Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik, F3

Skrivtid:	2020-08-27 14:00 - 18:00
Tillåtna hjälpmedel:	Alla hjälpmedel är tillåtna. *Det är dock inte tillåtet att samarbeta eller ta hjälp av andra personer.*
Inlämning:	Lämna in dina lösningar via Canvas. Se instruktion nedan.
Poäng:	Totalt 75 poäng, för betyg 3 krävs 40 poäng, för betyg 4 krävs 60 poäng, för betyg 5 krävs 80 poäng. Ev. poäng från inlämningar inkluderas.
Examinator:	Andreas Ekström. Finns tillgänglig via Zoom under hela skrivtiden.
Rättningsgranskning:	Tid och plats annonseras via Canvas.

Instruktion för inlämning via Canvas:

- Skrivtiden avslutas kl 18.00, och inlämningen via Canvas stänger automatiskt kl 18.30. Scanna/fotografera dina lösningar och ladda därefter upp till Canvas Assignments: Omtentamen Aug 2020.
- **Om du har beviljats förlängd skrivtid**, då har du 6 timmar på dig att genomföra tentamen, och därefter 45 minuter på dig att ladda upp dina lösningar till Canvas Assignments: Omtentamen Aug 2020 [Förlängd skrivtid]. Inlämningen stänger automatiskt kl 20.45.
- Lösningar till tentamensproblem skall skrivas på papper, som vid en vanlig salstentamen.
- **Märk varje papper tydligt med ditt namn, tentamensuppgiftens nummer och sidnummer.**
- Lösningarna förväntas vara välstrukturerade, välmotiverade, och begripligt presenterade. Skriv och rita tydligt.
- Tänk på att ha god belysning när du scannar eller fotograferar dina lösningar. Använd gärna en dokumentscannings-app, t.ex. CamScanner, Genius Scan, OfficeLens, Adobe Scan
- Namnge dina bildfiler enligt Problem_YY_sida_XX.*
  Exempel: Problem_01_sida_02.jpg
- Om du vill kan du sammanställa bilder som tillhör samma lösning i ett dokument (t ex Word eller PDF) och namnge filen Problem_YY. Exempel: Problem_03.docx eller Problem_03.pdf.
- Om du använder Zoom på mobiltelefon och dessutom behöver scanna lösningar så kommer Zoom att bryta videon. Därför måste du skriva “Scannar lösningar” i Zoom-chatten så att tentavakten vet vad som försiggår.

1. a. Varför är ett spektrum från α-sönderfall diskret och ett spektrum från β-sönderfall kontinuerligt? (2 p.)

   b. Varför beror livstiden för en α-sönderfallande atomkärna väldigt känsligt på den utsända α-partikelns energi? (3 p.)

   c. Vi antar att vi har en mycket tung β-sönderfallande atomkärna som sänder ut elektroner med som mest kinetisk energi $T_e^{\max} = 3.5$ MeV. Hur stor rörelsemängd $p_{\bar{\nu}}$ har en antineutrino som sänds ut tillsammans med en elektron som har hälften av den maximala elektronrörelsemängden $p_e^{\max}$? Du kan anta att antineutrinon är masslös. (10 p.)

2. Hur många elektroner emitteras totalt under den första timmen från ett prov initialt bestående av 1 μg av den radioaktiva isotopen ^{24}Na? Använd halveringstiden $t_{1/2} = 15$ hr för ^{24}Na. Motivera eventuella approximationer. (10 p.)

3. En kollimerad stråle bestående av 1.6 MeV γ-fotoner träffar en tunn tantal-folie. Man detekterar elektroner som emitteras från folien och dessa har en kinetisk energi T =0.6 MeV. Kommer dessa elektroner mest sannolikt från (a) parproduktion, (b) fotoelektrisk effekt, eller (c) Comptonspridning? Antag dessutom att de elektroner som bildas initialt i folien ej växelverkar ytterligare inuti folien. Motivera ditt svar kvantitativt med en beräkning. (10 p.)

4. Proton- och neutron-separationsenergierna S_p och S_n för ^{16}O är S_p =15.7 MeV och S_n =12.2 MeV. Vi vet att radien R för en atomkärna kan uppskattas via $R = r_0 A^{1/3}$, där r_0 är en konstant och A är masstalet. Antag (semi-klassiskt) att både protonen och neutronen tas från atomkärnans yta och att skillnaden $S_p - S_n$ endast beror på Coulombkraften som verkar på protonen. Utnyttja detta för att uppskatta ett numeriskt värde för r_0. (*Ledning: coulombenergin i en uniformt laddad sfär med radie R och total laddning Q ges av* $E = \frac{3Q^2}{5 \cdot 4\pi\varepsilon_0 R}$) (15 p.)

5. Vi antar att en elektronneutrino ν_e med total energi $E = 1$ GeV skapas vid tiden $t = 0$ i någon reaktion som sker i en liten burk. Vi begränsar oss dessutom till fallet med endast två neutrinosmaker, dvs ν_e och ν_μ. Neutrinon färdas nu med (så gott som) ljusets hastighet från burken. Beräkna det kortaste avståndet från burken där man med lika stora sannolikheter kan detektera en $|\nu_e\rangle$ eller $|\nu_\mu\rangle$. Antag en mixingvinkel $\theta_{12} = 34^\circ$ och $m_1 = 2$ eV/c^2 och $m_2 = 3$ eV/c^{2}för motsvarande masstillstånd $|\nu_1\rangle$ och $|\nu_2\rangle$. (15 p.)

6. Vilka av följande reaktioner är tillåtna enligt kända bevaringslagar? Rita ett, och endast ett, Feynmandiagram i de fall reaktionen kan ske. (10 p.)

   a. $\mu^- \to e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$

   b. $\Lambda^0 \to \pi^+ + \pi^-$

   c. $\nu_e + n \to p + e^-$

   d. $\pi^0 \to \tau^+ + \tau^-$

   e. $e^+ + e^- \to \mu^+ + \mu^-$

Lycka Till!

Lösningsskiss Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik 2020-08-27

1. a. Bägge kommer från kvantmekaniska system men α-sönderfall beskrivs av 2-kropparkinematik medan β-sönderfall beskrivs av 3-kropparkinematik.

   b. α-partikeln måste tunnla genom en potentialbarriär och $T \propto e^{-G}$. Gamowfaktorn G innehåller ett energiberoende E_α. Notera det *exponentiella* energiberoendet.

   c. Kärnan är mycket tung, neutrinon masslös, vilket medför att vi kan uppskatta den totalt frigjorda energin i sönderfallet med $E_0 = E_e^{\max}$. Den totala energin för elektronen ges av $E_e^{\max} = m_e c^2 + T_e^{\max} \approx 4.011$ MeV. Detta ger den maximala rörelsemängden för elektronen $p_e^{\max} c = \left[(E_e^{\max})^2 - m_e^2 c^4\right]^{1/2} \approx 3.978$ MeV. Hälften av detta motsvarar en energi $E_e \approx 2.05$ MeV. Resten av energin i sönderfallet tillfaller neutrinon, dvs $E_\nu = E_0 - E_e \approx 1.96$ MeV. För en masslös neutrino motsvarar detta $p_\nu = 1.96$ MeV/c.

2. Vi har en elektron per β-sönderfall. Sönderfall beskrivs av $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$ vilket ger oss ett tidsberoende för antalet kvarvarande (moder-)kärnor enligt $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, där N_0 är antalet kärnor vid $t = 0$. Alltså ges det totala antalet utsända elektroner efter en tidsperiod Δt av $N_e(\Delta t) = N_0(1 - e^{-\lambda \Delta t})$.

   1 μg ^{24}Na innehåller $N_0 \approx \frac{10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{23}}{24} \approx \frac{10^{17}}{4}$ kärnor. ^{24}Na har en halveringstid $t_{1/2} = 15$ hr. Sönderfallskonstanten är $\lambda = \frac{\ln(2)}{15} \approx 0.046$ hr^{-1}. Detta ger $N_e(\Delta t = 1) = \frac{10^{17}}{4}(1 - e^{-0.046}) \approx 1.12 \cdot 10^{15}$ st.

   För $\Delta t << t_{1/2}$ kan man med hjälp av en Taylorutveckling approximera $N_e(\Delta t) \approx N_0 \lambda \Delta t = A_0 \Delta t$, där vi i sista steget definierat ursprungsaktiviteten A_0 för provet. Vi har ($\Delta t = 1 << t_{1/2} = 15$) hr, och kan därför likaså beräkna $N_e(\Delta t = 1) \approx N_0 \lambda \approx 1.2 \cdot 10^{15}$ st

3. Parproduktion kräver att fotonens energi delvis förbrukas på att skapa två elektronmassor. Därefter finns det ej tillräckligt med energi för att kunna ge en elektron kinetisk energi $T = 0.6$ MeV

   Fotoelektrisk effekt innebär att en elektron frigörs från en atom. Typiska atomära bindningsenergier är ~ 100 keV eller så. Resterande energi tillfaller den frigjorda elektronen i form av bindningsenergi. Detta ger en kinetisk energi ~ 1 MeV högre än de elektroner vi detekterar.

   Vid Comptonspridning kan elektronen erhålla kinetisk energi mellan 0 och $\frac{E_\gamma}{1 + 2E_\gamma / m_e} \approx 1.4$ MeV. Vår detekterade elektron kommer mest sannolikt från Comptonspridning.

4. Om energiskillnaden $\Delta E = S_p - S_n$ beskrivs av skillnaden i Coulombenergi så kan vi uppskatta r_0 via $\Delta E = \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R}(Z^2 - (Z-1)^2) = ... = \frac{15 \cdot 0.6 \cdot 1.44}{r_0 16^{1/3}}$ MeV·fm. Vilket ger $r_0 \approx 1.47$ fm.

5. Se Martin avsnitt 3.1.4. Vi har villkoret $2P(\nu_e \to \nu_\mu) = 1$. Avståndet ΔL måste uppfylla $1 = 2\sin^2(2\theta_{12}) \sin^2\left[\frac{\Delta L}{L_0}\right]$ (*). Sannolikheterna kommer att oscillera. Om vi uttrycker ΔL i meter, skillnaden i neutrinomassor (kvadrerade) i eV^2/c^4 och E i MeV, så ges fasen $\Delta L / L_0$ av $1.267 \frac{\Delta L (m_2^2 - m_1^2)}{E}$. Vi löser för ΔL i (*) med hjälp av konstanterna i uppgiften och får $\Delta L = 137$ m.

6. Tillåtna reaktioner och sönderfall är (a) (c) (e). Se kursboken för diagram. (b) bevarar ej baryontal och (d) bevarar inte energi.