Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik, F3

Skrivtid:	2020-06-02 08:30 - 12:30
Tillåtna hjälpmedel:	Alla hjälpmedel är tillåtna.
	Det är dock inte tillåtet att samarbeta eller ta hjälp av andra personer.
Inlämning:	Lämna in dina lösningar via Canvas. Se instruktion nedan.
Poäng:	Totalt 75 poäng, för betyg 3 krävs 40 poäng, för betyg 4 krävs 60 poäng, för betyg 5 krävs 80 poäng.
	Ev. poäng från inlämningar inkluderas.
Examinator:	Andreas Ekström. Finns tillgänglig via Zoom under hela skrivtiden.
Rättningsgranskning:	Tid och plats annonseras via Canvas.

Instruktion för inlämning via Canvas:

- Skrivtiden avslutas kl 12.30, och inlämningen via Canvas stänger automatiskt kl 13.00. Scanna/fotografera dina lösningar och ladda därefter upp till Canvas Assignments: Ordinarie Tentamen 2020.
- **Om du har beviljats förlängd skrivtid**, då har du 6 timmar på dig att genomföra tentamen, och därefter 45 minuter på dig att ladda upp dina lösningar till Canvas Assignments: Ordinarie Tentamen 2020 [Förlängd skrivtid]. Inlämningen stänger automatiskt kl 15.15.
- Lösningar till tentamensproblem skall skrivas på papper, som vid en vanlig salstentamen.
- **Märk varje papper tydligt med ditt namn, tentamensuppgiftens nummer och sidnummer.**
- Lösningarna förväntas vara välstrukturerade, välmotiverade, och begripligt presenterade. Skriv och rita tydligt.
- Tänk på att ha god belysning när du scannar eller fotograferar dina lösningar. Använd gärna en dokumentscannings-app, t.ex. CamScanner, Genius Scan, OfficeLens, Adobe Scan
- Namnge dina bildfiler enligt Problem_YY_sida_XX.*
  Exempel: Problem_01_sida_02.jpg
- Om du vill kan du sammanställa bilder som tillhör samma lösning i ett dokument (t ex Word eller PDF) och namnge filen Problem_YY. Exempel: Problem_03.docx eller Problem_03.pdf.
- Om du använder Zoom på mobiltelefon och dessutom behöver scanna lösningar så kommer Zoom att bryta videon. Därför måste du skriva “Scannar lösningar” i Zoom-chatten så att tentavakten vet vad som försiggår.

1. Vi ska studera hur lång sträcka R som en tung och elektriskt laddad partikel färdas genom vatten. Använd följande approximation av Bethe-Bloch-formeln där den genomsnittliga energiförlusten $-E$ per färdad sträcka x genom vattnet ges av

$$-\frac{dE}{dx} \approx \frac{1.7Z^2}{\beta^2}\ \text{MeV/cm},$$

där $\beta = v/c$ och Z är laddningstalet för den elektriskt laddade jonen.

a. Utgå från formeln ovan för att beräkna hur lång sträcka R en proton med initial kinetisk energi $T = 60$ MeV kan färdas genom vatten. Motivera ditt svar. (4 p.)

b. Vilken process och typ av växelverkan ger upphov till merparten av protonens energiförlust? (2 p.)

c. Under vilken del av färden genom vattnet kommer protonen att förlora som mest energi per längdenhet? Det räcker med en kort och schematisk motivering i text. (4 p.)

2. Bindingsenergi har varit ett centralt begrepp i kursen.

a. Antag att du löser Schrödingerekvationen för atomkärnan ^{4}He och finner en grundtillståndsenergi $E_{gs} = -28.3$ MeV. Använd detta för att resonera dig fram till totala bindningsenergin för ^{4}He. (5 p.)

b. För isotoper med $A \gtrsim 50$ kan vi kan approximera bindingsenergin per nukleon med

$$B/A = (9.402 - 7.7 \times 10^{-3} A)\ \text{MeV}.$$

Använd detta, och a)-uppgiften, för att visa att α-sönderfall endast sker för tunga isotoper. (10 p.)

3. I kärnreaktionen $^{16}\text{O}(d,p)^{17}\text{O}$ är Q-värdet $+1.918$ MeV och i kärnreaktionen $^{16}\text{O}(d,n)^{17}\text{F}$ är Q-värdet -1.631 MeV.

a. Använd *endast* ovanstående information samt vetskapen ...

i. ... att masskillnaden $m_n c^2 - M(^1\text{H})c^2$ mellan en neutron och en väteatom är 0.782 MeV/c^2

ii. ... att en elektron väger 0.511 MeV/c^2

iii. ... att bindningsenergin för atomära elektroner är försumbar på en kärnfysikalisk energiskala

för att beräkna masskillnaden mellan isotoperna ^{17}O och ^{17}F och avgöra vilken av dom som sannolikt är instabil och sönderfaller till den andra. Är det ett β^+- eller β^--sönderfall? Motivera dina svar. (7 p.)

b. Antag nu att vi dessutom vet att neutriner är näst intill masslösa och att den lättaste laddade leptonen är mycket lättare än en nukleon. Använd detta, tillsammans med delar av informationen i deluppgift a) för att uppskatta minimala och maximala kinetiska energin för den utsända β-partikeln i sönderfallet ovan. (3 p.)

4. I många beräkningar är det oftast enklare att använda naturliga enheter ($\hbar = c = 1$). För att jämföra med experimentella resultat behöver vi fysikaliska och *dimensionsriktiga* enheter.

a. Visa att $\hbar c \approx 197$ MeV fm (3 p.)

b. Visa att $1\text{m} \approx 5.068 \cdot 10^{15}$ GeV^{-1} i naturliga enheter. (1 p.)

c. Visa att $1\text{s} \approx 1.5 \cdot 10^{24}$ GeV^{-1} i naturliga enheter. (1 p.)

d. Livstiden för ett bundet tillstånd i positronium ges av $\tau = 2/(m\alpha^5)$, där m är elektronmassan och α finstrukturkonstanten. Visa hur du kommer fram till vilka faktorer $\hbar$ och c som krävs för att återfå enheten sekunder för tillståndets livstid. Beräkna även ett värde på τ, uttryckt i sekunder. (5 p.)

5. I en bubbelkammare ser vi två partikelspår med inbördes vinkel på 64° som utgår från en gemensam punkt där en partikel X sönderfaller. Det ena spåret är från en proton med massa $m_p = 938$ MeV/c^2 och rörelsemängd p_p =440 MeV/c och det andra spåret är från en π^--meson med massa $m_\pi = 140$ MeV/c^2 och rörelsemängd p_π =126 MeV/c.

Beräkna massan för partikel X, och avgör med hjälp av en masstabell vilken partikel det troligtvis är. Motivera dina svar. (20 p.)

6. Varför kan en fri proton ej β^+-sönderfalla till en neutron? Varför kan en fri proton ej sönderfalla på något annat sätt enligt Standardmodellen? Varför ser vi ändå β^+-sönderfallande atomkärnor? (10 p.)

Lycka Till!

Lösningsskiss Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik 2020-06-02

Se kursbok och föreläsningsanteckningar för detaljer.

1. a. Vid motivering OK att använda icke-relativistisk kinematik, om än på gränsen. Vi använder dessutom en approximativ Bethe-Bloch formel. Vi har då $T = \frac{1}{2}m_p v^2$. Om vi använder protonmassan $m_p = 938.3$ MeV/c^2 får vi till slut $R(T) = \int_T^0 dE \frac{1}{dE/dx} = \int_0^T dT' \frac{2T'}{1.7 m_p c^2 Z^2} = 2.3$ cm.

   (Relativistisk kinematik $R(E) = \int_E^{m_p c^2} dE' \frac{1}{dE'/dx} = \frac{1}{1.7Z^2} \int_{m_p c^2}^{E} dE(1 - m_p^2 c^4/E'^2)$, där $E = 938.3 + 60 = 998.3$ MeV Sammantaget har vi då $R(E) = \frac{1}{1.7Z^2} \frac{(E - m_p c^2)^2}{E} = \frac{1}{1.7 \cdot 1^2} \frac{(998.3-938.3)^2}{998.3} = 2.1$ cm. Vilket är nästan detsamma som ovan.)

   b. För partiklar som är tyngre än elektronen så sker merparten av energiförlusten via s.k. joniserande strålning via elektron-jon kollisioner. Elektromagnetisk växelverkan.

   c. Enligt Bethe-Bloch, men även i vår approximation, ser man att energiförlusten per längdenhet ökar kraftigt för lägre hastigheter. Detta leder till en naturlig ökning av energideposition mot slutet av partikelns färdväg. En s.k. Braggtopp.

2. a. Grundtillståndsenergin är negativ för ett bundet system. Denna lägsta energi är räknad från tröskeln där systemet ej längre är bundet, och motsvarande energiskillnad ges av bindingsenergin. Alltså, $B = -E_{\mathrm{gs}}$.

   b. Enligt det förenklade uttrycket i uppgiften blir den totala bindingsenergin för ett A-nukleonsystem $B = 9.402A - 7.7 \times 10^{-3} A^2$ MeV. Alfasönderfall kan ske om $B(A, Z) < B(A-4, Z-2) + B(\alpha)$, vilket ger $A > 153$.

3. a. Vi har följande kärnreaktioner:

$$d +^{16} \mathrm{O} \to p +^{17} \mathrm{O} + 1.918\,\mathrm{MeV},$$

$$d +^{16} \mathrm{O} \to n +^{17} \mathrm{F} - 1.631\,\mathrm{MeV},$$

   vilket ger oss en massrelation $m_p c^2 + m_O c^2 + 1.918 = m_n c^2 + m_F c^2 - 1.631$. Vi kan alltså skriva $m_F c^2 - m_O c^2 = m_p c^2 - m_n c^2 + 3.549$MeV.

   Vi kan nu använda att $m_n c^2 - M(^1\mathrm{H})c^2 = 0.782$ MeV, där $M(^1\mathrm{H})c^2 = m_p c^2 + m_e c^2$ (försummat elektronens bindningsenergi). Detta ger oss $m_n c^2 - m_p c^2 - m_e c^2 = 0.782$ MeV och alltså $m_F c^2 - m_O c^2 = -m_e c^2 + (3.549 - 0.782)\mathrm{MeV} = 2.256$ MeV.

   ^{17}F väger 2.256 MeV/c^2 mer än ^{17}O och sönderfaller sannolikt via β^+:

$$^{17}\mathrm{F} \to^{16} \mathrm{O} + n + e^+ + \nu_e$$

   b. Trekropparsönderfall. Relativt tung dotterkärna innebär att vi kan försumma dess rekyl, och näst intill masslös neutrino innebär en möjligthet för positronen att erhålla kinetiska energier mellan 0 MeV och (nästan) Q. Ok att svara $0 \leq T_e \leq Q$, dock krävs ett kinematiskt resonemang kring svaret.

4. a. $\hbar c = 3\times 10^{23}\text{fm}/s \times 1.054\times 10^{-34} \times 6.242\times 10^{12}\text{MeV}\cdot\text{s} = 197.3\,\text{MeV fm}$

   b. $1 = \hbar c = 197.3$ MeV fm $= 0.1973\times 10^{-15}$ GeV m $\Rightarrow$ 1m$= 10^{15}/0.1973$ GeV^{-1} $\approx 5.07\times 10^{15}$ GeV^{-1}

   c. $1 = \hbar = 1.054$ Js $= 1.054\times 10^{-34} 6.242\times 10^{9}$GeV s $\Rightarrow$ 1s $\approx 1.5\times 10^{-24}$ GeV^{-1}

   d. Vi betecknar T :tid, L :längd, E :energi. Vi har följande variabler och enheter; $[\tau] = T$, $[\hbar] = ET$, $[c] = LT^{-1}$ $[m] = ET^2L^{-2}$, $[\alpha] = 1$. Vi ansätter $[\tau] = [\hbar]^x[c]^y/[m]$ vilket ger $T = (E^xT^xL^yT^{-y})/(ET^2L^{-2}) = E^{x-1}T^{x-y-2}L^{y+2}$. För att uppfylla likheten måste vi ha $x-1=0$, $y+2=0$, och $x-y-2=1$. Detta system löses av $x=1$ och $y=-2$. Alltså får vi

$$\tau = \frac{2\hbar}{mc^2\alpha^5} = \frac{2\cdot 1.054\times 10^{-34} 6.242\times 10^{12}\text{MeV s}}{0.511\text{MeV}(1/137)^5} = 12.4\times 10^{-10}\,\text{s}$$

5. Antag en 4-rörelsemängd P_X för den sönderfallande partikeln X. I bubbelkammaren sätter vi upp ett koordinatsystem så att 4-rörelsemängden för protonen ges av $P_p = (E_p, 0, p_p\sin\theta, p_p\cos\theta)$, där $\theta = 64°$, och 4-rörelsemängden för pionen ges av $P_\pi = (E_\pi, 0, 0, p_\pi)$. Notera att $c = 1$. 4-rörelsemängden är bevarad, dvs. $P_X = P_p + P_\pi$. Kvadrering ger $m_X^2 = P_X^2 = m_p^2 + m_\pi^2 + 2P_pP_\pi$, där vi utnyttjat att kvadraten av 4-rörelsemängden är den invarianta massan i kvadrat. Utveckling av korstermen ger nu, $m_X^2 = m_p^2 + m_\pi^2 + 2(E_pE_\pi - p_\pi p_p\cos\theta)$.

   Utnyttja sedan sambandet mellan total energi, massa, och rörelsemängd $E^2 = m^2 + p^2$ för att beräkna protonens och pionens totala energier E_p och E_π. Insättning av dessa samt rörelsemängderna och vinkeln θ från uppgiften ger $m_X = 1114$ MeV/c^2, i fysikaliska enheter.

   Vi detekterar en elektriskt positivt laddad baryon och en elektriskt negativt laddad meson. X måste vara en elektriskt neutral baryon med massa 1114 MeV/c^2. Troligtvis är $X = \Lambda^0$.

6. Negativt $Q-$värde.

   En proton är den lättaste baryonen i Standardmodellen, och eftersom baryontalet är bevarat i vedertagna teorier, kan sönderfallet ej ske på annat vis heller.

   Inuti en atomkärna är situationen annorlunda, ty protonen växelverkar med övriga nukleoner. Sönderfallet kan ske så länge Q-värdet är positivt.