

Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik, F3

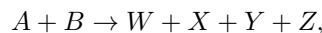
Tid:	2022-05-31 08:30 - 12:30
Tillåtna hjälpmedel:	Physics Handbook, Beta, Chalmersgodkänd räknare
Poäng:	Totalt 75 poäng, för betyg 3 krävs 40 poäng, för betyg 4 krävs 60 poäng, för betyg 5 krävs 80 poäng. Ev. poäng från inlämningar inkluderas. Motivera dina lösningar väl.
Examinator:	Andreas Ekström
Frågor:	Oliver Thim (besök 09:30+11:00) (telefon: 0702-426893)
Rättningsgranskning:	Tid och plats annonseras på Canvas.

1. Sannolikheten P_α att en α -partikel med kinetisk energi $T_\alpha = 10$ MeV (Rutherford)sprids en vinkel θ mot något strålmål är 0.001. Beräkna sannolikheten för att en proton som inkommer med kinetisk energi $T_p = 5$ MeV mot samma strålmål sprids med samma vinkel. (10p)
2. Antag att vi har α -sönderfallet ${}^A X \rightarrow {}^{A-4} X' + \alpha$ och tillhörande Q -värde Q_α . Visa att den (icke-relativistiska) kinetiska energin $T_{X'}$ för dotterkärnan ges av

$$T_{X'} = m_\alpha \frac{Q_\alpha}{m_\alpha + m_{X'}},$$

där massorna för dotterkärnan och α -partikeln ges av $m_{X'}$ och m_α . (10 p)

3. En försumbart liten volym av en radioaktiv natriumlösning injiceras i en människas blodflöde och sprids direkt ut i kroppen. Vid den här tidpunkten har den radioaktiva lösningen en aktivitet $\mathcal{A}(t=0) = \mathcal{A}_0 = 16 \cdot 10^3$ sönderfall per minut. Efter 30 timmar tar vi ett blodprov på 1cm^3 och mäter en aktivitet för provet på $\mathcal{A}(t=30) = 0.8$ sönderfall per minut. Antag att natrium har en halveringstid $t_{1/2} = 15$ timmar. Uppskatta med hjälp av informationen i uppgiften hur många liter blod en människa har. [korrigerad 20220815] (10 p)
4. Vi definierar tröskelenergin som den lägsta kinetiska energin som krävs för en reaktion där nya partiklar bildas. Härled tröskelenergin T_{th} (i laboratoriesystemet) för en partikel A , med massa m_A , för reaktionen



där fyra massiva partiklar W, X, Y, Z , med massorna m_W, m_X, m_Y, m_Z , bildas. Vi antar att partikel B , med massa m_B , befinner sig i vila i laboratoriet. Efter reaktionen existerar ej partiklarna A och B . (15 p)

5. Kvanttalen för totalt rörelsemängdsmoment (J) och paritet (Π) för en atomkärna skrivs ofta J^Π . Anta att en atomkärna har ett grundtillstånd $J^\Pi = \frac{3}{2}^+$ och fyra exciterade tillstånd $J^\Pi = \frac{7}{2}^+, \frac{5}{2}^+, \frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-$ i den ordningen, dvs att det energimässigt lägst liggande tillståndet står först i listan. Rita ett nivåschema, rita in alla möjliga gammaövergångar, samt avgör multipolaritet och huruvida övergången är av magnetisk eller elektrisk karaktär för den mest sannolika övergången i alla gammasönderfall. (10 p)

6. Elektron- och myon-generationerna av neutriner, dvs $\{|\nu_e\rangle, |\nu_\mu\rangle\}$, bildas i svaga växelverkaningar. Dessa tillstånd är inte (energi)egentillstånd $\{|\nu_1\rangle, |\nu_2\rangle\}$ till en Hamiltonian med massegenvärden m_1, m_2 . Smak- och energi-tillstånd är relaterade via en unitär matris U enligt $|\nu_\ell\rangle = \sum_{i=1,2} U_{\ell,i} |\nu_i\rangle$ (där $\ell = e, \mu$). Vidare kan vi parametrisera U m.h.a. av en rotationsvinkel (mixingparameter) θ enligt

$$U = \begin{pmatrix} U_{e,1} & U_{e,2} \\ U_{\mu,1} & U_{\mu,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}.$$

- a. Antag att masstillstånden $|\nu_i\rangle$ ($i = 1, 2$) kan beskrivas som planvågor med samma energi E och ett tidsberoende enligt $e^{-iEt/\hbar}$ samt att $E \approx pc$, dvs $m \ll p$. Härled sannolikheten, uttryckt i neutrinomassor (m_1, m_2) och energi (E), att en producerad elektronneutrino $|\nu_e\rangle$ detekteras vid en senare tid t som en myonneutrino $|\nu_\mu\rangle$.

(15 p)

- b. Oscillerande neutrinosmaker är en kvantmekanisk effekt. Nämn två antaganden i ovanstående teoretiska beskrivning som är direkt avgörande för att neutrinooscillationer skall kunna ske. Motivera dina svar.

(5 p)

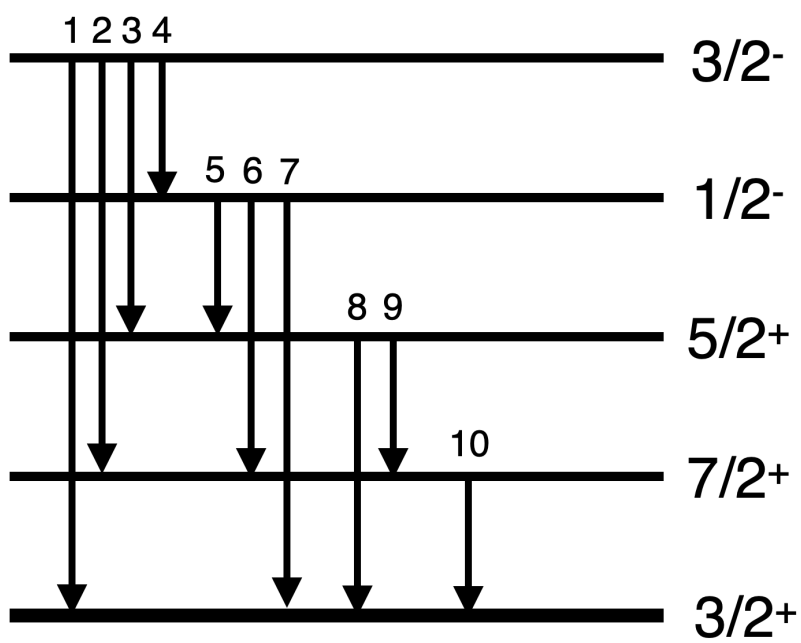
Lycka Till!

Lösningsskiss Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik

2022-05-31

Naturliga enheter ($\hbar = c = 1$) om inget annat anges.

1. Rutherfordtvärsnittet är proportionellt mot spridningssannolikheten. I det aktuella fallet kan vi skriva $\frac{Z^2}{T_\alpha^2} \propto P_\alpha$. Vi har dessutom att $T_\alpha = 2T_p$ och $Z_\alpha = 2 * Z_p$, vilket medför att protonen sprids med samma sannolikhet som α -partikeln.
2. Vi kan räkna ickerelativistiskt eftersom typiska Q -värden för α -sönderfall är långt mindre än massenergin för relevanta kärnmassor. Bevaring av total energi ger $Q_\alpha = T_\alpha + T_{X'}$ och bevaring av total rörelsemängd ger $m_\alpha v_\alpha + m_{X'} v_{X'} = 0$. Sammantaget har vi $\frac{1}{2} m_{X'} v_{X'}^2 (1 + \frac{m_{X'}}{m_\alpha}) = Q_\alpha$, vilket vi kan skriva som $T_{X'} = m_\alpha \frac{Q_\alpha}{m_\alpha + m_{X'}}$
3. En försumbart liten volym av lösningen påverkar ej den totala blodvolymen. Vi har följande samband för aktiviteten $\mathcal{A}(t) = \mathcal{A}_0 e^{-\lambda t}$. Dessutom vet vi att $t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$. Vi antar att den okända blodvolymen är $V \text{ cm}^3$. Då kan vi skriva $0.8 = \frac{16 \cdot 10^3}{V} e^{-\lambda \cdot 30 \cdot 60}$ där $\lambda = \frac{\ln(2)}{15 \cdot 60}$. Alltså har vi $0.8 = \frac{16 \cdot 10^3}{V} e^{-2 \ln(2)}$. Vilket kan skrivas $0.8 = \frac{16 \cdot 10^3}{V} \frac{1}{4} \Rightarrow V = \frac{4000}{0.8} = 5000 \text{ cm}^3$, dvs 5 liter blod i en människa.
4. Se t.ex. föreläsningssanteckningar för härledning. Resultatet är $T_{\text{th}} = \frac{(m_W + m_X + m_Y + m_Z)^2 - (m_A + m_B)^2}{2m_B}$
5. 10 st gammaövergångar där vi har för varje sönderfall att $|J_i - J_f| \leq J_\gamma \leq J_i + J_f$ och $J_\gamma \neq 0$. Tillsammans med $\Pi_{E\gamma} = (-1)^{J_\gamma}$ för en E-övergång och $\Pi_{M\gamma} = (-1)^{J_\gamma+1}$ för en M-övergång samt $\Pi_i = \Pi_f \Pi_\gamma$ kan vi bestämma följande (se Figur 1):
 - 1) $J_\gamma = 1, 2, 3$ och $\Pi_\gamma = - E1$
 - 2) $J_\gamma = 2, 3, 4, 5$ och $\Pi_\gamma = - M2$
 - 3) $J_\gamma = 1, 2, 3, 4$ och $\Pi_\gamma = - E1$
 - 4) $J_\gamma = 1, 2$ och $\Pi_\gamma = + M1$
 - 5) $J_\gamma = 1, 2$ och $\Pi_\gamma = - E1$
 - 6) $J_\gamma = 3, 4$ och $\Pi_\gamma = - E3$
 - 7) $J_\gamma = 2, 3$ och $\Pi_\gamma = - M2$
 - 8) $J_\gamma = 1, 2, 3, 4$ och $\Pi_\gamma = + M1$
 - 9) $J_\gamma = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ och $\Pi_\gamma = + M1$
 - 10) $J_\gamma = 2, 3, 4, 5$ och $\Pi_\gamma = + E2$
6. a. Se föreläsningssanteckningar eller kursbok.
b. Nollskild smak/mass-mixingvinkel och att neutriner ej har samma massa.



Figur 1: Gammaövergångar uppgift 5