Tentamen i IMS090, 2026-03-18

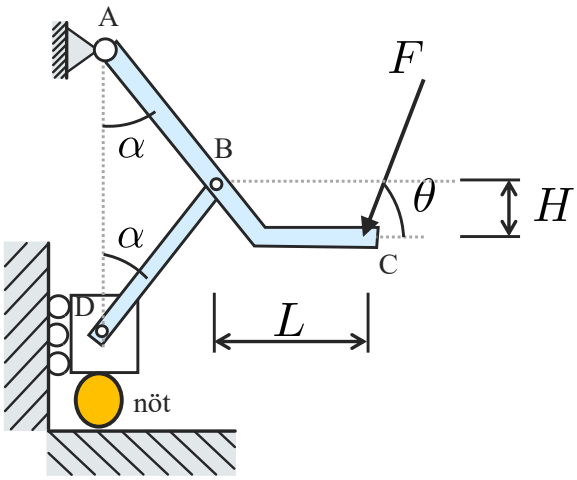
- **Tid:** 08:30-12:30 **Lokaler:** SB-D020, SB-D209, SB-D309, SB-D409.
- **Lärare:** Magnus Ekh, tele 0708-282358
  Besöker salen vid start av tentamen samt ca kl 10:00 och 11:15.
- **Hjälpmedel**
  - "Formelsamling i hållfasthetslära för Maskinteknik", Brouzoulis och Ekh. OBS! Inga egna anteckningar.
  - Python på datorerna
- **Intruktioner**
  - På omslaget till dina inlämnade handskrivna lösningar ange även datornamn
  - Datornamnet hittar ni genom att öppna startmenyn och skriva "about" och får då upp information om datorn.
  - Viktigt att ange källhänvisning till ekvationer som används, t.ex. "FS sida 8". Samt om ni använder resultat från era Pythonfiler ange filnamnet, t.ex. från `filnamn.py` fås $a = 3$ m.
  - Spara eventuella Pythonfiler som ni använder i era lösningar under `c:\__exam__\Assignments\`
- **Lösningar**: Anslås på kurshemsidan (Canvas) dagen efter tentamen.
- **Resultat**: Meddelas senast 1 april. Granskning 1 april och 14 april i Maskingränd 1 (en våning upp).

- **Poängbedömning**: Maxpoäng på tentan är 25. För att få poäng måste det skrivna vara läsligt och uppställda ekvationer skall klart motiveras. Vidare skall entydiga beteckningar användas och tydliga figurer ritas. Tänk på att kontrollera dimensioner och rimlighet i svaren. Ange enheter på svaren.

- **Betygsgränser**:
  20-25p: betyg 5
  15-19p: betyg 4
  10-14p, betyg 3
  0-9p, betyg U

Uppgift 1

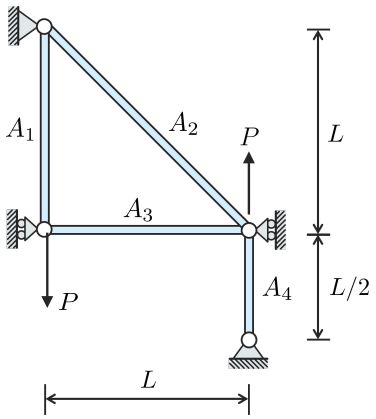
En nötknäckningsanordning består av länkarmen ABC och stången BD. Stången BD är ledlagrad i sina båda ändar och är fäst vid en stel skiva (rektangel) vid D. Denna skiva kan röras friktionsfritt mot den vertikala väggen och är i kontakt med nöten. Länkarmen belastas med kraften F i en vinkel θ enligt figuren. Vad blir vertikala kraften på nöten (antag friktionsfri kontakt mellan nöt och stela skivan) uttryckt i F? **(5p)**



Givna data: avstånd mellan A och B är $L_{AB} = 3L/2$, avstånd mellan B och D är $L_{BD} = 3L/2$, $H = L/3$, $\alpha = 15^o$, $\theta = 75^o$.

Uppgift 2

Ett stångsystem består av 4 stänger enligt figuren. Stängerna är gjorda av samma linjärt elastiska material med elasticitetsmodulen E.



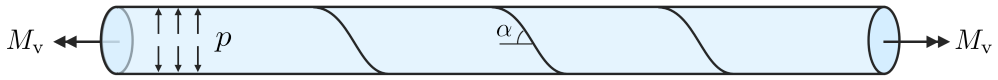
a) Bestäm de vertikala förskjutningarna i de två punkterna där lasterna angriper då $P = 3$ kN. **(3p)**

b) Bestäm den största kraft P_s som kan tillåtas utan att plastisk deformation uppstår i någon stång. **(2p)**

Given data: $A = 30 \cdot 10^{-6}$ m^2, $L = 1.3$ m, $E = 210$ GPa, $A_1 = A$, $A_2 = 2\,A$, $A_3 = A_4 = 3\,A$ och sträckgränsen för stångmaterialet $\sigma_s = 250$ MPa.

Uppgift 3

En sluten tunnväggig cylinder belastas med ett inre övertryck p. Cylindern belastas även av ett pålagt vridmoment M_v. Cylindern är tillverkad genom att en plåt böjts enligt ett spiralmönster med vinkel α och därefter svetsats ihop. Tvärsnittet kan betraktas som tunnväggig med medelradien a och godstjockleken h.



a) Uttryck spänningarna i rörledningen σ_φ, σ_z och $\tau_{\varphi z}$ i de givna storheterna p, a, h och M_v. **(2p)**

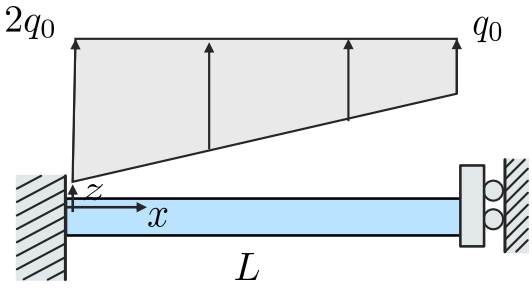
b) Bestäm minsta nödvändiga godstjocklek h så att normalspänningen i svetsfogen inte överstiger 100 MPa. För denna deluppgift, antag följande numeriska värden: $p = 4$ MPa, $M_\mathrm{v} = 15$ kNm, $a = 100$ mm, $\alpha = 70°$. **(3p)**

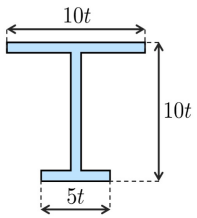
Uppgift 4

En balk är tillverkad av ett linjärt elastiskt material och har konstant böjstyvhet EI och samt L. Den är inspänd enligt figuren. Den belastas av en utbredd last med intensitet $q(x) = 2\,q_0 - \dfrac{q_0 x}{L}$ (kraft/längd), med x enligt figuren.

a) Bestäm utböjningen $w(x)$ (utan att sätta in numeriska värden givna i b)). **(2p)**

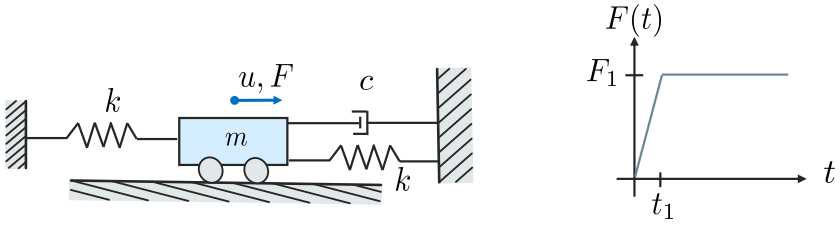
b) Balken har ett enkelsymmetriskt I-tvärsnitt med godstjocklek $t = 10$ mm enligt figuren. Bestäm största böjnormalspänningen om $q_0 = 3$ N/mm, $L = 3$ m. Antag $E = 200 \cdot 10^3$ MPa. **(3p)**





Uppgift 5

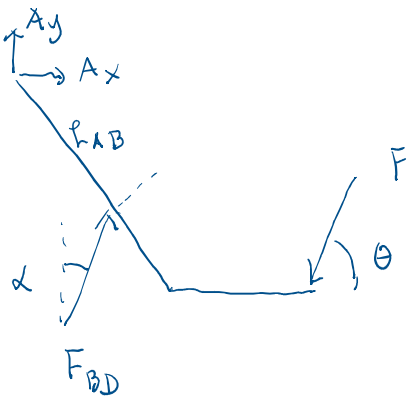
En massa m har en initiell hastighet $\dot{u}(0) = 5$ m/s åt höger och förskjutningen u är då 0. Den är inspänd mellan två fjädrar med fjäderstyvhet k (kraft/förlängning). På dess högersida är den också fastsatt med en dämpare med dämpningskoefficienten c (kraft/hastighet). Massan belastas med kraften $F(t)$ som ökar linjärt från 0 vid tiden 0 till F_1 vid tiden t_1. Efter tiden t_1 är kraften konstant.



Givna data: $m = 10$ [kg], $k = 100$ [N/m], $c = 10$ [N/(m/s)], $t_1 = 1$ s, $F_1 = 1000$ N.

a) Bestäm förskjutningen $u(t)$ hos massan då $0 \leq t \leq 10$ s. Plotta $u(t)$ och $\dot{u}(t)$ i Python. **(4p)**

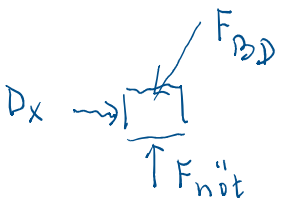
b) Vad blir förskjutningen för $t \to \infty$? Motivera detta utan att använda numerisk lösare i Python. **(1p)**



$\curvearrowright$: $-F_{BD}\cos\alpha \cdot l_{AB}\sin\alpha - F_{BD}\sin\alpha \cdot l_{AB}\cos\alpha$

$+ F\sin\theta\,(h + l_{AB}\sin\alpha) +$

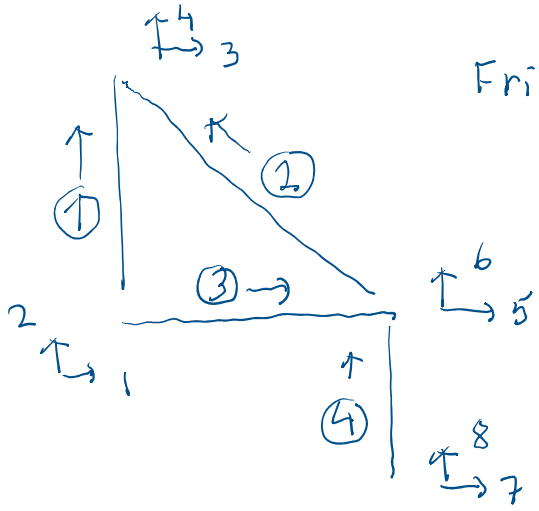
$+ F\cos\theta\,(H + l_{AB}\cos\alpha) = 0$



$\uparrow$: $F_{nöt} - F_{BD}\cos\alpha = 0$

Python $\Rightarrow$ $F_{nöt} \approx 2{,}3 \cdot F$ //

2)



Frihetsgrader och elementnummer

Givet: $a_1 = a_3 = a_4 = a_5 = a_7 = a_8 = 0$

$\underline{P}_2 = -\underline{P}$, $\underline{P}_6 = \underline{P}$

Obekanta: $\underline{P}_1$, a_2, P_3, P_4, $\underline{P}_5$, a_6, P_7, P_8

Python $\Rightarrow$ $a_2 \approx -0{,}62$ mm , $a_6 \approx 0{,}092$ mm

förlängningar fås sedan från FS

$$\delta = \begin{bmatrix} -\cos\alpha & -\sin\alpha & \cos\alpha & \sin\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{1x} \\ P_{1y} \\ P_{2x} \\ P_{2y} \end{bmatrix}$$

$\varepsilon = \delta / L$

$\sigma = E\,\varepsilon$

Python $\Rightarrow$ $\sigma_1 \approx 100$ MPa , $\sigma_2 \approx -5.27 \cdot \sqrt{2}$ MPa ,

$\sigma_3 = 0$ MPa , $\sigma_4 \approx 29.8$ MPa

och detta var för $P = 3000$ N.

Eftersom det är ett linjärt problem

fås $\sigma_8 = 250$ MPa för $P = 3000 \cdot \frac{250}{100} = 7500$ N //

3a) Ångspänningsformlerna FS

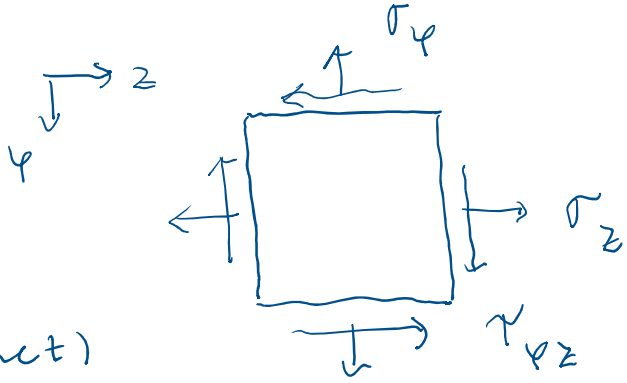
$$\sigma_\varphi = \frac{pa}{h} \qquad \sigma_z = \frac{pa}{2h} \qquad \sigma_r \approx 0$$

Vridskjuvspänning FS tunnväggigt

$$\tau_{\varphi z} = \frac{M_v}{2\pi a^2 h}$$

b) Spänningsmatrisen

$$\underline{\underline{S}} = \begin{bmatrix} \sigma_z & \tau_{\varphi z} \\ \tau_{\varphi z} & \sigma_\varphi \end{bmatrix}$$



Normal (i zφ-systemet)

$$\underline{n} = \begin{bmatrix} \cos\theta \\ -\sin\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\alpha \\ -\cos\alpha \end{bmatrix}$$

Spänningsvektor $\underline{s} = \underline{\underline{S}} \cdot \underline{n}$

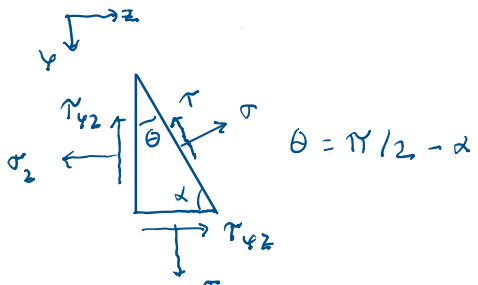
Normalkomponent $\sigma = \underline{s} \cdot \underline{n}$

Python $\Rightarrow$ $\sigma \approx \frac{69.94}{h} = \sigma_{max}$

$\Rightarrow h \approx 0.70$ mm //

Alt.

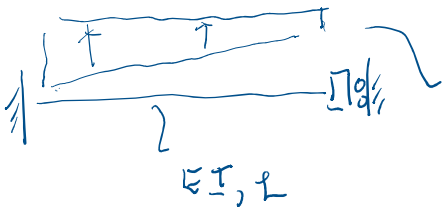
FS



$\theta = \pi/2 - \alpha$

$$\sigma(\theta) = \frac{\sigma_z + \sigma_\varphi}{2} + \frac{\sigma_z - \sigma_\varphi}{2}\cos(2\theta) - \tau_{\varphi z}\sin(2\theta)$$

4)



$q(x) = 2q_0 - q_0 x/L$

a) elast linjens ekv. $\frac{d^4w}{dx^4} = \frac{q(x)}{EI}$

randvillkor $w(0) = 0$, $w'(0) = 0$

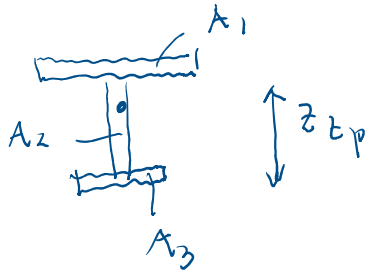
$w'(L) = 0$, $T(L) = 0$

$T(L) = -EIw'''(L)$

Python =>

$$w(x) = -\frac{q_0 x^2}{240 EI L}\left(-55L^3 + 60L^2x - 20Lx^2 + 2x^3\right)$$

b)



Yt centrum

$$z_{tp} = \frac{A_1 z_1 + A_2 z_2 + A_3 z_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

där

$A_1 = 10 \cdot t \cdot t$

$z_1 = 10 \cdot t - t/2$

$A_2 = t \cdot (10 \cdot t - 2 \cdot t)$

$z_2 = 5 \cdot t$

$A_3 = 5 \cdot t \cdot t$

$z_3 = t/2$

$z_{tp} \approx 59{,}8$ mm

FS, Steiners sats

$$I_y = 10 \cdot t \cdot t^3/12 + A_1 \cdot (z_1 - z_{tp})^2 + t \cdot (10 \cdot t - 2t)^3/12 + A_2 (z_2 - z_{tp})^2 +$$

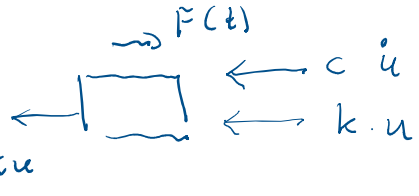
$$+ 5 \cdot t \cdot t^3/12 + A_3 (z_3 - z_{tp})^2 \approx 3257000 \text{ mm}^4$$

Normalspänning $\sigma = \dfrac{M(x) z}{I_y}$

störst normalspänning till belopp

$$\sigma_{max} = \frac{\max |M(x)| \, z_{tp}}{I_y} = \text{Python} \approx 227 \text{ MPa} //$$

5) Frilägging



$$m\ddot{u} = -2ku - c\dot{u} + F(t)$$

1:a ordn. system $v = \dot{u}$

$$\begin{cases} \dot{v} = -2k/m\, u - c/m\, v + F(t)/m \\ \dot{u} = v \end{cases}$$

Initialvillkor: $v(0) = 5$ m/s, $u(0) = 0$

a) se Python

b) Efter lång tid $\dot{u} = 0$, $\ddot{u} = 0$

$$\Rightarrow 0 = -2 \cdot k \cdot u + F_1 \Rightarrow$$

$$u = \frac{F_1}{2k} = 5 \text{ m} \;//$$