Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik, F3

Tid:	2024-03-13 14:00 - 18:00
Tillåtna hjälpmedel:	Physics Handbook, Beta, Chalmersgodkänd räknare
Poäng:	Totalt 75 poäng, för betyg 3 krävs 40 poäng, för betyg 4 krävs 60 poäng, för betyg 5 krävs 80 poäng. Ev. poäng från inlämningar inkluderas. Motivera dina lösningar väl.
Examinator:	Andreas Ekström
Frågor:	Andreas Ekström (besök 15:30+17:00) (telefon: 0705-089198)
Rättningsgranskning:	Tid och plats annonseras på Canvas.

1. Använd fyrrörelsemängd för att avgöra huruvida en fri elektron med massa m_e kan totalabsorbera en ensam foton med energi E_γ eller inte. Motivera ditt svar analytiskt. (10 p.)

2. En accelerator producerar en stråle protoner med kinetisk energi på 100 MeV. För ett särskilt experiment krävs protoner med en kinetisk energi på 50 MeV. För att reducera protonernas energi för man in en bit bly (med densitet $\rho = 11$ g/cm^3) i strålens väg. Hur tjock (t) måste blybiten vara för att åstadkomma önskad energireduktion? Den specifika energiförlusten $-\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx}$ ges av Bethe-Bloch formeln. Men för protoner i det här energiområdet som färdas genom bly kan vi approximera energiförlusten (i MeV g^{-1} cm^2) enligt $-\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx} = 89.5E^{-0.694}$, där E är anges i MeV. (10 p.)

3. Den här uppgiften handlar om skalmodellen och dess spinn-ban-koppling via en potentialterm $V = V_{\ell s}\frac{1}{\hbar^2}\boldsymbol{\ell}\cdot\mathbf{s}$.

   a. Motivera varför ett $1h$ tillstånd för protoner delas upp i två tillstånd, $1h_{11/2}$ och $1h_{9/2}$, med olika energi, under inverkan av spinn-ban-kopplingen. (7 p.)

   b. Hur stor är protondegenerationen per h-tillstånd i a)-uppgiften? Glöm inte att motivera ditt svar. (3 p.)

   c. Antag att styrkan på spinn-ban-kopplingen ges av $V_{\ell s} = -20A^{-2/3}$ MeV. Använd detta för att kvantifiera energiskillnaden mellan $1h_{11/2}$ och $1h_{9/2}$ i en atomkärna med $A = 208$ nukleoner och avgör vilket av $1h_{11/2}$ och $1h_{9/2}$ tillstånden som är djupast bundet. (5 p.)

4. Vi har en kärnreaktion $a + b \to c + d$. I LAB-systemet inkommer partikel a med kinetisk energi T och partikel b befinner sig i vila.

   a. Visa att en icke-relativistisk beräkning ger en tröskelenergi T_{th} för partikel a enligt

   $$T_{\text{th}} = -Q\left(1 + \frac{m_a}{m_b}\right).$$

   (7.5 p.)

   b. Visa att en relativistisk beräkning ger en tröskelenergi T_{th} för partikel a enligt

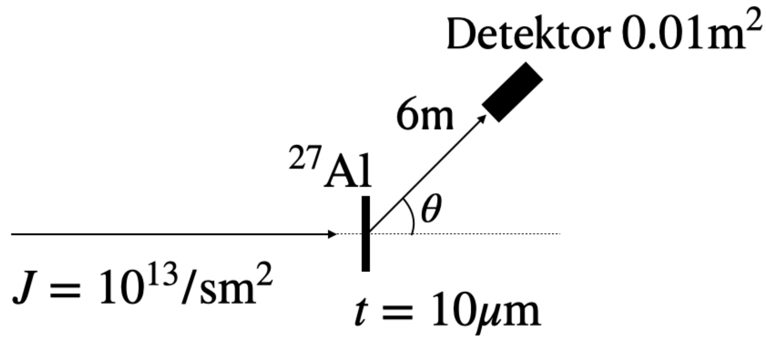
   $$T_{\text{th}} = -Q\frac{m_a + m_b + m_c + m_d}{2m_b}.$$

   (7.5 p.)

I bägge fall är tröskelenergin en kinetisk energi i LAB-systemet och $Q = (m_a + m_b - m_c - m_d)c^2$ är $Q-$värdet för reaktionen i uppgiften. (Notera att vi har satt $c = 1$ i uttrycken för tröskelenergierna och du kan göra detsamma i dina beräkningar).

5. Visa med hjälp av ett symmetriargument för vågfunktionen varför det starka sönderfallet $\rho^0 \to \pi^+ + \pi^-$ kan ske och varför $\rho^0 \to \pi^0 + \pi^0$ ej kan ske. Notera att ρ^0 har spinn 1 och pionerna har spinn 0, alla är mesoner och har negativ intrinsisk paritet. (10 p.)

6. I ett spridningsexperiment placerades en 10μm tjock aluminiumfolie (masstal 27 och densitet $\rho = 2.7\text{g/cm}^3$) framför en välfokuserad och tunn stråle elektroner med intensitet $J = 10^{13}$ partiklar per sekund och kvadratmeter. Vi antar ett differentiellt tvärsnitt på formen $\frac{d\sigma}{d\Omega} = A + B\cos^2\theta$ där A och B är okända konstanter och θ är spridningsvinkeln. En detektor med effektiv detektionsarea på 0.01m^2 placeras 6m från folien. Man finner en genomsnittlig detektion av $W_r = 50$ spridda elektroner per sekund om $\theta = 30°$ och $W_r = 40$ elektroner per sekund om $\theta = 60°$. Bestäm värdena på konstanterna A och B uttryckt i barn (per steradian) . (15 p.)



Figur 1: Skiss över spridningsexperimentet i uppgift 6.

Lycka Till!

Lösningsskiss Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik 2024-03-13

Naturliga enheter ($\hbar = c = 1$) om inget annat anges.

1. Initialt har vi $P_i = P_\gamma + P_e$, och som sluttillstånd har vi $P_f = P_e'$. Total fyrrörelsemängd är bevarad vilket ger a att $P_i^2 = P_f^2$ vilket vi kan skriva ut som $P_\gamma^2 + P_e^2 + 2P_\gamma P_e = (P_e')^2$. Från detta har vi att $P_\gamma P_e = 0$. Antag ett system där elektronen initialt enbart har massenergi, dvs $P_e = (m_e c, 0, 0, 0)$, och den inkommande fotonen beskrivs av en fyrrörelsemängd $P_\gamma = (E_\gamma/c, 0, 0, E_\gamma/c)$. Med detta har vi likheten $m_e E_\gamma = 0$, vilket inte kan uppfyllas ty $m_e > 0$ och $E_\gamma > 0$.

2. Den nödvändiga tjockleken t på blybiten ges av $t = \int_{x_i}^{x_f} dx = \int_{E_i}^{E_f} \frac{1}{\rho} \left[\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx}\right]^{-1} dE$. Om vi använder enheterna från uppgiften så ger dimensionsanalys av integraluttrycket att tjockleken har enhet cm. Integrering av en specifik energiförlust på formen kE^{-a} ger att $t = \frac{1}{k\rho}\int_{E_i}^{E_f} E^a \, dE = \frac{1}{k\rho}\left[\frac{E_f^{a+1} - E_i^{a+1}}{a+1}\right]$, vilket efter insättning (av $k = -89.5$, $a = 0.694$, och $\rho = 11$) ger $t = 1.0$ cm

3. a. Vi kopplar banrörelsemängdsmomentet till spinnet och får det totala rörelsemängdsmomentent $\mathbf{j} = \boldsymbol{\ell} + \mathbf{s}$. Man kan visa att $\mathbf{j}^2, \boldsymbol{\ell}^2, \mathbf{s}^2, j_z$ kommuterar med varandra och därför med $\boldsymbol{\ell} \cdot \mathbf{s}$ och den totala Hamiltonianen. Vi kan därför tala om egentillstånd $|n(\ell s)j\rangle$, vilket vi ofta betecknar med $n\ell_j$. Nukleoner har spinnkvanttal $\frac{1}{2}$, så för ett givet ℓ-kvanttal, t.ex. $\ell = 5$, har vi endast två möjligheter $j = 5 - \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$ och $j = 5 + \frac{1}{2} = \frac{11}{2}$. Angående energin: vi har att $\mathbf{j}^2 = \boldsymbol{\ell}^2 + \mathbf{s}^2 + 2\boldsymbol{\ell} \cdot \mathbf{s}$ och därför $\boldsymbol{\ell} \cdot \mathbf{s} = \frac{1}{2}(\mathbf{j}^2 - \boldsymbol{\ell}^2 - \mathbf{s}^2)$. Egentillstånd $n\ell_j$ med kvanttal $j = \ell \pm \frac{1}{2}$ resulterar således i olika väntevärden $\langle \boldsymbol{\ell} \cdot \mathbf{s} \rangle$.

   b. j är ett kvantmekaniskt rörelsemängdsmoment och vi kan därför finna magnetiska projektioner j_z med $2j + 1$ olika kvanttal m_j. Degenerationen är 10 och 12 för $1h_{9/2}$ och $1h_{11/2}$.

   c. Väntevärdet $\langle \boldsymbol{\ell} \cdot \mathbf{s} \rangle$ ges av $\frac{\hbar^2}{2}(\mathbf{j}^2 - \boldsymbol{\ell}^2 - \mathbf{s}^2)$ vilket ger $-3\hbar^2$ och $+\frac{5}{2}\hbar^2$ för $j = 9/2$ och $j = 11/2$. Spinn-ban-potentialens total styrka ges enligt uppgiften av $-\frac{1}{\hbar^2} 20A^{-2/3}$. Minustecknet indikerar att $j = 11/2$ tillståndet ligger djupast bundet, och med $A = 208$ har vi att energiskillnaden mellan h-tillstånden blir $(\frac{5}{2} + 3)\frac{\hbar^2}{\hbar^2}(20 \cdot 208^{-2/3}) = 3.13$ MeV.

4. a. I CM-systemet för a och b har vi $m_a(v_a - v_{\mathrm{CM}}) - m_b v_{\mathrm{CM}} = 0$ och därför $v_{\mathrm{CM}} = \frac{m_a}{m_a + m_b} v_a$. Vid tröskelenergin T_{th} finner vi c och d i vila is samma CM-system. Energibevaring ger oss att $\frac{1}{2} m_a (v_a - v_{\mathrm{CM}})^2 + m_a + \frac{1}{2} m_b v_{\mathrm{CM}}^2 + m_b = m_c + m_d$, där $T_{\mathrm{th}} = \frac{1}{2} m_a v_a^2$. Vi kan nu identifiera Q och eliminera v_{CM}.

   b. Beräkning med hjälp av 4-rörelsemängd ger oss det sökta uttrycket. Se föreläsningsanteckningarna. Notera att total energi $E_a = m_a + T_a$, där den sista termen är kinetisk energi.

5. Mesonerna har negativ intrinsisk paritet och stark kraft bevarar paritet. Totalt rörelsemängdsmoment är alltid bevarat. Sammantaget måste pionerna befinna sig i ett relativt $\ell = 1$-tillstånd ty endast då kan vi bevara paritet och totalt rörelsemängdsmoment. Pionerna

har heltaligt spinn och är därför bosoner. Identiska bosoner beskrivs av en totalt symmetrisk vågfunktion. I fallet med två π^0 i ett sluttillstånd med relativt $\ell = 1$ är rumsdelen antisymmetrisk, och vi kan inte konstruera en antisymmetrisk spinn-0 komponent. I fallet med två olika pioner, dvs icke identiska bosoner, π^+ och π^-, kan vi tillåta en symmetrisk rumsdel.

6. (Med lärbokens notation) Vi har $dW_r = In_t t \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$, där $I = JS$ och S är den inkommande strålens tvärsnittsarea, antalet spridningscentra per volymsenhet ges av $n_t = \frac{N_A \rho}{M_A}$ där M_A uttrycker molmassan (27 g/mol) för aluminium, och N_A är Avogadros konstant. Vi kan anta att $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ är konstant med avseende på den minimala rymdvinkelintegrationen över detektorn $\Delta\Omega = \frac{0.01}{6^2}$ Sr. Vi har två okända A och B, vilka vi kan lösa för i ett ekvationssystem med två datapunkter för (W_r, θ). Insättning ger $A = 2.1$ b/Sr och $B = 1.2$ b/Sr.