Lösningsskiss Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik 2023-05-30

Naturliga enheter ($\hbar = c = 1$) om inget annat anges.

1. a) $\hbar \cdot c = 1.055 \cdot 2.998 \cdot 10^{-26}$ J m $= 3.163 \cdot 10^{-11}$J fm.
   Vi vet att 1 Joule = 1 Coulomb · 1 Volt, och att en elementarladdning $1e \equiv 1.602... \cdot 10^{-19}$ C enligt 2019-års SI standard, eller att $1J = (1.602... \cdot 10^{-19})^{-1}$eV. Vilket medför att $\hbar c \approx 197$ MeV fm.

   b) Från (a.) vet vi att $\hbar c \approx 197$ MeV fm. Vi får att 1 m $= \frac{\hbar c}{0.197 \cdot 10^{-15}} = 5.1 \cdot 10^{15}$ GeV^{-1} om $\hbar = c = 1$.

   c) Vi vet från uppgiften att E_c är en fältstyrka och har enhet V/m. Vi sätter upp $m_e^x c^y \hbar^z e^w$ vilket medför att vi måste matcha följande dimensioner $\left[\frac{\text{eVs}^2}{\text{m}^2}\right]^x \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]^y [\text{eVs}]^z\, \text{e}^w = \frac{\text{V}}{\text{m}}$. Löser vi ekvationssystemet får vi $(x, y, z, w) = (2, 3, -1, -1)$ och att $E_c = \frac{m_e^2 c^3}{\hbar e}$.

2. Q-värdet för den angivna reaktionen är 24.7 MeV, vilket ger totalt 24.7×10^{38} MeV per sekund i Solens centrala del. Uttryckt i Joule per sekund (Watt) har vi $4.0 \cdot 10^{26}$ W. Normerat mot volymen av Solens centrala del ($4\pi R^3/3$) får vi 275 W/m^3.

3. Derivatan av (BE/A) med avseende på Z ger ett maximum för $Z \approx 38$. Alltså ^{88}Sr.

4. a) $R \approx$ 1-2 fm.

   b) Vi ignorerar alla faktorer av storleksordning ~ 1 och antar bildandet av en utbytespartikel med massa M och energi $E = Mc^2$ under en period t. Om vi dessuom antar att utbytespartikeln kan färdas en sträcka R fm med ljusets hastighet c har vi kvantmekaniskt att $R \approx \frac{\hbar}{Mc}$. Tillsammans med (a) får vi $M \approx 197/R$ MeV/c^2. (dvs $M \approx$ 100-200 MeV/c^2 beroende på svaret i (a)).

   c) Enligt spinnkopplingsregler kan vi ha $J = 1$ för $L = 0, 1, 2$ med $S = 1$ samt $L = 1$ för $S = 0$. Dock vet vi att $\Pi = (-1)^L$ för rumsdelen av vågfunktionen. Därför måste vi ha $L = 0, 2$ och $S = 1$.

5. a) $\mu^+ \to e^+ + \gamma$ Bryter mot smakvis bevaring av leptontalet

   b) $e^- \to \nu_e + \gamma$ Bryter mot laddningsbevaring

   c) $p^+ + p^+ \to p^+ + \Sigma^+ + K^-$ Bryter mot laddningsbevaring

   d) $p^+ \to e^+ + \nu_e$ Bryter mot baryontalsbevaring

   e) $p^+ \to e^+ + n + \nu_e$ Bryter mot energibevaring (för fri proton)

   f) $n \to p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ OK

   g) $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$ OK

   h) $\pi^+ + \pi^0 \to p^+$ Bryter mot baryontalsbevaring

   i) $e^+ + e^+ \to e^+ + e^+$ OK

   j) $n + n \to p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ Bryter mot baryontalsbevaring

6. Vi har Schrödingerekvationen $-\frac{\hbar^2}{2\mu r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\Psi(r)}{dr}\right) + V(r)\Psi(r) = E\Psi(r)$ med en reducerad massa $\mu = M/2$.

   a) se kursbok.

   b) Vi kan skriva om detta till $-u'' + \frac{MV(r)}{\hbar}u = \frac{ME}{\hbar}u$ där $r\Psi(r) = u(r)$. Vi har nu två regioner: $r \leq b$ och $r > b$.
   För den inre regionen har vi $V(r) = -V_0$ där $V_0 = 40$ MeV och vi måste lösa ekvationen $-u'' = k^2 u$ där $k = \sqrt{\frac{M}{\hbar^2}(V_0 - E_d)}$. I den yttre regionen har vi $u'' = \kappa^2 u$ där $\kappa = \sqrt{\frac{M}{\hbar^2}E_d}$.
   Från uppgiften har vi givet att $kb = \frac{\pi}{2}$ vilket medför $b\sqrt{\frac{M}{\hbar^2}(V_0 - E_d)}\frac{\pi}{2}$ och att $E_d = V_0 - \frac{\hbar^2\pi^2}{4Mb^2}$. Med $b = 1.9$ fm samt $V_0 = 40$ MeV får vi $E_d = 11.7$ MeV.
   För att finna vågfunktionen ansätter vi $u_<(r) = A\sin(kr)$ och $u_>(r) = Be^{-\kappa r}$ för den inre respektiive den yttre regionen. Kontinuitet kräver $u_<(r = b) = u_<(r = b)$. Tillsammans med $kb = \frac{\pi}{2}$ har vi att $B = Ae^{-\kappa b}$. Normering $1 = \int |\Psi(r)|^2 4\pi r^2\, dr$ ger att $A = \left[2\pi b\left(1 + \frac{1}{\kappa b}\right)\right]^{-1/2}$. Vi kan nu lösa för $A = 23.79$ fm$^{-1/2}$ och $B = 65.12$ fm$^{-1/2}$ där vi i ett mellansteg räknat ut $\kappa = 0.53$ fm^{-1}. Vi kan kontrollera oss själva genom att beräkna $k = 0.83$ fm^{-1} och säkerställa att $kb = \frac{\pi}{2}$, vilket det är till den precision vi räknar.

   c) Vi söker $P = \int_0^b |\Psi(r)|^2 4\pi r^2 \mathrm{d}r = \ldots = \left(1 + \frac{1}{\kappa b}\right)^{-1} \approx 0.5$.