

Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik, F3

Tid:	2019-10-11 14:00 - 18:00
Tillåtna hjälpmedel:	Physics Handbook, Beta, Chalmersgodkänd räknare
Poäng:	Totalt 75 poäng, för betyg 3 krävs 40 poäng, för betyg 4 krävs 60 poäng, för betyg 5 krävs 80 poäng. Ev. poäng från inlämningar inkluderas.
Examinator:	Andreas Ekström tel. 7726307/0705-089198 (besök 16:00)
Rättningsgranskning:	Tid och plats annonseras på ping-pong.

1. Den semiempiriska formeln för atomära massor $M(Z, A)$ som funktion av protontal Z och masstal $A = N + Z$, där N anger neutrontal, ges av

$$M(Z, A) = Z(m_p + m_e) + (A - Z)m_n - a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_a \frac{(Z - A/2)^2}{A} + a_p A^{-1/2}.$$

- a. Förklara och motivera den *fysikaliska* innebörden av alla ingående termer. (5 p)
- b. Koefficienterna i den semiempiriska massformeln kan extraheras från en statistisk anpassning till experimentellt uppmätta bindningsenergies. En sådan anpassning ges i kursboken:

$$a_v = 15.56, \quad a_s = 17.23, \quad a_c = 0.697, \quad a_a = 93.14, \quad a_p = \delta \cdot 12.$$

Alla koefficienter har enheten MeV/c², och δ ges av +1(-1) om Z och N båda är udda(jämna), och $\delta = 0$ om A är udda. Till anpassningen användes $m_p = 938.272$ MeV/c², $m_n = 939.565$ MeV/c², och $m_e = 0.511$ MeV/c². Använd semiempiriska massformeln, med ovanstående koefficienter, för att bestämma vilken $A = 64$ isobar med jämnt antal protoner som är mest stabil. (10 p)

- c. Utnyttja den semiempiriska massformeln, med ovanstående koefficienter, för att uppskatta hur mycket energi som frigörs vid symmetrisk fission av ${}_{92}^{238}\text{U}$. (5 p)

2. Isotopen ${}^{60}\text{Cu}$ kan produceras i reaktionen $p + {}^{60}\text{Ni} \rightarrow {}^{60}\text{Cu} + n$. Om protonerna i den inkommande strålen har den kinetiska energin 12 MeV, och strålmålet ${}^{60}\text{Ni}$ är fixerat i labbet, vilken excitationenergi har då compoundkärnan? Motivera ditt svar! (10 p)

3. Antag att vi har en detektor som består av 30.3 ton gallium som detekterar neutriner via kärnreaktionen $\nu_e + {}^{71}\text{Ga} \rightarrow {}^{71}\text{Ge} + e^-$ och att tvärsnittet för reaktionen är $\sigma = 10^{-42}$ cm².

- a. Vilken är den lägsta neutrinoenergi (s.k. tröskelenergi) som kan detekteras? (5 p)
- b. Under antagandet att neutrinoflödet från solen ovanför tröskelenergin som träffar jorden är $I = 10^{11}$ s⁻¹cm⁻², beräkna antalet reaktioner av ovanstående typ per dygn. (5 p)
- c. Kan neutriner från proton-proton fusion, dvs $p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e$ där d betyder en deuterokärna, detekteras i denna detektor? Motivera ditt svar. [*Uppenbart leptontalsbrott i uppgiften är korrigerat i den i efterhand publicerade tesen. $\bar{\nu}_e$ ersatt med ν_e*] (5 p)

4. Vilka kvanttal L är tillåtna för det (relativa) banrörelsemängdsmoment mellan en proton och en neutron som är bundna till en deutron? Deutronens grundtillstånd karakteriseras av $J^\Pi = 1^+$. Motivera ditt svar! (10 p)

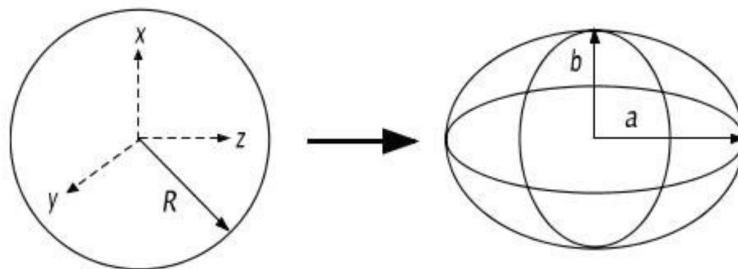
5. Inte alla atomkärnor är sfäriska. Det elektriska kvadrupolmomentet Q

$$eQ \equiv \int \rho(\mathbf{r})(3z^2 - r^2) d^3\mathbf{r},$$

där $\rho(\mathbf{r})$ betecknar densitetsfördelningen av elektrisk laddning (e betecknar elementarladdningen) i atomkärnan, är ett mått på avvikelse från sfäricitet, till exempel en ellipsoid form. För en sfärisk kärna är $Q = 0$ b ($1b=100 \text{ fm}^2$). Visa att Q för en ellipsoid, och uniform, laddningsfördelning med total laddning Ze , i vila, med z -axeln som symmetriaxel och a, b som halvaxlar (se figur 1) ges av

$$Q = \frac{2}{5}Z(a^2 - b^2).$$

(10 p)



Figur 1: Sfär deformerad till en ellipsoid.

6. En partikel X sönderfaller i vila via den svaga kraften enligt $X \rightarrow \pi^0 + \mu^+ + \nu_\mu$. Avgör X -partikelns

- elektriska laddning
- baryontal
- leptontal
- spin
- minsta massa i MeV/c^2

(10 p)

Lycka Till!

Lösningsskiss Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik 2019-10-11

Se kursbok och föreläsningssanteckningar för detaljer.

1. a. Se Martin kap. 2.3.2
- b. Maximera bindingsenergin med avseende på Z .

$$\frac{\partial BE(Z, A)}{\partial Z} = -2a_c \frac{Z}{A^{1/3}} - 2a_a \frac{Z - A/2}{A}$$

$$\left. \frac{\partial BE(Z, A)}{\partial Z} \right|_{Z=Z_0} = 0 \Rightarrow Z_0 = \frac{A}{2(1 + a_c A^{2/3}/a_a)}$$

Insättning av konstanter a_c och a_a samt $A = 64$ enligt uppgiften ger $Z_0 = 28.6$. Dvs, $Z = 28$ är lösningen med jämnt antal protoner.

- c. Frigjord energi $Q = (M(Z, A) - 2M(Z/2, A/2))c^2$ för symmetrisk fission. Endast termer proportionella mot a_a , a_c , och a_p är relevanta.

$$Q = \left[a_s A^{2/3} - 2a_s \left(\frac{A}{2} \right)^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - 2a_c \frac{(Z/2)^2}{(A/2)^{1/3}} + a_p A^{-1/2} \right] c^2 = 179.5 \text{ MeV}$$

Där vi utnyttjat att $A = 238$ och $Z = 92$

2. Vid reaktionen bildas compoundkärnan ${}^{61}\text{Cu}^*$. Sätt upp fyrrörelsemängderna: $P_p = (E_p, \vec{p}_p)$, $P_{\text{Ni}} = (m_{\text{Ni}}, 0)$, $P_{\text{Cu}^*} = P_p + P_{\text{Ni}}$, där vi utnyttjat bevaring av total fyrrörelsemängd samt antagit $c = 1$. Kvadrering ger skalären $m_{\text{Cu}^*}^2 = P_p^2 + P_{\text{Ni}}^2 + 2P_p P_{\text{Ni}} = m_p^2 + m_{\text{Ni}}^2 + 2 \underbrace{(m_p + T_p)}_{=E_p} m_{\text{Ni}}$.

Excitationsenergin för compoundkärnan ges av $m_{\text{Cu}^*} - m_{\text{Cu}}$, dvs

$$[m_p^2 + m_{\text{Ni}}^2 + 2(m_p + T_p)m_{\text{Ni}}]^{1/2} - m_{\text{Cu}}$$

Insättning av exakta kärnmassor $m_p = 1.007276u$, $m_{\text{Ni}} \approx M({}^{60}\text{Ni}) - 28m_e = 59.930789u - 28m_e$, $m_{\text{Cu}} \approx M({}^{61}\text{Cu}) - 29m_e = 60.933462u - 29m_e$ ger 16.6 MeV excitationsenergi för compoundkärnan. Beräkning med atomära massor och/eller icke-relativistiskt (med motivering $T_p \ll m_p$) är OK.

3. a. Reaktionens Q -värde ges av $Q = (m({}^{71}\text{Ga}) - m({}^{71}\text{Ge}) - m_e)c^2 = ((M({}^{71}\text{Ga}) - 31m_e) - (M({}^{71}\text{Ge}) - 32m_e) - m_e)c^2 = (M({}^{71}\text{Ga}) - M({}^{71}\text{Ge}))c^2 = 70.924701u - 70.924954u = -0.24 \text{ MeV}$. Vi har antagit att neutronerna är masslösa.

Neutrinoenergin måste överstiga $-Q$ för att reaktionen skall kunna ske.

- b. antalet reaktioner per sekund ges av $R = N\sigma I$ där antalet galliumkärnor i tanken är $N = \frac{30.3 \cdot 10^6 \text{ g} \cdot 6.02 \cdot 10^{23} \cdot \text{mol}^{-1}}{69.723 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = 2.62 \cdot 10^{29}$, där vi antagit att allt gallium i tanken består av ${}^{71}\text{Ga}$.

Antalet reaktioner per sekund blir $R = 2.62 \cdot 10^{-2}$, vilket ger 2264 reaktioner per dygn.

- c. Q -värdet för proton-proton fusion ges av $2m_p - m_d - m_e = 2m_p - (M(^2\text{H}) - m_e) - m_e = 2m_p - M(^2\text{H}) = 2 \cdot 1.007276467u - 2.01410178u = 0.42 \text{ MeV}$. Vi har försummat neutrinomassan. Notera även att detta är en elektrosvag kärnreaktion.

Ja. Neutriner från solen kan ha en kinetisk energi som överstiger tröskelenergi för detektorn och kan därmed detekteras.

[reaktionen för proton-proton fusion innehöll ett feltryck. Antineutrino ska vara en neutrino. Detta har tagits i beaktande under rättningen.]

4. Nukleonerna har spinkvanttal $s = 1/2$, vilket ger möjliga totala spin $S = 0, 1$. Möjliga $L = 0, 1, 2$ ty dessa kan koppla till $S = 0, 1$ och ge totalt $J = 1$. Eftersom total paritet ges av $(-)^L$ och denna måste vara positiv så är endast $L = 0, 2$ tillåtna.
5. Se Martin problem 7.5
6. a. laddning $+1$
b. baryontal 0
c. leptontal 0
d. spin $0, 1$
e. $m_X \geq (m_\pi + m_\mu + m_\nu) \approx (135 + 106 + 0) \text{ MeV}/c^2 = 241 \text{ MeV}/c^2$