

MTF052 STRÖMNINGSMEKANIK

**Tentamen lördagen den 12 januari 2013, kl 08:30-13:30, V-huset
(OBS! 5-timmarstenta)**

Hjälpmedel: Teoridelen:
Inga hjälpmedel tillåtna

OBS! Före tentamen skall hjälpmedlen lämnas på en av vakten anvisad plats. Lösningarna på teoriuppgifterna inlämnas vid godtycklig tidpunkt, varefter hjälpmedlen får användas vid lösandet av problemen.

Problemdelen:

Tillåtna hjälpmedel är läroboken ("Fluid Mechanics", Frank M. White), Data och Diagram, matematiska tabeller, Chalmersgodkänd räknare, av institutionen utgivna formelsamlingar och material, föreläsninganteckningar - dock ej lösta exempel.

Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla måndag 14 januari 2013

Betygsgränser: Maximal poängsumma är 85 p. Betyg 3 \geq 34p, 4 \geq 51p, 5 \geq 68p

Tentaresultat: Meddelas senast fredag 1 februari 2013

Granskning: Måndag 4 februari 2013, kl 11.45-12.45
Tisdag 5 februari 2013, kl 11.45-12.45

Läraren besöker salen: ca kl 9:30 och ca kl 12

Göteborg den 8 januari 2013
Alf-Erik Almstedt, tel 772 1407



Teoriuppgifter

T1. Förklara begreppen: stationär, inkompressibel, friktionsfri, och turbulent strömning. (4p)

T2. Härled kontinuitetsekvationen på integralform för en fix kontrollvolym genom att utgå från Reynolds transportteorem

$$\frac{d}{dt}(B_{\text{sys}}) = \frac{d}{dt} \left(\int_{cv} \beta \rho dV \right) + \int_{cs} \beta \rho (\mathbf{V}_r \cdot \mathbf{n}) dA$$

Förklara även vad kontinuitetsekvationen betyder fysikaliskt. (4p)

T3. Skriv om den totala accelerationen med hjälp av kedjeregeln till formen med en lokal och en konvektiv term. Förklara även fysikaliskt vad de olika bidragen betyder. (5p)

T4. Navier-Stokes ekvation i x-riktningen ser ut som följer:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right\}$$

Förklara de ingående termerna. Under vilka förutsättningar gäller Navier-Stokes ekvation? (6p)

T5. Hastighetsprofilen vid fullt utbildad laminär rörströmning kan skrivas som $u = u_{\text{max}} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$.

Visa att medelhastigheten vid fullt utbildad laminär rörströmning är lika med halva maxhastigheten. (3p)

T6. Skissa hastigheten u^+ som funktion av y^+ för ett turbulent gränsskikt. Vad kallas de olika delområdena? (2p)

T7. Vad skiljer den turbulenta gränsskiktsekvationen från den laminära? På vad sätt påverkas lösningsmöjligheterna? (2p)

T8. Ange i kurvform hur motståndskoefficienten C_D för en vinkelrätt anströmd cylinder beror av Reynolds tal. Beskriv och förklara olika delar av kurvan. (3p)

T9. I ett tvådimensionellt strömningsfält definieras en strömlinje av följande villkor:

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}$$

Visa mha definitionen av strömfunktionen att Ψ är konstant längs en strömlinje. (3p)

T10. Förklara med hjälp av en figur hur trycket och hastigheten varierar för olika mottryck i ett konvergent munstycke, vid utströmning från en stor behållare med trycket p_0 . Vad gäller för massflödet vid olika mottryck?

(3p)

Problem

P1. Man har i ett vindtunnelförsök mätt upp hastighetsprofilerna uppströms och nedströms en kropp, för vilken man vill bestämma strömningsmotståndet. Resultatet visas i figuren.

Uppströms är hastigheten konstant $V_1 = 20$ m/s och nedströms ges hastigheten av

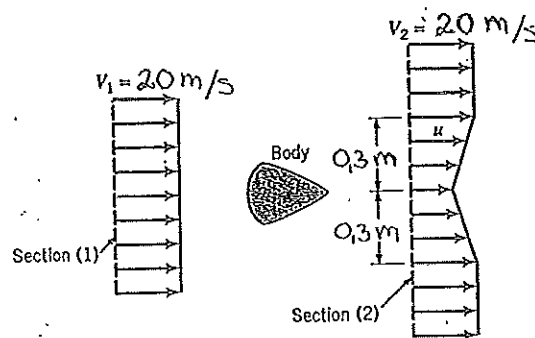
$$u = 20 - 3 \left(1 - \left| \frac{y}{0,3} \right| \right) \text{ m/s} \quad |y| \leq 0,3 \text{ m}$$

$$u = 20 \text{ m/s} \quad |y| > 0,3 \text{ m}$$

där y är avståndet till centrumlinjen.

Antag att kroppen är 2-dimensionell, dvs att dess form inte ändras i riktningen normalt pappret.

Beräkna strömningsmotståndet på kroppen, per längdenhet in i pappret. Det statiska trycket i de båda tvärsnitten är $p_1 = p_2 = 101,3$ kPa och luftens densitet är $1,2$ kg/m³.



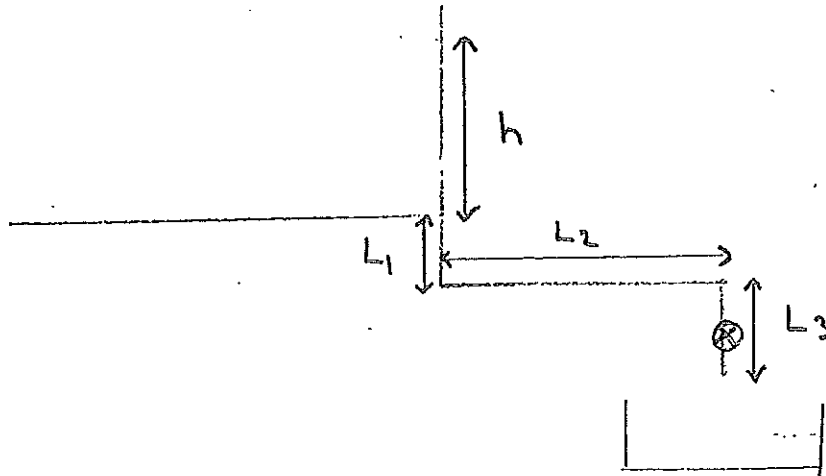
(10p)

P2. En modell i skala 1:5 av en bil testas i en vindtunnel. Den riktiga bilens hastighet skall vara 40 km/h. Vid dynamiskt likformiga förhållanden blir strömningsmotståndet på modellen 300 N. Vad blir strömningsmotståndet på den riktiga bilen och vilken effekt måste bilen utveckla för att övervinna det?

Lufttemperaturen i vindtunneln kan antas vara lika med utomhustemperaturen.

(10p)

- P3. Ur en reservoar ska man tappa vatten (20°C). Detta görs genom ett rör med diametern $0,1\text{ m}$ som är anslutet till reservoars botten, se fig. Röret har två 90° -krökar som har förlustkoefficienten $K=0,23$ och en ventil med förlustkoefficienten $K=2,0$. Hur lång tid tar det att tappa 1 m^3 vatten om röret är gjort av ett material med $\varepsilon=0,2\text{ mm}$? Reservoaren är så stor att tappningen ej påverkar nivån i reservoaren. $L_1 = L_3 = 0,5\text{ m}$, $L_2 = 5\text{ m}$, $h = 3\text{ m}$



(10p)

- P4. En tunn plan platta anströmmas parallellt med luft av 20°C varvid en ostörda strömningen har hastigheten 50 m/s . På vilken höjd över plattan är hastigheten 42 m/s
- 5 cm från framkanten
 - 2.5 m från framkanten

(10p)

- P5. Ett pitotrör är placerat i överljudsströmning av luft i en vindkanal, där mätsträckan har konstant tvärsnitt. Vid pitotröret uppmättes stagnationstrycket 260 kPa och stagnationstemperaturen 340°C . Vid ett hål i tunnelns vägg, uppströms om den raka friliggande frontstöten, mäts ett tryck av 35 kPa . Vad är machtalet och strömningshastigheten före frontstöten?

Tips: Börja med att gissa ett machtal före stöten.

(10p)

impulssatsen i x-led:

$$\begin{aligned} \Sigma F &= \int_{CS} \rho(V \cdot n) dA = \\ & \text{(inga tryckkrafter } p_1 = p_2) \\ -\dot{m} V_1 + \int_{CS2} \rho V^2 dA &= \\ -\rho V_1^2 2h dz + \rho dz 2 \int_0^h U^2 dy &= \\ = -2\rho V_1^2 h dz + 2\rho dz \int_0^h (17 + 10y)^2 dy & \\ = -2\rho V_1^2 h dz + & \\ + 2\rho dz \int_0^h (289 + 100y^2 + 340y) dy & \\ = -2\rho V_1^2 h dz + & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ 2\rho dz \left[289y + \frac{100y^3}{3} + \frac{340y^2}{2} \right]_0^h \\ &= -2\rho V_1^2 h dz + \\ &2\rho dz \left(289h + \frac{100}{3} h^3 + 170h^2 \right) \\ \frac{F}{dz} &= -2\rho V_1^2 h + \\ &+ 2\rho \left(289h + \frac{100}{3} h^3 + 170h^2 \right) \\ &= -41,04 \text{ N/m} \end{aligned}$$

F är kraften på kontrollvoly
Kraften på kroppen $F_D = -F$

$$F_D = 41 \text{ N/m}$$

Re-likformighetslag \Rightarrow

$$Re_m = Re_b \Rightarrow (C_{Dm} = C_{Db} = C_D)$$

$$\frac{U_m D_m}{\nu_m} = \frac{U_b D_b}{\nu_b} \quad (U_m = U_b)$$

$$U_m = U_b \frac{D_b}{D_m} = 5U_b \quad (1)$$

$$F_m = \frac{1}{2} C_D \rho U_m^2 A_m \Rightarrow$$

$$C_D = \frac{2 F_m}{\rho U_m^2 A_m} \quad (2)$$

$$F_b = \frac{1}{2} C_D \rho U_b^2 A_b = ((1) \& (2)) =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{2 F_m}{\rho (5U_b)^2} \rho U_b^2 A_b =$$

$$= \left(A_b = (D_b)^2 = (5D_m)^2 \right) =$$

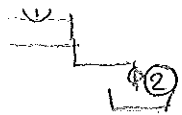
$$= \frac{F_m}{25 D_m^2} 25 D_m^2 = F_m$$

dus $F_b = F_m = \underline{\underline{300 \text{ N}}}$

Effekten:

$$P = F_b \cdot U_b = \underline{\underline{3,3 \text{ kW}}}$$

b. 68b $w_s = 0$



$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \Delta p_f$$

$$p_1 = p_2 = p_{atm} \quad V_1 = 0$$

$$\frac{1}{2} \rho V_2^2 + \Delta p_f = \rho g (z_1 - z_2) \quad (1)$$

(6.100b)

$$\Delta p_f = f \frac{\rho V^2}{2} \frac{\Delta L}{D} + (K_1 + K_2 + K_3) \frac{\rho V^2}{2} \quad (2)$$

$$(2) \text{ i } (1) \Rightarrow \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \frac{f \rho V_2^2 \Delta L}{2 D} +$$

$$K \cdot (K_2 + K_3) \frac{\rho V_2^2}{2} = \rho g (z_1 - z_2)$$

$$\frac{1}{2} \rho V_2^2 \left(1 + f \frac{\Delta L}{D} + \frac{K_1 + K_2 + K_3}{2.46} \right) = \rho g (z_1 - z_2)$$

$$= \rho g \underbrace{(z_1 - z_2)}_{h + L_1 + L_3 = 4}$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{8g}{3.46 + \frac{f \Delta L}{D}}} \quad (3)$$

f fås ur Moodydiag. $\frac{\epsilon}{D} = 0,002$
 $\nu = 10^{-6}$

gissa $V_2 = 1 \text{ m/s} \Rightarrow Re = 100000 \Rightarrow$

$$f = 0,0255 \quad (3) \Rightarrow V_2 = 3,97 \text{ m/s}$$

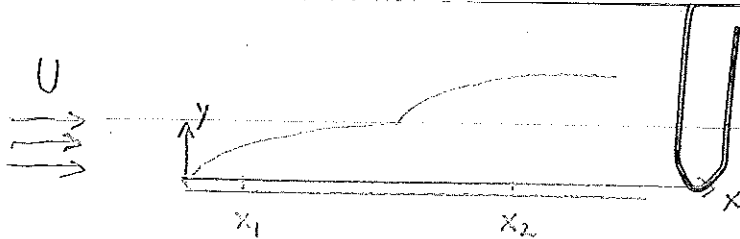
gissa $V_2 = 3,97 \Rightarrow Re = 397000$

$$\Rightarrow f = 0,024 \quad (3) \Rightarrow V_2 = 4,0 \text{ m/s OI}$$

$$Q = V_2 \cdot A = V_2 \frac{\pi D^2}{4} = 3,14 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$t = \frac{Vol}{Q} = \frac{1}{3,14 \cdot 10^{-2}} = \underline{\underline{32 \text{ s}}}$$

Svar: 32 s



Given: $U = 50 \text{ m/s}$

$$u(x_1, y_1) = u(x_2, y_2) = 42 \text{ m/s}$$

$$x_1 = 0,05 \text{ m} \quad x_2 = 2,5 \text{ m}$$

$$t = 20^\circ\text{C}$$

$$p = 100 \text{ kPa} \quad \nu = 15,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\rho = 1,189 \text{ kg/m}^3$$

Sökt: y_1 och y_2

Lösning:

a) $x = x_1$

$$Re_{x_1} = \frac{U x_1}{\nu} = 1,64 \cdot 10^5 < Re_{x_{kr}} \Rightarrow \text{lamin.}$$

$$\frac{u}{U} = \frac{42}{50} = 0,84 \quad \text{Tab. 7.1} \Rightarrow \eta = 2,96$$

$$y = \frac{\eta}{\sqrt{\frac{U}{\nu x}}} = 3,65 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

b) $x = x_2 \quad Re_{x_2} = 8,224 \cdot 10^6 > Re_{x_{kr}} = 5 \cdot 10^5$

\therefore turb gs. Antag omslag redan i framkanten

$$(7.43) \Rightarrow \tau_w = 0,135 \frac{\rho U^2}{\sqrt{Re_x}} = 4,127 \text{ Pa}$$

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = 1,863 \text{ m/s}$$

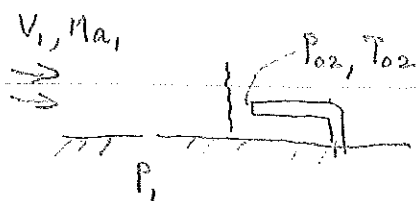
Antag log-lagen: $\frac{u}{u^*} = 2,44 \ln \frac{u^* y}{\nu} + 4,9$

$$\Rightarrow y = \frac{\nu}{u^*} e^{(\frac{u}{u^*} - 4,9)/2,44} = 0,0112 \text{ m}$$

Kontroll:

$$\frac{u^* y}{\nu} = 1382, \quad \text{log-lagen kan anses gälla}$$

Svar a) $y = 0,37 \text{ mm}$ b) $y = 11,2 \text{ mm}$



Givet: $p_1 = 35 \text{ kPa}$

$T_{02} = 540^\circ\text{C} = 613 \text{ K}$

$p_{02} = 260 \text{ kPa}$

Sökt: Ma_1, V_1

Gissa $Ma_1 = 2,0$ Tabell B1 $\Rightarrow \frac{p_1}{p_{01}} = 0,1278$

$\Rightarrow p_{01} = 273865 \text{ Pa}$

$Ma_1 = 2,0$, Tabell B2 $\Rightarrow \frac{p_{02}}{p_{01}} = 0,7209 \Rightarrow p_{02} = 197430 \text{ Pa}$

För lågt.

Gissa $Ma_1 = 2,3$ B1 $\Rightarrow \frac{p_1}{p_{01}} = 0,08 \Rightarrow p_{01} = 437500$

$Ma_1 = 2,3$ B2 $\Rightarrow \frac{p_{02}}{p_{01}} = 0,5833 \Rightarrow$

$\Rightarrow p_{02} = 255193 \approx 260 \text{ kPa}$, OK
(noggrannare iterering $\Rightarrow Ma_1 = 2,29$)

$Ma_1 = 2,3$ B1 $\Rightarrow \frac{T_1}{T_{01}} = 0,4859 \Rightarrow$

$T_{01} = T_{02}$ (adiabatiskt)

$\therefore T_1 = 0,4859 \cdot 613 = 298 \text{ K}$

$V_1 = Ma_1 \cdot a_1 = 2,3 \sqrt{\gamma R T_1} =$

$= 2,3 \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 298} = 796 \text{ m/s}$

Svar: $Ma_1 = 2,3$ $V_1 = 796 \text{ m/s}$