

- A1 (a) Transport orsakas generellt av naturlig utjämning av obalanser m.a.p. rörelsemängd, värme och massa. (1 p)
- (b) Friktion för transport av rörelsemängd, ledning och strålning för transport av värme, och (mass)diffusion för transport av massa. (2 p)
- (c) Strömning är ett makroskopiskt fenomen eftersom det inbegriper transport av "många på en gång" (jfr. kontinuum) eller förflyttning av "flödeselement". (1 p)
- A2 (a) När flaskan utsätts för kraft ökar trycket inuti flaskan. Vattnets densitet förblir oförändrad (inkompressibel fluid) men luftens densitet ökar (kompressibel fluid). Således minskar dykarens lyftkraft varpå den sjunker (till en ny nivå där involverade krafter balanserar eller till botten). (2 p)

- (b) Utgå från Bernoullis ekvation (index enligt figur):

$$y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} = y_4 + \frac{v_4^2}{2g} + \frac{P_4}{\rho g} \quad (\text{ekv. 6-11b, WRF6}) \quad (1)$$

Trycket på de båda fria ytorna kan gott approximeras med omgivningens tryck och trycktermerna tar ut varandra. Den fria ytan i akvariet kan anses relativt stor så att hastigheten varmed den sjunker är approximativt noll och kan försummas. Höjdskillnaden $y_4 - y_2 = H_2 + H_3$. Med dessa antaganden fås ur ekv. 1 att $v_2 = \sqrt{2g(H_2 + H_3)}$. (2 p)

- A3 (a) Termen $\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt}$ beskriver rörelsemängdens förändring i tiden och är en substantiell derivata som innehåller både lokal och konvektiv acceleration. Termen $\rho \mathbf{g}$ beskriver gravitationskraft, ∇P kraft orsakad av tryckgradient och $\mu \nabla^2 \mathbf{v}$ kraft på grund av friktion (viskös kraft). Samtliga termer i tre dimensioner. (2.5 p)
- (b) Inkompressibelt laminärt flöde med konstant viskositet. (1.5 p)

- A4 Appendix B ger för stationär värmeledning i radiell led för en sfär att:

$$\nabla^2 T = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0$$

Integrering två gånger ger:

$$T(r) = -\frac{C_1}{r} + C_2$$

Med randvärdet att $T = T_\infty$ vid $r = \infty$ fås att $C_2 = T_\infty$. Vidare ger randvärdet att $T = T_R$ vid $r = R$ att $C_1 = R(T_\infty - T_R)$ och vi får att:

$$T(r) = T_\infty - \frac{R(T_\infty - T_R)}{r^2}$$

Derivera $T(r)$ med avseende på r :

$$\frac{dT}{dr} = \frac{R(T_\infty - T_R)}{r^2}$$

Fourier's lag ger värmeflödet som:

$$q|_R = -4\pi R^2 k \frac{dT}{dr} = -4\pi Rk(T_\infty - T_R) = 4\pi Rk(T_R - T_\infty)$$

Värmeflödet uttryckt som konvektion tecknas:

$$q|_R = 4\pi R^2 h(T_R - T_\infty)$$

Identifiering ger att:

$$h = \frac{k}{R}$$

Utgående från definitionen av Nusselt's tal för en sfär fås:

$$\text{Nu} = \frac{hD}{k} = \frac{h2R}{k} = \frac{(k/R)2R}{k} = \frac{2R}{R} = 2$$

(4 p)

- A5 (a) Biots tal relaterar resistansen för den konduktiva (inre) värmeöverföringen till resistansen för den konvektiva (yttre) värmeöverföringen.

(1 p)

- (b) i) För litet Bi utgör den konvektiva värmetransporten det huvudsakliga transportmotståndet medan det för ledning är försumbart. Temperaturgradienten finns till största delen i omgivande fluid. ii) För Bi nära 1 är både ledning och konvektivt transportmotstånd av betydelse och inget kan försummas. Temperaturgradienter finns i både kropp och fluid. iii) För stort Bi utgör ledning det huvudsakliga transportmotståndet. Konvektivt transportmotstånd kan försummas och temperaturgradienten finns till största delen i kroppen.

(3 p)

- A6 (a) Om K ökar så får systemet en högre "bufferkapacitet" så att vid en koncentrationförändring vid ytan fås en långsammare utbredningshastighet av koncentrationsprofilen.

(2 p)

- (b) Om D_{AB} ökar, så får systemet en högre transporthastighet så att vid en koncentrationförändring vid ytan fås en snabbare utbredningshastighet av koncentrationsprofilen.

(2 p)

- A7 (a) När den våta kroppen omströmmas av luft sker samtidig transport av rörelsemängd, värme och massa. Strömningen är påtvingad vilket gör att transporten av rörelsemängd inte är kopplad till värme- och masstransporten. Däremot är värmetransporten kopplad till masstransporten. Avdunstad massa transporteras med konvektion till omgivningen och den drivande kraften är skillnaden i koncentration vid kroppen (mättnadskoncentration) och omgivningens (lägre) koncentration. Avdunstningen kräver energi som tas från kroppen varpå dess temperatur sjunker. Temperaturskillnaden mellan kroppen och omgivningen bildar en drivande kraft för värmetransport som sker med konvektion från omgivning till kropp. Vid stationära betingelser är energi bortförd genom masstransport i balans med energi tillförd genom konvektion av värme.

(2 p)

- (b) Energibalans där bortförd energi med masstransport är i balans med energi tillförd genom konvektion av värme.

$$Ak_c(c_{A,s} - c_{A,b})\Delta H_{vap} = Ah(T_s - T_b)$$

där A är kroppens yta, k_c massöverföringskoefficienten, $C_{A,s}$ och $C_{A,b}$ koncentrationen av A vid kroppens yta samt i omgivningens bulk (sökt), ΔH_{vap} förångningsentalpi, h värmeöverföringskoefficienten och T_s och T_b temperaturen vid kroppens yta samt i omgivningens bulk.

(2 p)

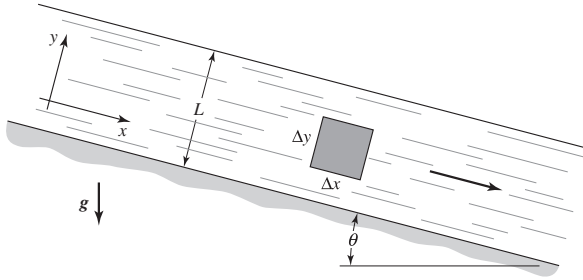
B1 **Sökt:** Volymflödet (Q) av vatten.

Fysikalisk situation: Stationär laminär strömning av inkompressibel fluid utmed ett lutande plan för vilken randeffekter kan försummas.

Strategi: Använd relevant uttryck för hastighetsprofilen, tag fram medelhastigheten och formulera uttryck för volymflödet.

Beräkningen:

- (a) Situationen kan skisseras enligt figuren där z -led är vinkelrät mot x - och y -led, dvs går inåt i figuren (ej utsatt). På flödet verkar gravitationskraft (g) samt skjuvkrafter parallellt med det fasta planet. (2 p)



- (b) För detta strömningsfall med koordinater definierade i figuren beskrivs hastighetsprofilen med:

$$v_x = \frac{\rho g L^2 \sin \theta}{\mu} \left(\frac{y}{L} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{L} \right)^2 \right) \quad (\text{ekv. 8-12, WRF6})$$

För inkompressibel fluid kan volymflödet tecknas $Q = v_{medel} A$ där A är tvärsnittsarean varigenom flödet passerar. Volymflödet är också lika med (dubbel)integrationen av hastighetsprofilen, dvs:

$$\begin{aligned} Q &= v_{medel} A = \int \int v_x dA \quad (\text{jämför Ex. 2 s 36, WRF6}) \\ &= \int_0^B \int_0^L \frac{\rho g L^2 \sin \theta}{\mu} \left(\frac{y}{L} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{L} \right)^2 \right) dz dy \\ &= \frac{\rho g L^2 \sin \theta}{\mu} B \int_0^L \left(\frac{y}{L} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{L} \right)^2 \right) dy \quad (\text{inkompressibel fluid}) \\ &= \frac{\rho g L^2 \sin \theta}{\mu} B \left[\frac{y^2}{2L} - \frac{1}{2} \left(\frac{y^3}{3L^2} \right) \right]_0^L \\ &= \frac{\rho g L^2 \sin \theta}{\mu} B \left(\frac{L^2}{2L} - \frac{1}{2} \left(\frac{L^3}{3L^2} \right) \right) \\ &= \frac{\rho g L^2 \sin \theta}{\mu} B \left(\frac{L}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{L}{3} \right) \right) \\ &= \frac{\rho g L^3 \sin \theta}{3\mu} B \\ &= \frac{998.2 \cdot 9.81 \cdot (1 \cdot 10^{-3})^3 \sin 30^\circ}{3 \cdot 993 \cdot 10^{-6}} \cdot 1 = 0.0016436 \text{ m}^3/\text{s} = 1.64 \text{ L/s} \end{aligned}$$

Dynamiska viskositeten hämtas ur Appendix I.

(6 p)

B2 Fysikalisk situation: Stationär värmetransport i en dimension med kombinerad konvektion (till/från) och ledning (genom) kompositvägg bestående av berylliumoxid (komponent A) och stål (komponent B) med ett internt kontaktmotstånd ($R_{kontakt}$). Väggens tvärsnittsarea är konstant.

Sökt: a) värmefflux samt b) temperaturprofil genom kompositväggen.

Beräkning:

a) Värmeffluxet kan tecknas som:

$$q/A = (T_{\infty,1} - T_{\infty,3}) \left(\frac{1}{h_g} + \frac{L_A}{k_A} + R_{kontakt} + \frac{L_B}{k_B} + \frac{1}{h_l} \right)^{-1} \quad (1)$$

Insättning av kända värden i ekv. 1 ger:

$$q/A = (2600 - 100) \left(\frac{1}{50} + \frac{0.01}{21.5} + 0.05 + \frac{0.02}{25.4} + \frac{1}{1000} \right)^{-1} = 34601 \approx \underline{34.6 \text{ kW/m}^2}$$

b) Temperaturerna på båda sidor om komponent A och B kan fås genom att betrakta värmetransporten genom varje komponent samt mellan komponenterna utgående från det i a) beräknade fluxet och arean är konstanta.

För gassidan gäller:

$$q/A = h_g(T_{\infty,1} - T_{yta,1}) \Rightarrow T_{yta,1} = T_{\infty,1} - \frac{q/A}{h_g} = 2600 - \frac{34600}{50} = \underline{1908 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

För komponent A gäller:

$$q/A = \frac{k_A}{L_A}(T_{A,1} - T_{A,2}) \Rightarrow T_{A,2} = T_{A,1} - \frac{L_A q/A}{k_A} = 1908 - \frac{0.01 \cdot 34600}{21.5} = \underline{1892 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

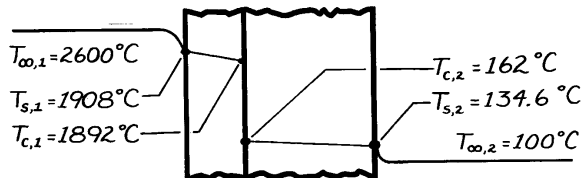
För transport mellan A och B gäller:

$$q/A = \frac{T_{A,2} - T_{B,2}}{R_{kontakt}} \Rightarrow T_{A,2} = T_{B,1} - R_{kontakt} q/A = 1892 - 0.05 \cdot 34600 = \underline{162 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

För transport genom komponent B gäller:

$$q/A = \frac{k_B}{L_B}(T_{B,2} - T_{B,3}) \Rightarrow T_{B,3} = T_{B,2} - \frac{L_B q/A}{k_B} = 162 - \frac{0.02 \cdot 34600}{25.4} = \underline{134.6 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

c) Temperaturprofilen kan skisseras som:



B3 Fysikalisk situation: Stationär masstransport i två faser (från gas till vätska).

Sökt: Totala massöverföringskoefficienten (K_L) samt andel transportmotstånd i gasfas.

Strategi: Använd transportekvationen för att beräkna K_L och K_G . Den senare relateras till given individuell massöverföringskoefficient (k_g) för att beräkna andelen transportmotstånd i gasfas.

Beräkning: Den totala transportekvationen baserad på totala massöverföringskoefficienter tecknas som:

$$N_A = K_L(c_{A,L}^* - c_{A,L}) = K_G(p_A - p_A^*) \quad (1)$$

varur de totala massöverföringskoefficienterna fås som:

$$K_L = N_A/(c_{A,L}^* - c_{A,L}) \quad \text{och} \quad K_G = N_A/(p_A - p_A^*)$$

Enligt uppgift gäller Henrys lag så att:

$$p_A^* = Hc_{A,L} \quad \text{eller} \quad H = \frac{p_A^*}{c_{A,L}} = \frac{3040}{1} = 3040 \text{ Pa m}^3/\text{mol}$$

På liknande sätt fås att:

$$p_A = Hc_{A,L}^* \quad \text{eller} \quad c_{A,L}^* = \frac{p_A}{H} = \frac{15190}{3040} \approx 5 \text{ mol/m}^3$$

och den totala massöverföringskoefficienten i vätskefas blir:

$$K_L = 4 \cdot 10^{-2}/(5 - 1) = \underline{\underline{0.01 \text{ m/s}}}$$

Den totala massöverföringskoefficienterna i gasfas blir:

$$K_G = 4 \cdot 10^{-2}/(15190 - 3040) = 3.29 \cdot 10^{-6} \text{ mol}/(\text{Pa s m}^2)$$

Med givet värde på den individuella massöverföringskoefficienten i gasfas kan andelen transportmotsånd i gasfasen beräknas som:

$$\frac{1/k_G}{1/K_G} = K_G/k_G = 3.29 \cdot 10^{-6}/3.95 \cdot 10^{-6} = 0.8334 \approx \underline{\underline{83\%}}$$

B4 Fysikalisk situation: Isens temperatur är vid smältpunkten och en god approximation är att all påtvingad konvektiv transport av värme från luft till is går åt till att smälta isen. Vidare avlägsnas vatten, dvs smält is, på mekanisk väg vilket betyder att transport av massa (förångning/diffusion) ej behöver tas hänsyn till.

Sökt: Tiden det tar för isen att smälta.

Strategi: Relatera den (påtvingade) konvektiva värmetransporten med den totala energiåtgången för att smälta isen och lös denna relation med avseende på tid.

Beräkning: Följande värmebalans (J/s) kan ställas upp:

$$q_{konv} = q_{smält} \quad (1)$$

där vänsterledet kan skrivas som:

$$q_{konv} = hA(T_{\infty} - T_{is}) = h4\pi r^2(T_{\infty} - T_{is}) \quad (2)$$

och högerledet som:

$$q_{smält} = \lambda_{is} \frac{dm_{is}}{dt} = \lambda_{is} \rho_{is} \frac{dV_{is}}{dt} = \lambda_{is} \rho_{is} \frac{4\pi}{3} \frac{dr^3}{dt} = \lambda_{is} \rho_{is} 4\pi r^2 \frac{dr}{dt} \quad (3)$$

Kombinera ekv. (1)-(3) och förenkla till:

$$h(T_{\infty} - T_{is}) = \lambda_{is} \rho_{is} \frac{dr}{dt} \quad (4)$$

Separera variabler och inför integration mellan tiden 0 och t samt radien 0 och R :

$$\int_0^t dt = \frac{\lambda_{is} \rho_{is}}{h(T_{\infty} - T_{is})} \int_0^R dr \quad (5)$$

vilket efter integration blir:

$$t = \frac{\lambda_{is} \rho_{is}}{h(T_{\infty} - T_{is})} R = \frac{334 \cdot 10^3 \cdot 910}{85 \cdot (20 - 0)} \cdot 0.02 = 3576 \text{ s} \approx \underline{1 \text{ timme}}. \quad (6)$$

Omtentamen i Transportprocesser



Program: TKKMT-2 TKKEF-2, TKBIO-2

Kurskod: KBT340 och KAA061

Examinator: Per-Anders Carlsson

Maximal poäng (p) är 60 och betyg Tre, Fyra och Fem kräver 30, 40 och 50 p, respektive.

Resultat anslås inom 15 arbetsdagar. Visning av omtentamen meddelas via anslag i Canvas.

19 Augusti 2025

Tid: 8:30-13:30

Sal: SB-L516, SB-M500

LÄS DETTA FÖRST!

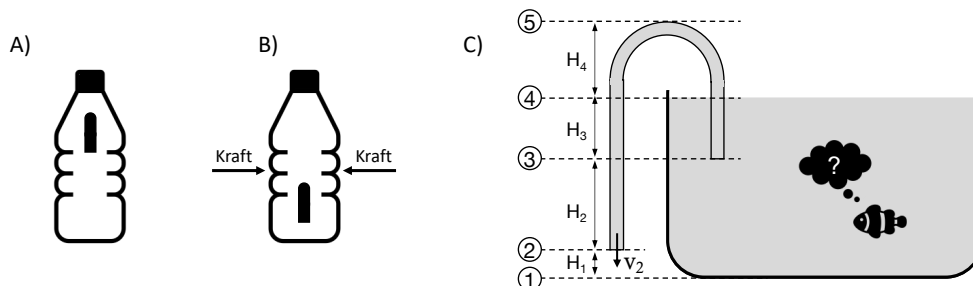
Hjälpmedel: valfri minnestömd miniräknare; formelsamlingar (TEFYMA, BETA, Physics Handbook, Nya Formelsamlingen och liknande); kursboken "Fundamentals of Momentum, Heat and Mass Transfer" av J. R. Welty, G. L. Rorrer and D. G. Foster.

Kom ihåg! Alla svar skall skrivas med egna ord på svenska. För full poäng på beräkningsuppgift måste beräkningarna presenteras klart och tydligt, och antaganden och försumningar motiveras. Korrekt utförda delsteg ger delpoäng även om uppgiften inte är löst i sin helhet.

Lycka till!

DEL A

- T1 (a) Varför sker transport av rörelsemängd, värme och massa? (1 p)
- (b) Utöver strömning, vilka är de huvudsakliga mekanismerna för transport av rörelsemängd, värme och massa? (2 p)
- (c) Är strömning ett makroskopiskt eller mikroskopiskt fenomen? Motivera. (1 p)
- T2 (a) I experimentet *Cartesisk dykare* placeras en delvis luftfyllt kropp med öppen undersida "svävande" i en vattenfylld stängd plastflaska (figur A). Om man klämmer på flaskan och därmed utsätter den för kraft sjunker kroppen (figur B). Förklara varför! (2 p)
- (b) Vid tömning av akvarium används ibland en hävert (figur C). Härled ett uttryck för utloppshastigheten (v_2). (2 p)



T3 Följande ekvation kan användas för att beskriva vissa strömningsfall:

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \rho \mathbf{g} - \nabla \mathbf{P} + \mu \nabla^2 \mathbf{v}$$

(a) Förklara varje term. (2.5 p)

(b) Vilka antaganden ligger till grund för ekvationen? (1.5 p)

T4 Visa att $Nu = 2$ för fallet med enbart värmeledning (stationär) från en sfär till en stor stillastående volym fluid. Antag att temperaturen på ytan av sfären ($r = R$) är T_R och långt ifrån ($r = \infty$) är T_∞ . (4 p)

T5 Vid konvektiv uppvärmning av en fast kropp används Biot's tal för att karakterisera värmeöverföringen.

(a) Vad är innebörden av Biot's tal? (1 p)

(b) Diskutera värmeöverföringen mellan den fasta kroppen och omströmmande medium när Biot's tal är i) litet, ii) nära 1 och iii) stort. Vilka approximationer kan göras i respektive fall? (3 p)

T6 Den instationära diffusionsekvationen med adsorption i en dimension skrivs:

$$K \frac{\partial c_A}{\partial t} = D_{AB} \frac{\partial^2 c_A}{\partial x^2}$$

där K är jämviktskonstanten för adsorption, som är lika med 1 i fallet utan adsorption. För en koncentrationsförändring på ytan, hur ändras utbredningshastigheten av koncentrationsprofilen om materialet ändras så att:

(a) K ökar? (2 p)

(b) D_{AB} ökar? (2 p)

Motivera dina svar.

T7 En våt kropp omströmmas av luft och antar efter lång tid den så kallade våttemperaturen.

(a) Beskriv den fysikaliska situationen vid stationära betingelser. (2 p)

(b) Genom att mäta kroppens temperatur kan man beräkna luftfuktigheten. Ställ upp relevant balans för denna beräkning. (2 p)

DEL B

- B1 Vatten som håller 20 °C strömmar laminärt längs ett plan och bildar en vattenfilm med tjockleken 1 mm. Planets bredd är 1 m och dess vinkel mot horisontalplanet är 30°. Randeffekter kan försummas.
- (a) Gör en enkel skiss över situationen och förklara vilka krafter som verkar på flödet. (2 p)
 - (b) Beräkna det stationära volymflödet. (6 p)
- B2 En kompositvägg används för att särskilja heta förbränningsgaser (2600 °C) från vätskeformig kylmedia (100 °C). Väggen består av ett 10 mm tjockt skikt av berylliumoxid ($k = 21.5 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$) på gassidan och ett 20 mm tjockt skikt av rostfritt stål ($k = 25.4 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$) på vätskesidan. Värmeöverföringstalet på gassidan är $50 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ och på vätskesidan $1000 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$. Värmeöverföringen mellan berylliumoxiden och stålet är förknippad med vad som kan beskrivas som en "engångsförlust" eller ett "kontaktmotstånd" (R_{kontakt}) som är $0.05 \text{ m}^2\text{K W}^{-1}$.
- (a) Hur stort är värmefluxet genom kompositväggen? Strålning kan försummas. (3 p)
 - (b) Beräkna temperaturerna på båda sidor av dels berylliumoxiden och dels stålet under samma förutsättningar som i a). (4 p)
 - (c) Gör en enkel skiss som visar temperaturprofilen från gasbulk till vätskebulk. (1 p)
- B3 I ett absorptionstorn renas luft från ämne A genom absorption i vatten i ett motströmsförfarande vid 1 atm och 293 K. I en del av tornet är partialtrycket av A 15.19 kPa och motsvarande koncentration i vätskeströmmen är 1 mol/m^3 . Det uppmätta fluxet av A i samma del är $4 \cdot 10^{-2} \text{ mol}/(\text{m}^2\text{s})$. Den individuella massöverföringskoefficienten för gasfasen är $3.95 \cdot 10^{-6} \text{ mol}/(\text{m}^2\text{sPa})$. Henry's lag antas gälla och partialtrycket av A i jämvikt med ovan angivna vätskefas-koncentration är 3.04 kPa. Uppskatta den totala massöverföringskoefficienten och beräkna hur stor andel av transportmotståndet som finns i gasfasen. (8 p)
- B4 Hur lång tid tar det för en isglass som hålls i vinden att smälta om isens temperatur är 0 °C och omgivningens temperatur är 20 °C?
- För att förenkla beräkningarna kan isglassen approximeras med en sfär av ren is med diametern 4 cm samt att vatten som bildas avlägsnas på mekanisk väg (alltså ej genom avdunstning). Isens densitet är 910 kg/m^3 och dess smältentalpi är 334 kJ/kg . Konvektionskoefficienten är $85 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ och kan anses konstant under hela smältförloppet. (8 p)