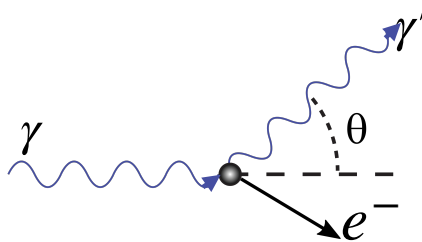


# Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik, F3

Tid:	2022-10-07 14:00 - 18:00
Tillåtna hjälpmedel:	Physics Handbook, Beta, Chalmersgodkänd räknare
Poäng:	Totalt 75 poäng, för betyg 3 krävs 40 poäng, för betyg 4 krävs 60 poäng, för betyg 5 krävs 80 poäng. Ev. poäng från inlämningar inkluderas. Motivera dina lösningar väl.
Examinator:	Andreas Ekström
Frågor:	Andreas Ekström (besök 15:00+17:00) (telefon: 0705-089198)
Rättningsgranskning:	Tid och plats annonseras på Canvas.

**Tesen består av 6 st uppgifter, vissa med deluppgifter.**

1. En foton med energi  $E_\gamma$  comptonspreds mot en fri elektron med massa  $m_e$  enligt figuren.



(I deluppgifterna har jag satt  $c = 1$ , du bör göra detsamma)

- a. Visa att den spridda fotonen har en energi

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e}(1 - \cos \theta)}.$$

(10 p.)

- b. Visa att man kan relatera den spridda elektronens kinetiska energi  $T'_e$  till  $E_\gamma$  enligt

$$T'_e = \frac{E_\gamma^2(1 - \cos \theta)}{m_e + E_\gamma(1 - \cos \theta)}.$$

(5 p.)

- c. En foton med energi  $E_\gamma = 30$  keV comptonspreds  $\theta = 30^\circ$  mot en elektron i vila. Vilken hastighet  $v'_e$  har den rekylerande elektronen? Svara i andelar av ljushastigheten  $c$ . (5 p.)
2. Vilka enprotontillstånd  $n\ell_j$  med negativ paritet i skalmodellen kan ockuperas av exakt 12 st protoner. Ange enpartikelkvanttalen  $n$  (huvudkvanttal),  $j$  (kopplat spinn-bankvanttal) och  $\ell$  (bankvanttal) för dessa tillstånd. Motivera ditt svar tydligt. (10 p.)

3. Isotopen  $^{60}\text{Cu}$  kan produceras i reaktionen  $p + ^{60}\text{Ni} \rightarrow ^{60}\text{Cu} + n$ . Om protonerna i den inkommande strålen har den kinetiska energin 12 MeV, och strålmålet  $^{60}\text{Ni}$  är fixerat i labbet, vilken excitationenergi har då compoundkärnan? Motivera ditt svar! (10 p.)
4. Bindningsenergi har varit ett centralt begrepp i kursen.
- a. Antag att du löser Schrödingerekvationen för atomkärnan  $^4\text{He}$  och finner en grundtillståndensenergi  $E_{gs} = -28.3$  MeV. Använd detta för att resonera dig fram till totala bindningsenergin för  $^4\text{He}$ . (5 p.)
- b. För isotoper med  $A \gtrsim 50$  kan vi kan approximera bindningsenergin per nukleon med

$$B/A = (9.402 - 7.7 \times 10^{-3}A) \text{ MeV}.$$

Använd detta, och a)-uppgiften, för att visa att  $\alpha$ -sönderfall endast sker för tunga isotoper. (10 p.)

5. Vilka av följande reaktioner är tillåtna enligt kända bevaringslagar? Rita ett, och endast ett, Feynmandiagram i de fall reaktionen kan ske. (10 p.)
- a.  $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$
- b.  $\Lambda^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$
- c.  $\nu_e + n \rightarrow p + e^-$
- d.  $\pi^0 \rightarrow \tau^+ + \tau^-$
- e.  $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$

6. En hadron är en sammansatt partikel bestående av bland annat kvarkar. Hadroner delas in i baryoner och mesoner.
- a. Vad definierar en baryon resp. en meson? Motivera dina svar tydligt. (2 p.)
- b. En  $\Omega^-$  baryon innehåller tre stycken särkvarkar ( $sss$ ) med totalt kopplat spin  $J = \frac{3}{2}$ , paritet  $\pi = +$ , och med totalt relativt banrörelsemängdsmoment  $L = 0$ . Motivera i detalj med hjälp av denna information varför vi behöver införa ett så kallat färgkvanttal för kvarkar. (3 p.)
- c. Antalet färger  $N_c$  i den starka kraften har påvisats experimentellt med hjälp av positron-elektron annihilering. Förhållandet  $R$  mellan tvärsnittet  $\sigma(e^+ + e^- \rightarrow q_f + \bar{q}_f)$  för produktion av ett kvark-antikvark-par och tvärsnittet  $\sigma(e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-)$  för produktion av ett myon-antimyon-par ges av

$$R = \frac{\sigma(e^+ + e^- \rightarrow q_f + \bar{q}_f)}{\sigma(e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-)} = N_c Q_f^2$$

där  $Q_f$  räknar antalet elektriska elementarladdningar ( $e$ ) för en kvark med smak  $f$ . Antag att ett experiment är sådant att den totala energin i kollisionen mellan  $e^+$  och  $e^-$  är mer än tillräcklig för att kunna bilda ett  $b\bar{b}$ -par av kvarkar, men ej ett  $t\bar{t}$ -par. Vilket numeriskt värde på  $R$  kan man förvänta sig i mätningen? (5 p.)

*Lycka Till!*

# Lösningsskiss Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik

## 2022-10-07

Naturliga enheter ( $\hbar = c = 1$ ) om inget annat anges.

1. a. Sätt upp fyrrörelsemängder före och efter spridning i initiala elektronens koordinatsystem. Vi kan ignorera  $z$ -koordinaten av rumsdelen och anta att fotonen inkommer utmed  $x$ -axeln. Före spridning:  $P_\gamma = (E_\gamma, E_\gamma, 0)$  och  $P_e = (m_e, 0, 0)$ . Efter spridning:  $P'_\gamma = (E'_\gamma, E'_\gamma \cos \theta, E'_\gamma \sin \theta)$ . Vi är inte specifikt intresserade av  $P'_e$  så behöver inte definiera denna.  
Fyrrörelsemängdens bevarande ger  $P'_e = P_\gamma + P_e - P'_\gamma$ . Kvadrering av bägge led ger nu  $m_e^2 = m_e^2 + 2(P_\gamma P_e - P_\gamma P'_\gamma - P_e P'_\gamma)$  där vi har utnyttjat  $P_\gamma^2 = (P'_\gamma)^2 = 0$  och att  $(P'_e)^2 = P_e^2 = m_e^2$ . Elektronmassorna i kvadrat tar ut varandra, och vi har  $P_\gamma P_e - P_\gamma P'_\gamma - P_e P'_\gamma = 0$ , vilket vi kan evaluera med hjälp av skalärprodukten för fyrvektorer. Vi får  $E_\gamma m_e - E_\gamma E'_\gamma + E_\gamma E'_\gamma \cos \theta - m_e E'_\gamma = 0$  vilket kan skrivas om till uttrycket i uppgiften.
- b. Energibevaring kräver  $E_\gamma + E_e = E'_\gamma + E'_e$ , där vi på samma sätt som i a)–uppgiften har primat energier efter spridning. Elektronenergin efter spridning kan skrivas  $E'_e = m_e + T'_e$ . Vi har alltså  $T'_e = E_\gamma - E'_\gamma$ . Vi kan utnyttja resultatet in a) för att skriva det sökta uttrycket i b)–uppgiften.
- c. Utnyttja svaret i b)–uppgiften för att räkna ut den kinetiska energin  $T'_e = 0.23$  keV, vilket är mycket mindre än elektronens massa, och vi kan därför räkna klassiskt, dvs skriva  $T'_e = \frac{1}{2} m_e (v'_e)^2$ . Insättning ger  $v'_e = 0.03c$
2. Ett enpartikeltillstånd i skalmodellen för atomkärnor identifieras via kvanttalen  $n = 1, 2, 3, \dots$ ,  $\ell = 0, 1, 2, \dots$  och  $j$ , där vi kopplar  $\vec{j} = \vec{\ell} + \vec{s}$ . Möjliga värden på  $z$ -komponenten av  $j$ -kvanttalet är  $-j, -j + 1, \dots, j - 1, j$ . *Degenerationen* för ett tillstånd med kvanttalet  $j$  ges därför av  $2j + 1$ . *Pariteten* för ett tillstånd bestäms av rumsdelen i vågfunktionen enligt  $(-1)^\ell$ . Tillstånd som kan innehålla exakt 12 protoner har därför kvanttalen  $j = 11/2$  och  $\ell = 6$  eller  $\ell = 5$ . Endast det sistnämnda har negativ paritet. Alltså kan alla tillstånd med  $n = 1, 2, 3, \dots$ ,  $j = 11/2$ , och  $\ell = 5$  ockuperas av exakt 12 protoner.
3. Vid reaktionen bildas compoundkärnan  ${}^{61}\text{Cu}^*$ . Sätt upp fyrrörelsemängderna:  $P_p = (E_p, \vec{p}_p)$ ,  $P_{\text{Ni}} = (m_{\text{Ni}}, 0)$ ,  $P_{\text{Cu}^*} = P_p + P_{\text{Ni}}$ , där vi utnyttjat bevaring av total fyrrörelsemängd samt antagit  $c = 1$ . Kvadrering ger skalären  $m_{\text{Cu}^*}^2 = P_p^2 + P_{\text{Ni}}^2 + 2P_p P_{\text{Ni}} = m_p^2 + m_{\text{Ni}}^2 + 2 \underbrace{(m_p + T_p)}_{=E_p} m_{\text{Ni}}$ .

Excitationsenergin för compoundkärnan ges av  $m_{\text{Cu}^*} - m_{\text{Cu}}$ , dvs

$$[m_p^2 + m_{\text{Ni}}^2 + 2(m_p + T_p)m_{\text{Ni}}]^{1/2} - m_{\text{Cu}}$$

Insättning av exakta kärnmassor  $m_p = 1.007276u$ ,  $m_{\text{Ni}} \approx M({}^{60}\text{Ni}) - 28m_e = 59.930789u - 28m_e$ ,  $m_{\text{Cu}} \approx M({}^{61}\text{Cu}) - 29m_e = 60.933462u - 29m_e$  ger 16.6 MeV excitationenergi för compoundkärnan. Beräkning med atomära massor och-eller icke-relativistiskt (med motivering  $T_p \ll m_p$ ) är OK.

4. a. Grundtillståndenergin är negativ för ett bundet system. Denna lägsta energi är räknad från tröskeln där systemet ej längre är bundet, och motsvarande energiskillnad ges av bindingsenergin. Alltså,  $B = -E_{\text{gs}}$ .

- b. Enligt det förenklade uttrycket i uppgiften blir den totala bindningsenergin för ett A-nukleonsystem  $B = 9.402A - 7.7 \times 10^{-3}A^2$  MeV. Alfasönderfall kan ske om  $B(A, Z) < B(A - 4, Z - 2) + B(\alpha)$ , vilket ger  $A > 153$ .
5. Tillåtna reaktioner och sönderfall är (a) (c) (e). Se kursboken för diagram. (b) bevarar ej baryontal och (d) bevarar inte energi.
6. se kursbok.