) Beräkna väggskjuvspänningen 3,0 m från plattans framkant

Beräkna också hastigheten i denna position på de vinkelräta avstånden

- b) 10 mm ut från plattan
c) 0,1 mm ut från plattan.

Om gränsskiktet är turbulent får omslaget anses ske i plattans framkant.

(10p)

- P5. En lufttank är försedd med en säkerhetsventil. Då ventilen har öppnat kan den betraktas som ett konvergent munstycke med minsta arean $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$. Omgivningens tryck och temperatur är 100 kPa resp 20°C, och temperaturen i tanken 25°C.

- a) Hur stort blir massflödet då trycket i tanken är 280 kPa?
b) Vilken hastighet erhålles i mynningen då trycket i tanken sjunkit till 170 kPa och temperaturen till 15°C?

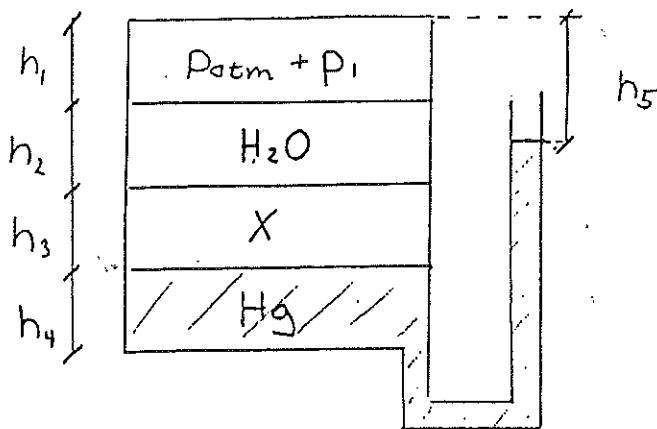
(10p)

T11. Skissa hur stöten ligger vid överljudsströmning mot en kil med $\theta < \theta_{max}$ respektive $\theta > \theta_{max}$.

(2p)

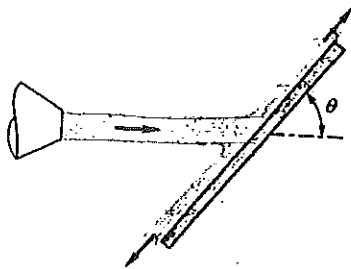
Problem

P1. I en sluten behållare, försedd med ett öppet u-rör, finns tre skikt av vätskor med olika densitet, se figur nedan. Längst ner kvicksilver, i mitten en okänd vätska och längst upp vatten. Ovanför vattenytan finns luft med övertrycket p_1 . Beräkna densiteten på den okända vätskan om $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = 0,2m$, $h_5 = 0,24m$ och $p_1 = 43400Pa$. Behållarens diameter är 0,6 m och diametern på u-röret är 0,02 m.



(10p)

P2. P1. En horisontell vattenstråle med flödet $Q=1m^3/s$ träffar en friktionsfri platta som bildar vinkeln $\theta = 36^\circ$ mot horisontalplanet, se fig.



Hur stort blir flödet uppåt resp. nedåt på plattan? Tyngdkraftens inverkan får försummas. (10p)

$$h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h$$

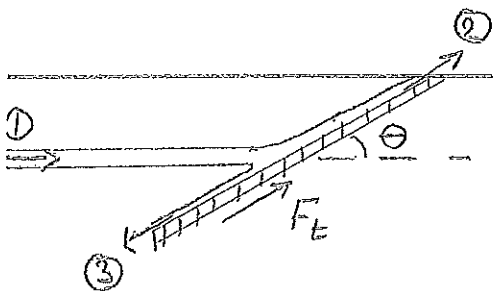
junkt:

$$p_1 + \rho_{H_2O} g h + \rho_x g h = (3h - h_5) g \rho_{Hg}$$

$$\rho_x = \frac{(3h - h_5) g \rho_{Hg} - \rho_{H_2O} g h - p_1}{g h} =$$

tabell: $\rho_{Hg} = 13550 \text{ kg/m}^3$
 $\rho_{H_2O} = 998 \text{ kg/m}^3$ } \Rightarrow

$$\rho_x = 1271 \text{ kg/m}^3$$



impulssönsen i tangentiell riktning:
 $F_b = 0$

$$F_t = \sum (mV)_{ut} - (mV)_{in} \quad (1)$$

$$0 = \rho A_2 V_2^2 - \rho A_3 V_3^2 - \rho A_1 V_1^2 \cos \theta \quad (2)$$

$$\text{SE: } \rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2 + \rho V_3 A_3 \quad (3)$$

Bernoulli:

$$p_1 + \rho V_1^2 = p_2 + \rho V_2^2 = p_3 + \rho V_3^2 \quad (4)$$

$$\Rightarrow V_1 = V_2 = V_3 \quad (5)$$

(5) i (3) \Rightarrow

$$A_1 = A_2 + A_3 \Rightarrow A_3 = A_1 - A_2 \quad (6)$$

(5) & (6) i (2) \Rightarrow

$$0 = A_2 - (A_1 - A_2) \cdot \cos \theta$$

$$2A_2 = A_1 (1 + \cos \theta)$$

$$A_2 = A_1 \frac{(1 + \cos \theta)}{2} \quad (7)$$

$$Q_2 = A_2 V_2 = A_1 \frac{(1 + \cos \theta)}{2} V_2 =$$

$$(5) = \underbrace{A_1 V_1}_{Q_1} \frac{(1 + \cos \theta)}{2} =$$

$$\underline{0,9 \text{ m}^3/\text{s}}$$

$$Q_3 = Q_1 - Q_2 = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$$

Kraftjämvikt $F_D = F_G = mg$

$$F_D = \frac{1}{2} C_D A \rho_v U^2 = mg \quad (1)$$

$$Re = \frac{UD}{\nu} = Re_m = \frac{U_m D}{\nu \cdot 10}$$

$$U_m = \frac{U \cdot 10}{15} \quad (2)$$

gissa $U = 10 \text{ m/s}$ (2) \Rightarrow
 $U_m = 6,6 \text{ m/s}$ (tabell) \Rightarrow
 $\Rightarrow F_m = 4840 \text{ N}$

$$F_m = \frac{1}{2} C_D \left(\frac{D}{10}\right)^2 \rho_v U_m^2 \Rightarrow$$

$$C_D = \frac{2 F_m}{\rho_v \left(\frac{D}{10}\right)^2 U_m^2} \quad (3)$$

$$C_D = \frac{22,2}{D^2} \quad (4)$$

(4) i (1) $\Rightarrow F_D = 1325,7 \text{ N}$
 $\Rightarrow m = 135 \text{ kg}$

gissa $U = 5 \text{ m/s}$ (2) \Rightarrow

$$U_m = 3,33 \text{ m/s} \quad (\text{tabell}) \Rightarrow$$

$$F_m = 1406 \text{ N} \quad (3) \Rightarrow$$

$$C_D = \frac{25}{D^2} \quad (1) \Rightarrow$$

$$F_D = 375 \text{ N} \Rightarrow m = 38 \text{ kg}$$

gissa $U = 7,5 \text{ m/s}$ (2) \Rightarrow

$$U_m = 5 \text{ m/s} \quad (\text{tabell}) \Rightarrow$$

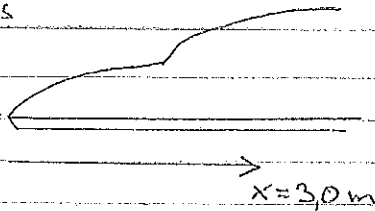
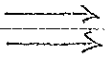
$$F_m = 2920 \text{ N} \quad (3) \Rightarrow$$

$$C_D = \frac{23,36}{D^2} \quad (1) \Rightarrow$$

$$F_D = 788 \text{ N} \Rightarrow m = 80 \text{ kg}$$

Svar: sluthastigheten är $7,5 \text{ m/s}$

$U = 10 \text{ m/s}$



Luft

$$T = 20^\circ\text{C} \Rightarrow \nu = 15,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\rho = 1,189 \text{ kg/m}^3$$

$$Re_x = \frac{Ux}{\nu} = \frac{10 \cdot 30}{15,2 \cdot 10^{-6}} = 1,974 \cdot 10^6 > Re_{kr} = 5 \cdot 10^5$$

\therefore turbulent g.s. vid $x = 30 \text{ m}$. Antag omslag redan i framkanten.

a) $(7.43) \Rightarrow \tilde{\tau}_w = 0,0135 \cdot \frac{\rho U^2}{\sqrt{Re_x}} = 0,202 \text{ Pa}$

$$\Rightarrow u^* = \sqrt{\frac{\tilde{\tau}_w}{\rho}} = \sqrt{\frac{0,202}{1,189}} = 0,4126 \text{ m/s}$$

b) $y = 0,010 \text{ m} \Rightarrow \frac{u^* y}{\nu} = \frac{0,4126 \cdot 0,010}{15,2 \cdot 10^{-6}} = 2,71$

$$\Rightarrow 10 < \frac{u^* y}{\nu} < 600 \Rightarrow$$

\Rightarrow logaritmiska området

$$\Rightarrow \frac{\bar{u}}{u^*} = 2,44 \ln \frac{u^* y}{\nu} + 4,9 =$$

$$= 2,44 \ln 2,71 + 4,9 = 18,573$$

$$\Rightarrow \bar{u} = 18,573 \cdot 0,4126 = 7,66 \text{ m/s}$$

c) $y = 0,0001 \text{ m} \Rightarrow \frac{u^* y}{\nu} = \frac{0,4126 \cdot 10^{-4}}{15,2 \cdot 10^{-6}} = 2,71$

$\therefore 0 < \frac{u^* y}{\nu} < 10 \Rightarrow$ viskösa underskiktet

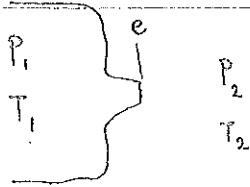
$$\Rightarrow \frac{\bar{u}}{u^*} = \frac{u^* y}{\nu} = 2,71$$

$$\Rightarrow \bar{u} = 0,4126 \cdot 2,71 = 1,12 \text{ m/s}$$

a) $0,20 \text{ Pa}$

Svar b) $7,7 \text{ m/s}$

c) $1,1 \text{ m/s}$



$$P_{1a} = 280 \text{ kPa} \quad T_{1a} = 298 \text{ K}$$

$$P_{1b} = 170 \text{ kPa} \quad T_{1b} = 288 \text{ K}$$

$$\text{omgivning: } P_2 = 100 \text{ kPa} \quad T_2 = 293 \text{ K}$$

kritiskt tryckförhållande (9.32)

$$\frac{P^*}{P_1} = 0,5283$$

$$a) \frac{P_2}{P_{1a}} = \frac{1}{2,8} = 0,357 < \frac{P^*}{P_1}$$

∴ ljudhast i mynningen

$$(9.46b) \Rightarrow \dot{m}_{\max} = 0,6847 A^* \frac{P_{1a}}{\sqrt{RT_{1a}}}$$

$$A^* = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \quad R_{\text{luft}} = 287 \text{ Nm/kg K}$$

$$\dot{m} = 0,6847 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{2,8 \cdot 10^5}{\sqrt{287 \cdot 298}} = 0,164 \text{ kg/s}$$

$$b) \frac{P_2}{P_{1b}} = \frac{1}{1,7} = 0,588 > \frac{P^*}{P_1}$$

∴ underljudshast i mynningen

$$(9.35) \Rightarrow Ma_e^2 = 5 \left[\left(\frac{P_{1b}}{P} \right)^{2/\gamma} - 1 \right] = 5 \left[\left(\frac{1,7}{1} \right)^{2/1,4} - 1 \right] = 0,8185$$

$$(9.35) \Rightarrow \frac{T_{1b}}{T_e} = \frac{Ma_e^2}{5} + 1 = 1,163 \Rightarrow T_e = \frac{288}{1,163} = 247,5 \text{ K}$$

$$a_e = \sqrt{\gamma R T_e} = \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 247,5} = 315,3 \text{ m/s}$$

$$Ma_e = \sqrt{0,8185} = 0,905 = \frac{V_e}{a_e}; \quad V_e = 315,3 \cdot 0,905 = 285 \text{ m/s}$$

$$\text{Svar: } \dot{m}_a = 0,16 \text{ kg/s}, \quad V_e = 285 \text{ m/s}$$