

Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik, F3

Tid:	2019-06-04 08:30 - 12:30
Tillåtna hjälpmedel:	Physics Handbook, Beta, Chalmersgodkänd räknare
Poäng:	Totalt 75 poäng, för betyg 3 krävs 40 poäng, för betyg 4 krävs 60 poäng, för betyg 5 krävs 80 poäng. Ev. poäng från inlämningar inkluderas.
Examinator:	Andreas Ekström tel. 7726307/0705-089198 (besök 09:30+11:00)
Rättningsgranskning:	Tid och plats annonseras på ping-pong.

1. Betrakta α -sönderfallet ${}_{90}^{230}\text{Th} \rightarrow {}_{88}^{226}\text{Ra} + \alpha$.
 - a. Beteckna respektive bindningsenergi med $\text{BE}(\text{Th})$, $\text{BE}(\text{Ra})$, $\text{BE}(\alpha)$ och ange med hjälp av dessa variabler uttrycket för att beräkna Q -värdet för sönderfallet. (1 p)
 - b. För vilka Q -värden sker sönderfallet spontant? (1 p)
 - c. Beräkna numeriska värden för bindningsenergierna $\text{BE}(\text{Th})$ och $\text{BE}(\text{Ra})$ med hjälp av följande semiempiriska massformel:

$$M(Z, A) = Z(m_p + m_e) + (A - Z)m_n - a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_a \frac{(Z - A/2)^2}{A} + a_p A^{-1/2}.$$

Koefficienterna i den semiempiriska massformeln kan extraheras från en statistisk anpassning till experimentellt uppmätta bindningsenergies. Använd följande anpassning av alla ingående koefficienter:

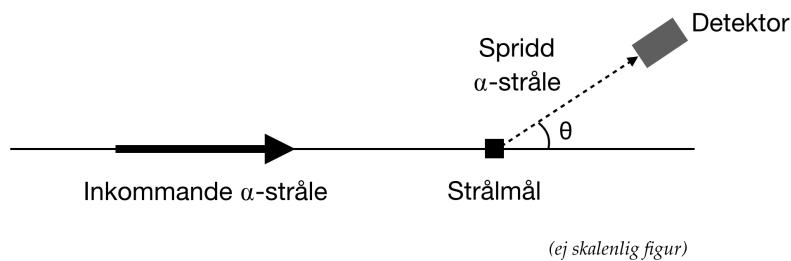
$$a_v = 15.56, \quad a_s = 17.23, \quad a_c = 0.697, \quad a_a = 93.14, \quad a_p = \delta \cdot 12.$$

Alla koefficienter har enheten MeV/c^2 , och δ ges av $+1(-1)$ om Z och N båda är udda(jämna), och $\delta = 0$ om A är udda. Till anpassningen användes $m_p = 938.272 \text{ MeV}/c^2$, $m_n = 939.565 \text{ MeV}/c^2$, och $m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2$.

(3 p)

- d. Hur stor kinetisk energi får dotterkärnan ${}^{226}\text{Ra}$ om moderkärnan befinner sig i vila. Antag i den här deluppgiften att $\text{BE}(\alpha) = 28.3 \text{ MeV}$, och för enkelhets skull att totala massan för en atomkärna med A nukleoner ges av $A \cdot M_N$ där M_N betecknar nukleonmassan. Motivera ditt svar tydligt. (5 p)
2. Vilka enprotontillstånd $n\ell_j$ med negativ paritet i skalmodellen kan ockuperas av *maximalt* 12 st protoner. Ange enpartikelkvanttalerna n (huvudkvanttal), j (kopplat spinn-bankkvanttal) och ℓ (bankkvanttal) för dessa tillstånd. Motivera ditt svar tydligt. (10 p)
 3. Antag att det endast existerar 3 st generationer av laddade leptoner ($l = e, \mu, \tau$) och att de totala och partiella sönderfallsvidderna för en Z^0 -boson är uppmätta till $\Gamma_Z(\text{total}) = 2.534 \text{ GeV}$, $\Gamma(Z^0 \rightarrow l^+ + l^-) = 0.084 \text{ GeV}$, och $\Gamma(Z^0 \rightarrow \text{hadroner}) = 1.797 \text{ GeV}$. Enligt beräkningar i Standardmodellen är sönderfallsvidden till neutriner $\Gamma(Z^0 \rightarrow \nu_l + \bar{\nu}_l) = 0.166 \text{ GeV}$. Visa att ovanstående data ger ett rimligt stöd till att det existerar även $N_\nu = 3$ st neutrino-generationer. Motivera ditt svar och alla antaganden angående den svaga växelverkan och neutrinoegenskaper tydligt. (10 p)

4. Antag att en proton med kinetisk energi $T = 200$ MeV sprids mot en stillastående neutron och att dessa två partiklar växelverkar med varandra via den starka kraften. Lista alla partiklar som kan produceras i reaktionen? Motivera ditt svar tydligt. (15 p)
5. En välfokuserad stråle bestående av alfa-kärnor (${}^4\text{He}$), med kinetisk energi $T = 0.1$ GeV per alfa-kärna, Rutherfordsprids mot ett stillastående och $d = 1$ mm tjockt strålmål bestående av guld (densitet $\rho = 19.3$ g/cm³, molmassa $M = 197$ g/mol). Mot strålmålet inkommer $\Phi = 10^9$ alfa-kärnor/s. En partikeldetektor är placerad med en vinkel $\theta = 30^\circ$ mot den inkommande strålens riktning och $L = 1$ m från strålmålet, se skiss i figur 1. Detektorn har 100% detektionseffektivitet samt en total aktiv yta motsvarande 1 cm² sett från strålmålet. Uppskatta hur många alfa-kärnor som detekteras per sekund. Motivera ditt svar tydligt. (Du kan försumma energiförluster i strålmålet och anta ett konstant spridningstvärsnitt över detektorns rymdvinkel) (15 p)



Figur 1: En inkommande stråle med α -partiklar sprids mot ett strålmål bestående av guld. En detektor är placerad $\theta = 30^\circ$ grader mot strålexeln.

6. Radioaktivitet och sönderfall:
- a. Vid en mätning noterar man att aktiviteten för ett prov med radioaktivt ${}^{55}\text{Co}$ sjunker med 4% per timme. Hur lång livstid har ${}^{55}\text{Co}$. Antag att dotterkärnan är stabil. Motivera ditt svar tydligt. (5 p)
- b. Betrakta sönderfallskedjan av de radioaktiva isotoperna A och B :



där isotop C är stabil. Vid $t = 0$ har vi endast isotop A i provet och ingen förekomst av vare sig isotop B eller C . Antag halveringstiderna $t_{1/2}^A = 5$ dagar och $t_{1/2}^B = 138$ dagar för respektive isotop. Vid vilken tidpunkt t_* infinner sig maximalt antal isotoper av typen B ?. Visa härledningen av nödvändiga formler. (10 p)

Lösningförslag Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik

2019-06-04

Se kursbok och föreläsningssanteckningar för ytterligare detaljer.

1. a. $Q = \text{BE}(\text{Ra}) + \text{BE}(\alpha) - \text{BE}(\text{Th})$
 b. $Q > 0$
 c. $\text{BE}(Z, A) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a \frac{(Z-A/2)^2}{A} - a_p A^{-1/2}$.
 vilket ger $\text{BE}(\text{Ra}) = 1734.4 \text{ MeV}$; $\text{BE}(\text{Th}) = 1758.2 \text{ MeV}$
 d. $Q = 1734.4 + 28.3 - 1758.2 = 4.5 \text{ MeV}$. Kinetisk energi för Ra-kärnan $\approx Q \cdot 4/(4 + 226) = 0.078 \text{ MeV}$
2. Ett enpartikeltillstånd i skalmodellen för atomkärnor identifieras via kvanttal $n = 1, 2, 3, \dots$, $\ell = 0, 1, 2, \dots$ och j , där vi kopplar $\vec{j} = \vec{\ell} + \vec{s}$. Möjliga värden på z -komponenten av j -kvanttalet är $-j, -j + 1, \dots, j - 1, j$. *Degenerationen* för ett tillstånd med kvanttalet j ges därför av $2j + 1$. *Pariteten* för ett tillstånd bestäms av rumsdelen i vågfunktionen enligt $(-1)^\ell$. Tillstånd som kan innehålla maximalt 12 protoner har därför kvanttal $j = 11/2$ och $\ell = 6$ eller $\ell = 5$. Endast det sistnämnda har negativ paritet. Alltså kan alla tillstånd med $n = 1, 2, 3, \dots$, $j = 11/2$, och $\ell = 5$ ockuperas av maximalt 12 protoner.
3. Kvarkar (detekteras som hadroner), laddade leptoner, och neutriner är de partiklar vi förväntar oss skall växelverka med Z^0 . Vi balanserar därför ekvationen

$$\Gamma_z(\text{total}) = 3\Gamma(Z^0 \rightarrow l^+ + l^-) + \Gamma(Z^0 \rightarrow \text{hadroner}) + N_\nu \Gamma(Z^0 \rightarrow \nu_l + \bar{\nu}_l)$$

och finner $N_\nu = 2.92 \approx 3$. Vi har antagit att alla leptoner kopplar med samma styrka till den svaga kraften (*lepton universality*) samt att det inte existerar neutriner med en massa som större än $M_Z/2$.

4. Inga nya partiklar kan bildas. Se föreläsningssanteckningar för att mha relativistisk kinematik (fyrrörelsemängd) visa att det endast finns 97 MeV tillgänglig energi i kollisionen. Detta räcker inte till att bilda någon ny meson eller baryon överhuvudtaget. Energin räcker heller inte till att excitera någon av nukleonerna. Inga leptoner bildas, ty dessa växelverkar ej starkt.
5. Utifrån strålmålets densitet (ρ), tjocklek (d), och molmassa (M) samt vetskap om antalet inkommande alfapartiklar per sekund (Φ), kan vi beräkna flödet av inkommande partiklar mot strålmålet

$$L = \Phi \frac{\rho N_A}{M} d = 5899726 \text{ s}^{-1} \text{ fm}^{-2},$$

där $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ betecknar Avogradros konstant.

Rutherfords uttryck för spridningstvårsnittet ger

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \left(\frac{Z_b Z_t \alpha \hbar c}{4T \sin^2(\theta/2)} \right)^2 = 0.72 \text{ b/sr}.$$

Detektorn upptar en väldigt liten rymdvinkel $\Omega_{\text{detektor}} = A/r^2 = 10^{-4}$ sr över vilken spridningstvårsnittet inte varierar särskilt kraftigt vilket i sin tur medför att vi kan uppskatta det integrerade tvårsnittet som

$$\sigma = \int_{\text{detektor}} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \approx \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \Omega_{\text{detektor}} = 0.72 \cdot 10^{-4} \text{ b.}$$

Antalet partiklar som sprids in i detektorn ges av $L \cdot \sigma \approx 425 \text{ s}^{-1}$.

6. a. Skiss: $0.96^{17} = 0.50 \Rightarrow t_{1/2} = 17h$. Alternativt $0.96A(0) = A(1h) \Rightarrow \lambda = -\ln(0.96) \Rightarrow t_{1/2} = 17h$
- b. Se boken. $N_B(t) = \frac{\lambda_A N_A(0)}{\lambda_B - \lambda_A} (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t})$, derivera map t och finn maximum $t_\star = \frac{1}{\lambda_B - \lambda_A} \ln(\lambda_B/\lambda_A) = 25$ dagar