

# Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik, F3

Tid: 2019-08-29 14:00 - 18:00  
 Tillåtna hjälpmedel: Physics Handbook, Beta, Chalmersgodkänd räknare  
 Poäng: Totalt 75 poäng, för betyg 3 krävs 40 poäng, för betyg 4 krävs 60 poäng, för betyg 5 krävs 80 poäng.  
 Ev. poäng från inlämningar inkluderas.  
 Examinator: Andreas Ekström tel. 7726307/0705-089198 (besök 16:00)  
 Rättningsgranskning: Tid och plats annonseras på ping-pong.

1. En Kurieplot-analys av uppmätta energier för positronerna i  $\beta^+$ -sönderfallet  $^{29}\text{P} \rightarrow ^{29}\text{Si} + e^+ + \nu_e$  gav en ändpunktsenergi ( $Q$ -värde) på 3,92 MeV. Kärnradien  $R$  för en isotop med  $A$  nukleoner kan uppskattas med hjälp av  $R = r_0 A^{1/3}$  och en atomkärnas Coulombenergi  $E_C$  ges av

$$E_C = \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

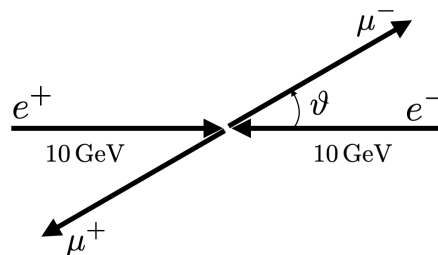
Uppskatta utgående från detta värdet på proportionalitetskonstanten  $r_0$ . (10 p)

2. Visa analytiskt varför fotoelektrisk effekt ej kan ske för en fri elektron. (10 p)
3. Vilken eller vilka av följande reaktioner är tillåtna och vilka är ej tillåtna enligt de för tillfället kända egenskaperna för svag, elektromagnetisk, och stark växelverkan. För de reaktioner som ev. ej är tillåtna: uppge endast en anledning till varför reaktionen ej kan ske.

- |   |  |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\mu^+ \rightarrow e^+ + \gamma</math></li> <li>• <math>e^- \rightarrow \nu_e + \gamma</math></li> <li>• <math>p^+ + p^+ \rightarrow p^+ + \Sigma^+ + K^-</math></li> <li>• <math>p^+ \rightarrow e^+ + \nu_e</math></li> <li>• <math>p^+ \rightarrow e^+ + n + \nu_e</math></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e</math></li> <li>• <math>\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu</math></li> <li>• <math>\pi^+ + \pi^0 \rightarrow p^+</math></li> <li>• <math>e^+ + e^+ \rightarrow e^+ + e^+</math></li> <li>• <math>n + n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e</math></li> </ul> |
|---|--|

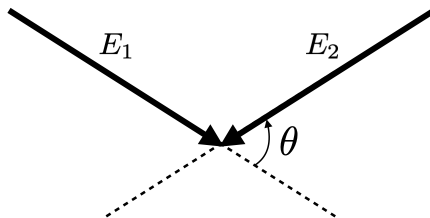
(10 p)

4. Reaktionen  $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$  har studerats experimentellt med hjälp av två rakt motriktade strålar bestående av accelererade elektroner respektive positroner. Vid ett specifikt experiment hade vardera inkommande stråle en energi på 10 GeV i labsystemet. Se figur 1.



Figur 1: Skiss över geometrin för ett 10 GeV experiment med två motriktade elektron/positron-strålar. Myonerna sprids en vinkel  $\vartheta$ .

- a. Vid dessa energier så sker ovanstående reaktion via elektromagnetisk växelverkan. Rita lägsta ordningens Feynmandiagram för reaktionen i detta fall. (5 p)
- b. Visa att kvadraten av den totala energin i CM-systemet till mycket god approximation ges av  $E_{\text{CM}}^2 \approx 4E_1E_2$  för en rakt motriktad kollision (enligt figur 1) mellan två relativistiska ( $E \gg m$ ) partiklar med energi  $E_1$  och  $E_2$  i labsystemet. (5 p)
- c. Visa att  $E_{\text{CM}}^2 \approx 4E_1E_2(1 + \cos\theta)/2$  om samma partiklar inkommer med en vinkel  $\theta$  mot varandra enligt figur 2. (5 p)



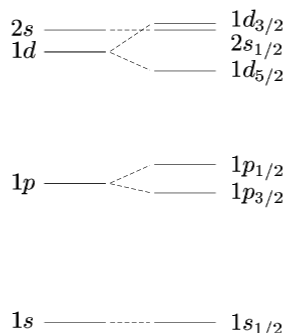
Figur 2: Skiss över en situation där två partiklar med energier  $E_1$  och  $E_2$  inkommer med en vinkel  $\theta$  mot varandra.

- d. Det differentiella tvärsnittet för reaktionen  $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$  enligt figur 1 ges av

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2 \hbar^2 c^2}{4E_{\text{CM}}^2} (1 + \cos^2 \vartheta)$$

där  $E_{\text{CM}}$  är den totala energin i CM-systemet,  $\alpha$  är finstrukturkonstanten, och  $\vartheta$  betecknar myonernas spridningsvinkel. Beräkna det totala reaktionstvårsnittet för experimentet. Motivera ditt svar. (5 p)

5. I den här uppgiften skall du analysera isotopen  ${}^7\text{Li}$  med hjälp av skalmodellen. Antag att energinivåerna i skalmodellen är ordnade enligt figur 3. Motivera alla svar.



Figur 3: Energinivåer i skalmodellen. Den högra delen visar energiuppdelningen på grund av spinnban-kopplingen i den starka kraften. Kvanttalerna för varje enpartikeltillstånd i skalmodellen är givna på formen  $nl_j$  med spektroskopisk notation  $s, p, d, f, g, \dots$  för bankvanttalet  $l = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ , det kopplade rörelsemängdsmomentet ges av  $\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s}$ , där  $s$  betecknar nukleonens spinnkvanttal, och  $n = 1, 2, 3, \dots$  är ett nodkvanttal.

- a. Vilken skalmodellskonfiguration har grundtillståndet? (2 p)
- b. Ange grundtillståndets paritet  $\Pi$  och totalt kopplat spin  $J$  enligt skalmodellen. (3 p)
- c. Ange de två mest sannolika skalmodellskonfigurationerna för det första exciterade tillståndet. Antag att endast protoner exciteras. (5 p)
6. Utnyttja skalmodellen och dom kända bindningsenergierna för  ${}^{15}\text{O}$  (111.96 MeV),  ${}^{16}\text{O}$  (127.62 MeV), och  ${}^{17}\text{O}$  (131.76 MeV) för att uppskatta energiskillnaden mellan neutron-nivåerna  $1p_{1/2}$  och  $1d_{5/2}$  för atomkärnor med masstalet  $A \approx 16$ . (15 p)

*Lycka Till!*

# Lösningsskiss Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik

## 2019-08-29

Se kursbok och föreläsningssanteckningar för detaljer.

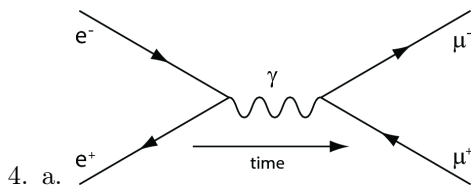
- ( $c = 1$ ). Relatera  $Q$ -värdet till skillnaden bindingsenergi  $\Delta B$  mellan moder- och dotterkärnorna. Antag sedan att  $\Delta B$  ges helt och hållet av Coulombenergin.  
 $Q_{\beta^+} = [M(^{29}\text{P}) - M(^{29}\text{Si}) - 2m_e] = [(15M(^1\text{H}) + 14m_n - BE(^{29}\text{P})) - (14M(^1\text{H}) + 15m_n - BE(^{29}\text{Si})) - 2m_e] = [M(^1\text{H}) - m_n - 2m_e] + \Delta B$ .

Detta ger  $3,92 \text{ MeV} = [938,783 \text{ MeV} - 939,565 \text{ MeV} - 2 \cdot 0,511 \text{ MeV}] + \Delta B$ .

Alltså  $\Delta B = 5,72 \text{ MeV}$ , vilket ger en radie  $R = \frac{3}{5} \frac{(15^2 - 14^2)e^2}{4\pi\epsilon_0\Delta B} = 4.38 \text{ fm}$ .

Med  $R = r_0 A^{1/3}$  får vi  $r_0 = 4.38 \cdot 29^{-1/3} = 1.4 \text{ fm}$ .

- ( $c = 1$ ). Fyrrörelsemängder:  $P_\gamma = (E_\gamma, \vec{p}_\gamma)$  för fotonen;  $P_{e,i} = (E_{e,i}, \vec{0})$  för initial elektron;  $P_{e,f} = (E_{e,f}, \vec{p}_{e,f})$  för final elektron. Bevaring av total fyrrörelsemängd ger  $P_\gamma + P_{e,i} = P_{e,f}$ , vilket efter kvadrering (skalär) resulterar i villkoret  $E_\gamma m_e = 0$  som aldrig kan uppfyllas eftersom vi vet att elektroner har massa och fotonen har positiv energi.
- $\mu^+ \rightarrow e^+ + \gamma$  Bryter mot smakvis bevaring av leptontalet
  - $e^- \rightarrow \nu_e + \gamma$  Bryter mot laddningsbevaring
  - $p^+ + p^+ \rightarrow p^+ + \Sigma^+ + K^-$  Bryter mot laddningsbevaring
  - $p^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$  Bryter mot baryontalsbevaring
  - $p^+ \rightarrow e^+ + n + \nu_e$  Bryter mot energibevaring (för fri proton)
  - $n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$  OK
  - $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  OK
  - $\pi^+ + \pi^0 \rightarrow p^+$  Bryter mot baryontalsbevaring
  - $e^+ + e^+ \rightarrow e^+ + e^+$  OK
  - $n + n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$  Bryter mot baryontalsbevaring



- ( $c = 1$ ). Fyrrörelsemängder (med 3-rörelsemängder enbart i t.ex.  $z$ -riktning):  
 $P_1 = (E_1, 0, 0, p_1)$  och  $P_2 = (E_2, 0, 0, -p_2)$ .  
 $E_{\text{CM}}^2 = (P_1 + P_2)^2 = (E_1 + E_2)^2 - (p_1 - p_2)^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 - p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2$ . Om  $E \gg m$  har vi  $E^2 \approx p^2$  och vi får  $E_{\text{CM}}^2 \approx 4E_1E_2$ .
- ( $c = 1$ ). Fyrrörelsemängder:  $P_1 = (E_1, 0, 0, p_1)$  och  $P_2 = (E_2, 0, -p_2 \sin \theta, -p_2 \cos \theta)$ .  
 $E_{\text{CM}}^2 = (E_1 + E_2)^2 - (p_2 \sin \theta)^2 - (p_1 - p_2 \cos \theta)^2 = (E_1 + E_2)^2 - p_1^2 - p_2^2(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + 2p_1p_2 \cos \theta \approx 4E_1E_2(1 + \cos \theta)/2$  enligt samma approximation som i föregående deluppgift.

d.

$$\begin{aligned}\sigma &= \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \frac{2\pi\alpha^2\hbar^2c^2}{4E_{\text{CM}}^2} \int_{-1}^1 (1 + \cos^2\vartheta) d(\cos\vartheta) = \\ &= \frac{2\pi}{4} \frac{1}{137^2} \frac{(197.3 \text{ MeV fm})^2}{(2 \cdot 10^4 \text{ MeV})^2} \left[ \cos\vartheta + \frac{\cos^3\vartheta}{3} \right]_{-1}^1 = 2.172 \times 10^{-8} \text{ fm}^2 = 0.217 \text{ nb}\end{aligned}$$

5. Se Martin 7.1

6.  $^{17}\text{O}$  har en valensneutron i  $1d_{5/2}$ ,  $^{15}\text{O}$  har en valensneutron i  $1p_{1/2}$ , och  $^{16}\text{O}$  har helt fyllda skal. Neutron-separationsenergin ges av  $S_n = BE(N, Z) - BE(N - 1, Z)$ . Vi får  $S_n = 4,14$  MeV och  $S_n = 15,66$  MeV för  $^{17}\text{O}$  och  $^{16}\text{O}$ . Skillnaden mellan dessa två separationsenergier ger energiskillnaden 11.52 MeV mellan neutron-nivåerna  $1p_{1/2}$  och  $1d_{5/2}$  för atomkärnor med masstalet  $A \approx 16$ .