Tentamen i IMS090, 2023-04-03

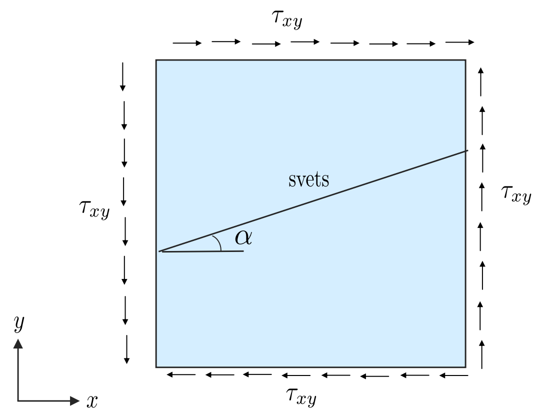
- **Tid:** 14:00-18:00 **Lokal:** SB-D409.
- **Lärare:** Magnus Ekh, tele 7723479, 0708-282358
  Besöker salen vid start av tentamen samt kl 16:00.
- **Hjälpmedel**
  - "Formelsamling i hållfasthetslära för IMS090", Ekh, Hansbo, Brouzoulis. OBS! Inga egna anteckningar.
  - Matlab (inklusive dess inbyggda dokumentation) på datorerna
- **Intruktioner**
  - På dina inlämnade handskrivna lösningar ange förutom anonym kod även datornamn
  - Datornamnet hittar ni genom att öppna startmenyn och skriva "about" och får då upp information om datorn.
  - Viktigt att ange källhänvisning till ekvationer som används, t.ex. "FS sida 8". Samt om ni använder resultat från era Matlabfiler ange filnamnet, t.ex. från `filnamn.m` fås $a = 3$.
  - Spara eventuella Matlabfiler som ni använder i era lösningar under `c:\__exam__\Assignments\`
  - I dessa matlabfiler skriv `%` följt av er anonyma kod på den översta raden,
    `% IMS090-123456`
- **Lösningar**: Anslås på kurshemsidan (Canvas) dagen efter tentamen.
- **Betygslista**: Medddelas senast 12 april på Canvas.

- **Poängbedömning**: Maxpoäng på tentan är 25. För att få poäng måste det skrivna vara läsligt och uppställda ekvationer skall klart motiveras. Vidare skall entydiga beteckningar användas och tydliga figurer ritas. Tänk på att kontrollera dimensioner och rimlighet i svaren.

- **Betygsgränser**:
  20-25p: betyg 5
  15-19p: betyg 4
  10-14p, betyg 3
  0-9p, betyg U

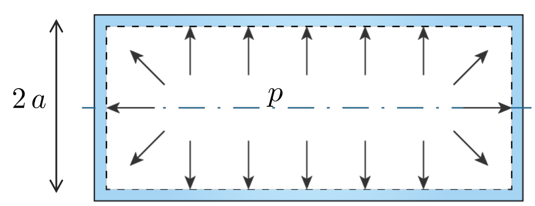
Uppgift 1

En skiva utsätts för skjuvspänningen $\tau_{xy} = 50$ MPa enligt figuren (alla övriga spänningar är noll). Skivan består av två delar som är sammansvetsade i en vinkel $\alpha = 20^o$ (mot en horisontallinje). Bestäm normalspänning och skjuvspänning i svetsen.



Uppgift 2

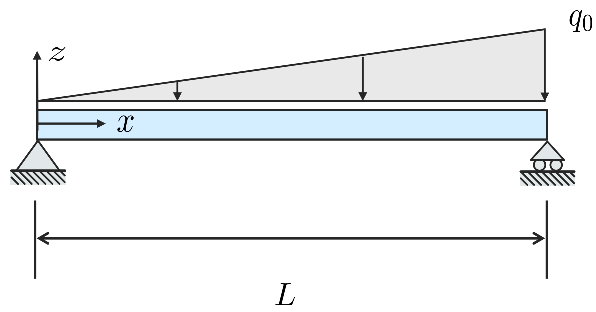
I en läskburk (kan här betraktas som tunnväggigt tryckkärl) verkar ett inre övertryck p. Läskburken antas vara tillverkad av aluminium med elas-



ticitetsmodul $E = 70$ [GPa] och Poissons tal $\nu = 0,3$. Tjockleken på burken h antas vara $a/40$. I mantelytan (mitt på burken) uppmättes töjningen i längsled till $\epsilon_z = 0,1 \cdot 10^{-3}$. Bestäm det inre övertrycket p och bestäm effektivspänningen som verkar i burkmaterialet enligt von Mises σ_{e}.

Uppgift 3

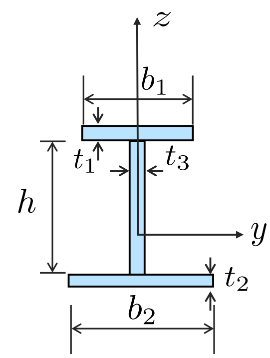
En balk belastas med en linjärt varierande utbredd last $q(x)$ enligt figuren. Balken har böjstyvheten EI och längden L.



(a) Bestäm balkens utböjning $w(x)$ och samtliga stödreaktioner.

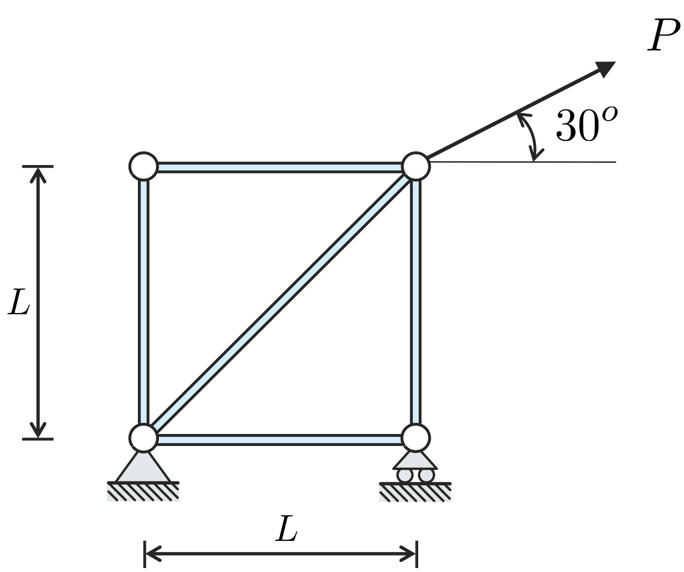
(b) Antag $L = 1$ m och $q_0 = 5$ N/mm. Bestäm största böjmomentet längs balken.

(c) Bestäm största normalspänningen i balken med följande tvärsnitt där $t_1 = t_2 = t_3 = 3$ mm, $b_1 = 35$ mm $b_2 = 40$, $h = 55$ mm.



Uppgift 4

Ett stångsystem består av fem stänger enligt figuren nedan. Stängerna är gjorda av samma material med elasticitetsmodulen E och samma tvärsnittsarea A.

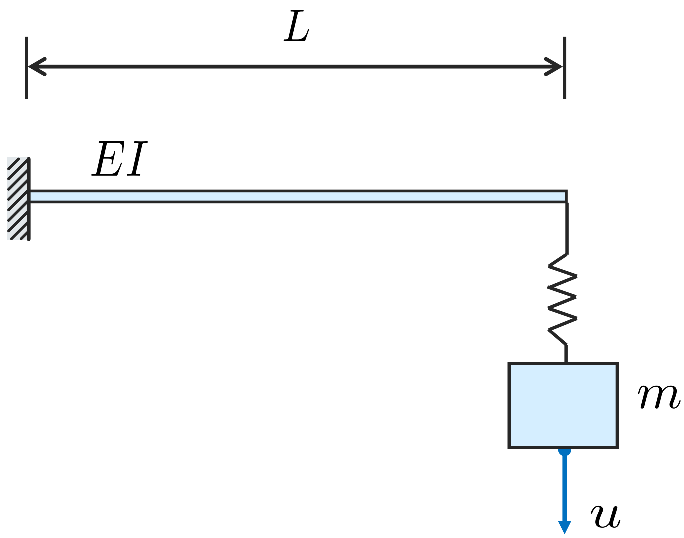


(a) Bestäm förskjutningen av knutpunkten där lasten P appliceras. Antag följande numeriska värden $A = 100$ mm^2, $L = 500$ mm, $E = 210 \cdot 10^3$ MPa och $P = 10$ kN.

(b) Bestäm storleken på P när någon stång plasticerar. Antag flytgräns $\sigma_s = 400$ MPa i samtliga stänger.

Uppgift 5

En massa m hänger med en fjäder i en konsolbalk. Konsolbalkens massa kan försummas. Antag att $u = 0$ och massans hastighet är stilla vid tiden $t = 0$. Antag att fjädern är ospänd för $u = 0$ och att tyngdaccelerationen är g.



a) Bestäm största och minsta värde på förskjutningen $u(t)$ för $t \geq 0$.

b) Bestäm största och minsta kraften i fjädern för $t \geq 0$.

c) Efter ett antal svängningar i verkligheten (fås om t.ex. friktionsförluster hade beaktats) kommer massan att bli stilla och uppnå jämvikt. Vad är förskjutningen u i detta läge?

Givna data: m=10 kg, $k = 100$ N/m, $L = 1$ m, $EI/L^3 = 2k$, g=9.81m/s^2.

Uppgift 1.

```
syms alpha 'real'
Tau_xy=50; %MPa
```

Formelsamling s.19 ger normal och skjuvspänning:

```
phi=pi/2+alpha;
sigma=Tau_xy*sin(2*phi)
```

sigma = $-50\sin(2\,\alpha)$

```
tau=Tau_xy*cos(2*phi)
```

tau = $-50\cos(2\,\alpha)$

Numeriskt värde

```
sigma_=double(subs(sigma,alpha,20*pi/180))
```

```
sigma_ = -32.1394
```

```
tau_=double(subs(tau,alpha,20*pi/180))
```

```
tau_ = -38.3022
```

Uppgift 2

Ångpanneformlerna, FS s. 20

```
syms p a 'real'
h=a/40;
sigma_r=0;
sigma_phi=p*a/h
```

sigma_phi = $40\,p$

```
sigma_z=p*a/2/h
```

sigma_z = $20\,p$

Hookes lag, FS s20

```
Emod=70e3; %MPa
```

```
nu=0.3;
eps_z=1/Emod*(sigma_z-nu*(sigma_r+sigma_phi))
```

eps_z =

$$\frac{p}{8750}$$

```
p_=solve(eps_z==0.1e-3,p)
```

p_ =

$$\frac{7}{8}$$

Sätt in detta p_ i uttrycken för spänningarna:

```
sigma_phi_=double(subs(sigma_phi,p,p_))
```

sigma_phi_ = 35

```
sigma_z_=double(subs(sigma_z,p,p_))
```

sigma_z_ = 17.5000

von Misesspänning enligt FS s. 21

```
sigma_e=1/sqrt(2)*sqrt( sigma_phi_^2+sigma_z_^2+(sigma_phi_-sigma_z_)^2 )
```

sigma_e = 30.3109

Uppgift 3a

```
clear all
syms x q0 L 'real'
q(x)=q0*x/L
```

q(x) =

$$\frac{q_0\, x}{L}$$

Stödreaktioner från jämvikt. Ra=kraft uppåt vid vä stöd. Rb=kraft uppåt vid hö stöd.

```
syms Ra Rb 'real'
ekv1=Ra+Rb-int(q(x),x,[0,L]) %kraftjämvikt
```

ekv1 =

$$\mathrm{Ra} + \mathrm{Rb} - \frac{L\, q_0}{2}$$

```
ekv2=-Rb*L+int(q(x)*x,x,[0,L]) %momentjämvikt kring vä stöd
```

```
ekv2 =
```

$$\frac{L^2\, q_0}{3} - L\, \mathrm{Rb}$$

```
ekvationer=[ekv1==0,ekv2==0];
obekanta=[Ra,Rb];
sol=solve(ekvationer,obekanta);
Ra_=sol.Ra
```

```
Ra_ =
```

$$\frac{L\, q_0}{6}$$

```
Rb_=sol.Rb
```

```
Rb_ =
```

$$\frac{L\, q_0}{3}$$

Utböjningen fås genom lösning av balkens d.e.

```
syms w(x)
syms Emod I C1 C2 C3 C4 'real'
%FS s.4
w(x)=C1*x^3/6+C2*x^2/2+C3*x+C4+1/(Emod*I)*int( int( int( int( q(x),x ),x ),x ),x )
```

```
w(x) =
```

$$C_4 + C_3\, x + \frac{C_1\, x^3}{6} + \frac{C_2\, x^2}{2} + \frac{q_0\, x^5}{120\, \mathrm{Emod}\, \mathrm{I}\, L}$$

```
M(x)=Emod*I*(-diff( diff(w(x),x),x))
```

```
M(x) =
```

$$-\mathrm{Emod}\, \mathrm{I}\, \left(C_2 + C_1\, x + \frac{q_0\, x^3}{6\, \mathrm{Emod}\, \mathrm{I}\, L}\right)$$

Randvillkor

```
rv=[w(0)==0,M(0)==0,w(L)==0,M(L)==0];
sol=solve(rv,[C1,C2,C3,C4])
```

```
sol = struct with fields:
    C1: [1×1 sym]
    C2: [1×1 sym]
    C3: [1×1 sym]
```

```
C4: [1×1 sym]
```

```
w_(x)=subs( w(x),[C1,C2,C3,C4],[sol.C1,sol.C2,sol.C3,sol.C4])
```

```
w_(x) =
```

$$\frac{7\,L^3\,q_0\,x}{360\,\mathrm{Emod}\,\mathrm{I}}-\frac{L\,q_0\,x^3}{36\,\mathrm{Emod}\,\mathrm{I}}+\frac{q_0\,x^5}{120\,\mathrm{Emod}\,\mathrm{I}\,L}$$

```
M_(x)=subs( simplify( M(x)),[C1,C2,C3,C4],[sol.C1,sol.C2,sol.C3,sol.C4])
```

```
M_(x) =
```

$$-\frac{q_0\,x^3-L^2\,q_0\,x}{6\,L}$$

Uppgift 3b

```
Mn(x)=subs(M_(x),[q0,L],[5,1e3])
```

```
Mn(x) =
```

$$\frac{2500\,x}{3}-\frac{x^3}{1200}$$

```
xn=linspace(0,1e3,500);
plot(xn,double(Mn(xn)))
xlabel('x [mm]')
ylabel('M(x) [Nmm]')
max_M=double(max(Mn(xn)))
```

```
max_M = 3.2075e+05
```

Uppgift 3c

```
%tp i z-led från undersidan
t1=3; t2=t1; t3=t1;
b1=35; b2=40; h=55;
ztp=(b2*t2*t2/2+t3*h*(t2+h/2)+b1*t1*(t2+h+t1/2))/( b2*t2+h*t3+t1*b1)
```

```
ztp = 29.3846
```

```
%Steiners sats, FS s6
Itot=b2*t2^3/12+b2*t2*(t2/2-ztp)^2+...
    t3*h^3/12+t3*h*(t2+h/2-ztp)^2+...
    b1*t1^3/12+b1*t1*(t2+h+t1/2-ztp)^2
```

```
Itot = 2.3050e+05
```

```

%störst spänning maxM*zmax/Itot
zmax=max(ztp,(t2+h+t1-ztp))
```

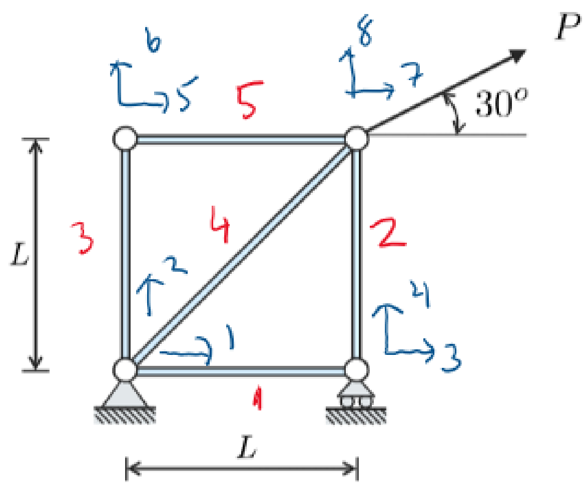
```
zmax = 31.6154
```

```
sigma_max=max_M*zmax/Itot
```

```
sigma_max = 43.9936
```

Uppgift 4

Frihetsgrader och stångnumrering:




```
clear all
syms a1 a2 a3 a4 a5 a6 a7 a8 P1 P2 P3 P4 P5 P6 P7 P8 'real'
E=210e3; A=100;
L=500;
P=10e3;

%Ktot=sym('Ktot',3,3);
%givna storheter
a1=0; a2=0; a4=0;
P3=0; P5=0; P6=0; P7=P*cosd(30); P8=P*sind(30);
%definiera vektorer
avektor=[a1 a2 a3 a4 a5 a6 a7 a8]'; Pvektor=[P1 P2 P3 P4 P5 P6 P7 P8]';
Ktot=sym(zeros(8,8));

Kel=@(E,A,L,s,c) E*A/L*[c^2 c*s -c^2 -c*s; ...
                        c*s s^2 -c*s -s^2; ...
                        -c^2 -c*s c^2 c*s; ...
                        -c*s -s^2 c*s s^2];


%element 1
L1=L; E1=E; A1=A;
alpha1=0;
```

```
Kel_1=Kel(E1,A1,L1,sin(alpha1),cos(alpha1))
```

```
Kel_1 = 4×4
       42000           0      -42000           0
           0           0           0           0
      -42000           0       42000           0
           0           0           0           0
```

```
Ktot(1:4,1:4)=Ktot(1:4,1:4)+Kel_1;

%element 2
L2=L; E2=E; A2=A;
alpha2=pi/2;
Kel_2=Kel(E2,A2,L2,sin(alpha2),cos(alpha2))
```

```
Kel_2 = 4×4
10^4 ×
    0.0000    0.0000   -0.0000   -0.0000
    0.0000    4.2000   -0.0000   -4.2000
   -0.0000   -0.0000    0.0000    0.0000
   -0.0000   -4.2000    0.0000    4.2000
```

```
Ktot([ 3 4 7 8],[3 4 7 8])=Ktot([3 4 7 8],[3 4 7 8])+Kel_2;

%element 3
L3=L; E3=E; A3=A;
alpha3=pi/2;
Kel_3=Kel(E3,A3,L3,sin(alpha3),cos(alpha3))
```

```
Kel_3 = 4×4
10^4 ×
    0.0000    0.0000   -0.0000   -0.0000
    0.0000    4.2000   -0.0000   -4.2000
   -0.0000   -0.0000    0.0000    0.0000
   -0.0000   -4.2000    0.0000    4.2000
```

```
Ktot([1 2 5 6],[1 2 5 6])=Ktot([1 2 5 6],[1 2 5 6])+Kel_3;

%element 4
L4=L*sqrt(2); E4=E; A4=A;
alpha4=pi/4;
Kel_4=Kel(E4,A4,L4,sin(alpha4),cos(alpha4))
```

```
Kel_4 = 4×4
10^4 ×
    1.4849    1.4849   -1.4849   -1.4849
    1.4849    1.4849   -1.4849   -1.4849
   -1.4849   -1.4849    1.4849    1.4849
   -1.4849   -1.4849    1.4849    1.4849
```

```
Ktot([1 2 7 8],[1 2 7 8])=Ktot([1 2 7 8],[1 2 7 8])+Kel_4;

%element 5
L5=L; E5=E; A5=A;
alpha5=0;
Kel_5=Kel(E5,A5,L5,sin(alpha5),cos(alpha5))
```

```
Kel_5 = 4×4
```

```
      42000           0      -42000           0
          0           0           0           0
     -42000           0       42000           0
          0           0           0           0
```

```
Ktot([5 6 7 8],[5 6 7 8])=Ktot([5 6 7 8],[5 6 7 8])+Kel_5;


%lös problem
sol=solve(Ktot*avektor==Pvektor,[P1,P2,a3,P4,a5,a6,a7,a8])
```

```
sol = struct with fields:
    P1: [1×1 sym]
    P2: [1×1 sym]
    a3: [1×1 sym]
    P4: [1×1 sym]
    a5: [1×1 sym]
    a6: [1×1 sym]
    a7: [1×1 sym]
    a8: [1×1 sym]
```

```
double(sol.a3)
```

```
ans = -5.3363e-18
```

```
double(sol.a5)
```

```
ans = 0.6704
```

```
double(sol.a7)
```

```
ans = 0.6704
```

```
double(sol.a8)
```

```
ans = -0.0871
```

```
double(sol.P1)
```

```
ans = -8.6603e+03
```

```
double(sol.P2)
```

```
ans = -8.6603e+03
```

```
double(sol.P4)
```

```
ans = 3.6603e+03
```

```
Kel_1
```

```
Kel_1 = 4×4
      42000           0      -42000           0
          0           0           0           0
     -42000           0       42000           0
          0           0           0           0
```

```


%förlängningar
```

```
c=cos(alpha1); s=sin(alpha1);
delta1=double( [-c -s c s]*[a1 a2 sol.a3 a4 ]')
```

```
delta1 = -5.3363e-18
```

```
epsilon1=delta1/L1
```

```
epsilon1 = -1.0673e-20
```

```
sigma1=E*epsilon1
```

```
sigma1 = -2.2413e-15
```

```
c=cos(alpha2); s=sin(alpha2);
delta2=double( [-c -s c s]*[sol.a3 a4 sol.a7 sol.a8 ]' )
```

```
delta2 = -0.0871
```

```
epsilon2=delta2/L2
```

```
epsilon2 = -1.7430e-04
```

```
sigma2=E*epsilon2
```

```
sigma2 = -36.6025
```

```
c=cos(alpha3); s=sin(alpha3);
delta3=double( [-c -s c s]*[a1 a2 sol.a5 sol.a6]')
```

```
delta3 = 3.0439e-33
```

```
epsilon3=delta3/L3
```

```
epsilon3 = 6.0877e-36
```

```
sigma3=E*epsilon3
```

```
sigma3 = 1.2784e-30
```

```
c=cos(alpha4); s=sin(alpha4);
delta4=double( [-c -s c s]*[a1 a2 sol.a7 sol.a8 ]')
```

```
delta4 = 0.4124
```

```
epsilon4=delta4/L4
```

```
epsilon4 = 5.8321e-04
```

```
sigma4=E*epsilon4
```

```
sigma4 = 122.4745
```

```
c=cos(alpha5); s=sin(alpha5);
delta5=double( [-c -s c s]*[sol.a5 sol.a6 sol.a7 sol.a8 ]')
```

```
delta5 = 3.0409e-49
```

```
epsilon5=delta5/L5
```

```
epsilon5 = 6.0819e-52
```

```
sigma5=E*epsilon5
```

```
sigma5 = 1.2772e-46
```

```
disp('notera att stängerna 1,3 och 5 är spänningsfria')
```

```
notera att stängerna 1,3 och 5 är spänningsfria
```

```
[sigma1,sigma2,sigma3,sigma4,sigma5]
```

```
ans = 1×5
   -0.0000  -36.6025    0.0000  122.4745    0.0000
```

```
Pplast=P*400/max( abs([sigma1,sigma2,sigma3,sigma4,sigma5]) )
```

```
Pplast = 3.2660e+04
```

Uppgift 5

```
clear all
close all
m=10; k=100; L=1; g=9.81;
EI=L^3*2*k;

%styvhet för konsolbalk, se FS s. 12
kbalk=3*EI/L^3;

%konsolbalk och fjäder är serikopplade, ktot fås som
ktot=(1/k+1/kbalk)^(-1)
```

```
ktot = 85.7143
```

```
t=linspace(0,10,1000); %tidshistoria
u0=[0 0]; %initialvillkor

[t,u]=ode45(@(t,u) odefcn1a(t,u,m,ktot,g),t,u0);
plot(t,u(:,2),'b')
xlabel('time')
ylabel('u')
hold on
max(u(:,2))
```

```
ans = 2.2893
```

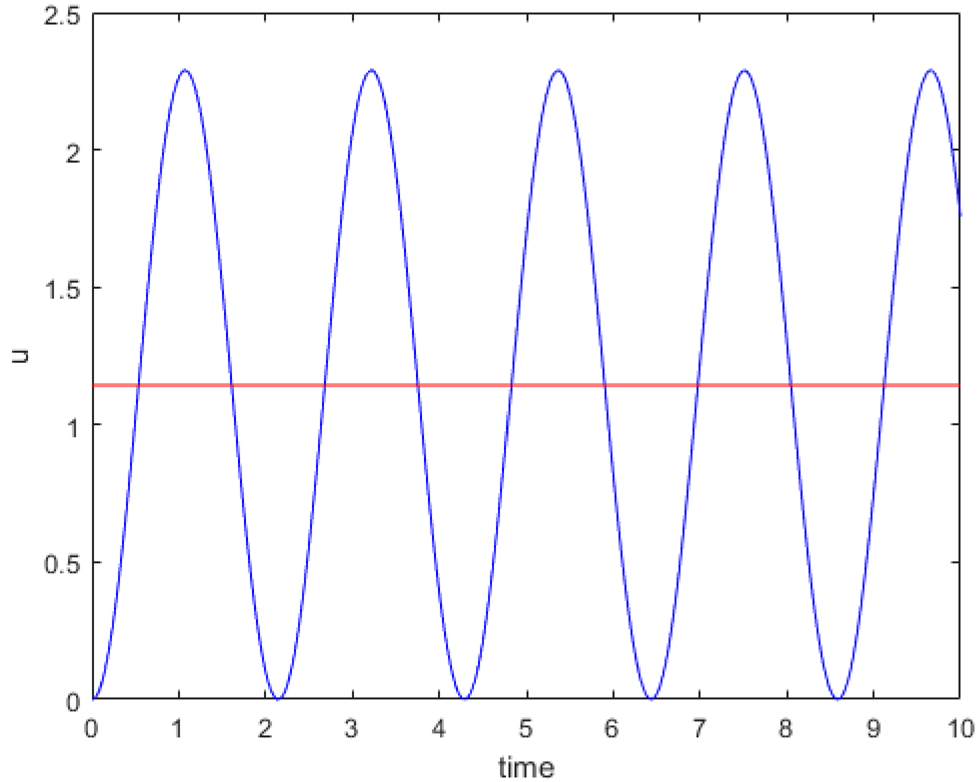
```
min(u(:,2))
```

```
ans = 0
```

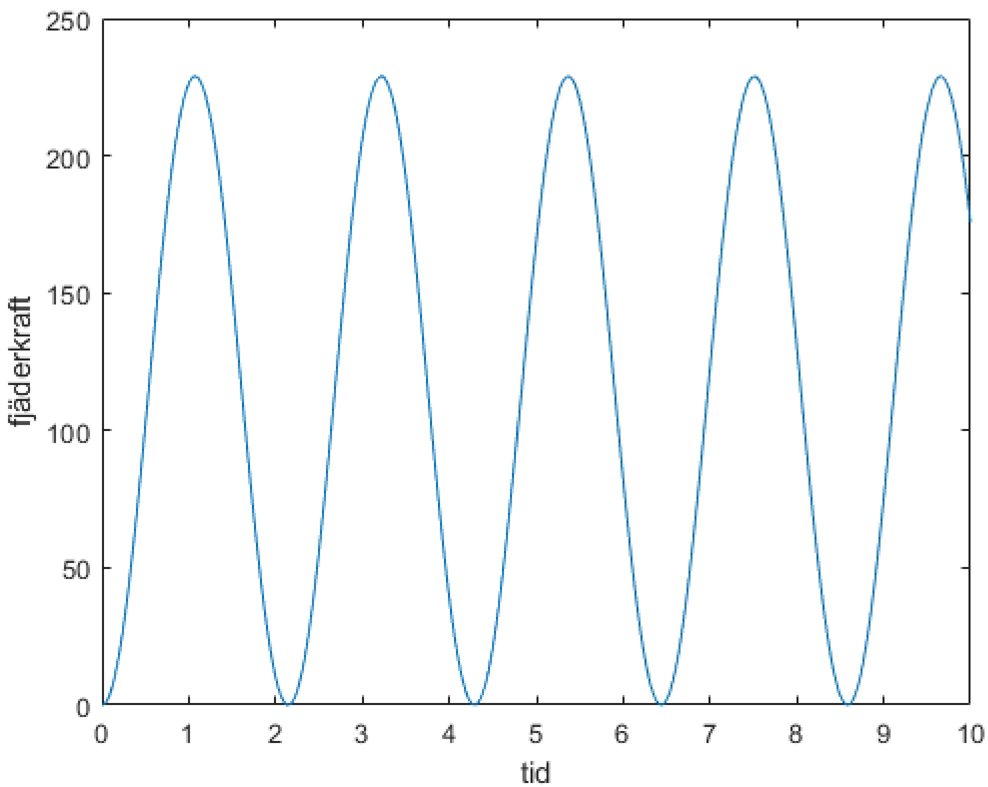
```
%
ustatisk=m*g/ktot
```

```
ustatisk = 1.1445
```

```
plot(t,ones(size(t)).*ustatisk,'r')
```




```
%fjäderkraften
 Ff1=k*u(:,2);
 figure(6)
 clf
 plot(t,Ff1)
 xlabel('tid')
 ylabel('fjäderkraft')
```




```
max(Ff1)
```

```
ans = 228.9313
```

```
min(Ff1)
```

```
ans = 0
```

```
F1_statisk=k*ustatisk
```

```
F1_statisk = 114.4500
```

```
function dudt = odefcn1a(t,u,m,k,g)
dudt = zeros(2,1);
dudt(1) = -k/m*u(2) + g;
dudt(2) = u(1);
end
```