

Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik, F3

Tid:	2018-05-29 08:30 - 12:30
Tillåtna hjälpmedel:	Physics Handbook, Beta, Chalmersgodkänd räknare
Poäng:	Totalt 75 poäng, för betyg 3 krävs 40 poäng, för betyg 4 krävs 60 poäng, för betyg 5 krävs 80 poäng. Ev. poäng från inlämningar inkluderas.
Examinator:	Andreas Ekström tel. 7726307/0705-089198 (besök 09:30+11:00)
Rättningsgranskning:	Tid och plats annonseras på ping-pong.

1. En hadron är en sammansatt partikel bestående av bland annat kvarkar. Hadroner delas in i baryoner och mesoner.
 - a. Vad definierar en baryon resp. en meson? Motivera dina svar tydligt. (2 p)
 - b. En Ω^- baryon innehåller tre stycken särkvarkar (sss) med totalt kopplat spin $J = \frac{3}{2}$, paritet $\pi = +$, och med totalt relativt banrörelsemängdsmoment $L = 0$. Motivera i detalj med hjälp av denna information varför vi behöver införa ett så kallat färgkvanttal för kvarkar. (3 p)
 - c. Antalet färger N_c i den starka kraften har påvisats experimentellt med hjälp av positron-elektron annihilerings. Förhållandet R mellan tvärsnittet $\sigma(e^+ + e^- \rightarrow q_f + \bar{q}_f)$ för produktion av ett kvark-antikvark-par och tvärsnittet $\sigma(e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-)$ för produktion av ett myon-antimyon-par ges av

$$R = \frac{\sigma(e^+ + e^- \rightarrow q_f + \bar{q}_f)}{\sigma(e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-)} = N_c Q_f^2$$

där Q_f räknar antalet elektriska elementarladdningar (e) för en kvark med smak f . Antag att ett experiment är sådant att den totala energin i kollisionen mellan e^+ och e^- är mer än tillräcklig för att kunna bilda ett $b\bar{b}$ -par av kvarkar, men ej ett $t\bar{t}$ -par. Vilket numeriskt värde på R kan man förvänta sig i mätningen? (5 p)

2. Den semiempiriska formeln för atomära massor $M(Z, A)$ som funktion av protontal Z och masstal $A = N + Z$, där N anger neutrontal, ges av

$$M(Z, A) = Z(m_p + m_e) + (A - Z)m_n - a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_a \frac{(Z - A/2)^2}{A} + a_p A^{-1/2}.$$

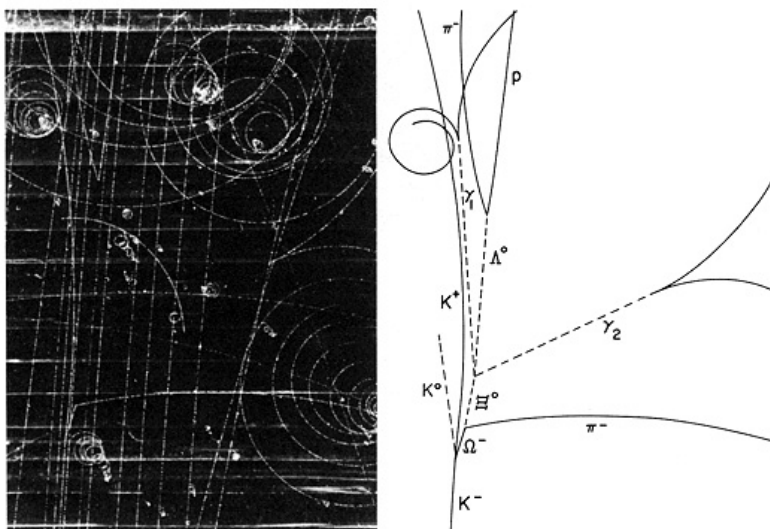
- a. Förklara och motivera den fysikaliska innebörden av alla ingående termer. (5 p)
- b. Koefficienterna i den semiempiriska massformeln kan extraheras från en statistisk anpassning till experimentellt uppmätta bindningsenergier. En sådan anpassning ges i kursboken:

$$a_v = 15.56, \quad a_s = 17.23, \quad a_c = 0.697, \quad a_a = 93.14, \quad a_p = \delta \cdot 12.$$

Alla koefficienter har enheten MeV/c², och δ ges av $+1(-1)$ om Z och N båda är udda(jämna), och $\delta = 0$ om A är udda. Till anpassningen användes $m_p = 938.272$ MeV/c², $m_n = 939.565$ MeV/c², och $m_e = 0.511$ MeV/c². Använd semiempiriska massformeln för att bestämma vilken $A = 64$ isobar med jämnt antal protoner som är mest stabil? (10 p)

3. betasönderfall och Q -värde.

- Härled uttrycken för Q -värdet vid β^+ -sönderfall, β^- -sönderfall, och EC (elektroninfångning). Du kan försumma bindningsenergin för elektroner i alla fall förutom för EC . (6 p)
 - Använd massor från den semiempiriska massformeln (uppgift 2) för att avgöra huruvida $^{27}_{12}\text{Mg}$ kan betasönderfalla via β^- , β^+ , EC . (6 p)
 - Förutom brott mot leptontalet, varför kan inte en neutron i vila sönderfalla till endast en proton och en elektron, dvs $n \rightarrow p^+ + e^-$? (3 p)
4. År 1964, vid Brookhaven National Laboratory, observerades för första gången Ω^- baryonen (figur 1). Den skapades i reaktionen $K^- + p^+ \rightarrow \Omega^- + K^+ + K^0$. Använd följande kvarkinnehåll för dessa hadroner: $K^- = \bar{u}s$, $p^+ = uud$, $\Omega^- = sss$, $K^+ = \bar{s}u$, $K^0 = d\bar{s}$.



Figur 1: I fotografiet till vänster syns spåren från elektriskt laddade partiklar i en bubbelkammare. Figuren till höger förtydligar relevanta spår. Notera hur ett pålagda magnetfält böjer negativt laddade partiklar till höger och positivt laddade partiklar till vänster. De streckade linjerna visar var oladdade partiklar har passerat (utan att lämna några spår i bubbelkammaren). I den aktuella bilden kommer en K^- in i bubbelkammaren från bildens nederkant och växelverkar med en proton (bubbelkammaren består av flytande väte) och skapar en K^+ , en K^0 samt en Ω^- . Därefter följer ett antal sönderfall och parbildningar.

- Är baryontal och kvarktal (för alla smaker) bevarade? Vilken växelverkan är ansvarig för reaktionsprocessen? Rita ett Feynmandiagram på kvarknivå som beskriver processen. (4 p)
- Om protonen befinner sig i vila i labbsystemet, vilken kinetisk energi, i labbsystemet, behöver den inkommande kaonen minst ha för att reaktionen skall kunna ske? (6 p)

5. Antag att vi har en sönderfallsskedja bestående av två radioaktiva atomkärnor A och B , samt en stabil atomkärna C , som kan skrivas

$$A \rightarrow B \rightarrow C$$

där sönderfallskonstanterna för atomkärnorna A och B ges av λ_A och λ_B . Om vi dessutom antar att det vid tiden $t = 0$ endast existerar N_A^0 atomkärnor av typen A , dvs $N_A(t = 0) = N_A^0$ och $N_B(t = 0) = N_C(t = 0) = 0$. Visa att antalet atomkärnor av typen B som funktion av tiden t ges av

$$N_B(t) = \frac{\lambda_A N_A^0}{\lambda_B - \lambda_A} (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t})$$

(10 p)

6. Elektron- och myon-generationerna av neutriner, dvs $\{|\nu_e\rangle, |\nu_\mu\rangle\}$, bildas i svaga växelverkningar. Dessa tillstånd är inte (energi)egentillstånd $\{|\nu_1\rangle, |\nu_2\rangle\}$ till en Hamiltonian med massegenvärden m_1, m_2 . Smak- och energi-tillstånd är relaterade via en unitär matris U enligt $|\nu_\ell\rangle = \sum_{i=1,2} U_{\ell,i} |\nu_i\rangle$ (där $\ell = e, \mu$). Vidare kan vi parametrisera U mha av en rotationsvinkel (mixingparameter) θ enligt

$$U = \begin{pmatrix} U_{e,1} & U_{e,2} \\ U_{\mu,1} & U_{\mu,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}.$$

- a. Antag att masstillstånden $|\nu_i\rangle$ ($i = 1, 2$) kan beskrivas som planvågor med samma energi E och ett tidsberoende enligt $e^{-iEt/\hbar}$ samt att $E \approx pc$, dvs $m \ll p$. Härled sannolikheten, uttryckt i neutrinomassor (m_1, m_2) och energi (E), att en producerad elektronneutrino $|\nu_e\rangle$ detekteras vid en senare tid t som en myonneutrino $|\nu_\mu\rangle$.
- (10 p)
- b. Oscillerande neutrinosmaker är en kvantmekanisk effekt. Nämn två antaganden i ovanstående teoretiska beskrivning som är direkt avgörande för att neutrinooscillationer skall ske. Motivera dina svar.
- (5 p)

Lösningsskisser till tentamen i

FUFO50, 2018-05-29

Andreas Ekström

1.

a) En baryon består av tre stycken kvarker

En meson består av en antikvark och en kvark.

b)

$\Sigma^- = (udd)$, $J = \frac{3}{2}$. Kvarker har spin kvanttal $S = \frac{1}{2}$

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}, \quad J = \frac{3}{2}, \quad L = 0$$

$\Rightarrow$ alla 3 särkvarker måste

koppla spin så att $S_z = +\frac{1}{2}$

för varje kvark, t.ex.

$$J_z = \sum S_z, \quad m_J = +\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

Fermioner måste uppfylla

Pauliprincipen! Färg = r g b

$$"\Sigma^- = (S_r S_g S_b)"$$

$$c \quad R = N_c Q_f^2$$

$$e^+ e^- \rightarrow b \bar{b}$$

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} + \frac{2}{3} e \\ - \frac{1}{3} e \end{matrix}$$

$$\Rightarrow R = N_c \left(Q_u^2 + Q_d^2 + Q_c^2 + Q_s^2 + Q_b^2 \right)$$

$$= N_c \left(\left(\frac{2}{3} \right)^2 + \left(-\frac{1}{3} \right)^2 + \left(\frac{2}{3} \right)^2 + \left(-\frac{1}{3} \right)^2 + \left(-\frac{1}{3} \right)^2 \right) =$$

$$= N_c \left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} \right) = N_c \frac{11}{9}$$

Empf. + Standardmodellen $N_c = 3$

$$\Rightarrow R = \frac{33}{9} \approx 3.67$$

2. a) Se föreläsninganteckningar
för föreläsning 2.

$$b) \quad BE(z, A) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{z^2}{A^{1/3}}$$

$$- a_a \frac{(z - A/2)^2}{A} + a_p A^{-1/2}$$

$$\frac{\partial [BE(z, A)]}{\partial z} = -2a_c \frac{z}{A^{1/3}} - 2a_a \frac{(z - A/2)}{A}$$

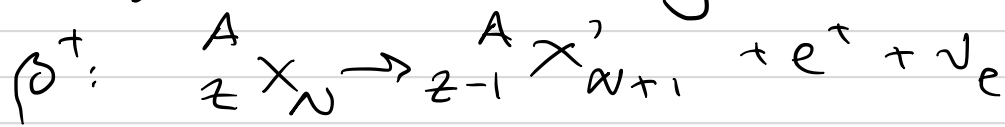
$$= -2a_c \frac{z}{A^{1/3}} - 2a_a \frac{z}{A} + a_a$$

$$\frac{\partial [B(z, A)]}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{a_a}{2} = z_0 \left(\frac{a_c}{A^{1/3}} + \frac{a_a}{A} \right)$$

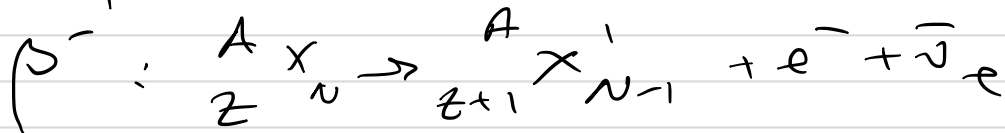
$$\Rightarrow z_0 = \frac{A}{2 \left(1 + \frac{a_c}{a_a} A^{2/3} \right)}$$

$$A = 64 \Rightarrow z_0 = \frac{64}{2 \left(1 + \frac{0.697}{9214} 64^{2/3} \right)} = 28.57$$

3 a) Se föreläsningar



$$Q_{\beta^+} = [M({}^A_Z X) - M({}^A_{Z-1} X') - 2m_e] c^2$$



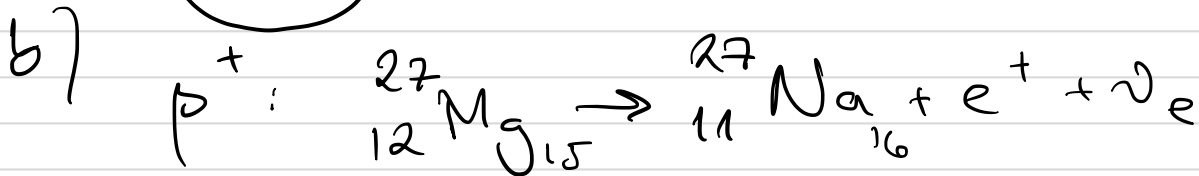
$$Q_{\beta^-} = [M({}^A_Z X) - M({}^A_{Z+1} X')] c^2$$



$$Q_{\text{EC}} = [M({}^A_Z X) - M({}^A_{Z-1} X')] c^2 - B_n$$

B_n atomär
e⁻-bindnings-
energi,

$$c=1$$



(A udda $\Rightarrow \delta i \text{ SEMF} = 0$).

$$Q_{\beta^+} = M(Z, A) - M(Z-1, A) - 2m_e =$$

$$= Z(m_p + m_e) + (A-Z)m_n + a_c \frac{Z^2}{A^{1/2}}$$

$$+ a_a \frac{(Z - A/2)^2}{A} - (Z-1)(m_p + m_e) - (A - (Z-1))m_n$$

$$- a_c \frac{(Z-1)^2}{A^{1/2}} - a_a \frac{(Z-1 - A/2)^2}{A} - 2m_e$$

$$Q_{\beta^+} = m_p + m_e - 2m_e - m_n$$

$$+ \frac{a_c}{A^{1/3}} \left(\underbrace{z^2 - (z^2 - 2z + 1)}_{2z - 1} \right)$$

$$+ \frac{a_a}{A} \left(\underbrace{\left(z - \frac{A}{2} \right)^2}_{z^2 - zA + \frac{A^2}{4}} - \underbrace{\left((z-1) - \frac{A}{2} \right)^2}_{(z^2 - 2z + 1 - Az + A + \frac{A^2}{4})} \right)$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{2z - 1 - A}$$

$$= m_p - m_n - m_e + \frac{a_c}{A^{1/3}} (2z - 1)$$

$$+ \frac{a_a}{A} (2z - 1 - A)$$

$$A = 27, z = 12 \Rightarrow$$

$$Q_{\beta^+} = 938.272 - 939.565 - 0.511$$

$$+ \frac{0.697}{27^{1/3}} (2 \cdot 12 - 1) + \frac{99.14}{27} (2 \cdot 12 - 1 - 27)$$

$$= -10.26 \text{ MeV} \quad Q_{\beta^+} < 0$$

$$Q_{\beta}^{-} = M(z, A) - M(z+1, A) =$$

$$z(m_p + m_e) + (A-z)m_n + a_c \frac{z^2}{A^{1/3}} + a_a \frac{(z - A/2)^2}{A}$$

$$- (z+1)(m_p + m_e) - (A - (z+1))m_n$$

$$- a_c \frac{(z+1)^2}{A^{1/3}} - a_a \frac{(z+1 - A/2)^2}{A} =$$

$$= -m_p - m_e + m_n + \frac{a_c}{A^{1/3}} (z^2 - (z+1)^2)$$

$$+ \frac{a_a}{A} \left((z - A/2)^2 - (z+1 - A/2)^2 \right) =$$

$$(\cancel{z^2} - \cancel{zA} + \cancel{\frac{A^2}{4}}) - (\cancel{z^2} + \cancel{2z+1} - \cancel{Az} - A + \cancel{\frac{A^2}{4}})$$

$$= m_n - m_p - m_e + \frac{a_c}{A^{1/3}} (-2z - 1)$$

$$+ \frac{a_a}{A} (-2z - 1 + A)$$

$$A = 27, z = 12 \Rightarrow Q_{\beta}^{-} = 939.565$$

$$- 938.272 - 0.511 + \frac{0.697}{27^{1/3}} (-2 \cdot 12 - 1)$$

$$+ \frac{93.64}{27} (-2 \cdot 12 - 1 + 27) = \underline{1.87} \geq 0 !$$

$$Q_{EC} = Q_{\beta^+} + 2m_e - B_n$$

$$\uparrow$$

$$-10.26 + 2 \cdot 0.511 - B_n$$

$$B_n \ll 1 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow Q_{EC} < 0$$

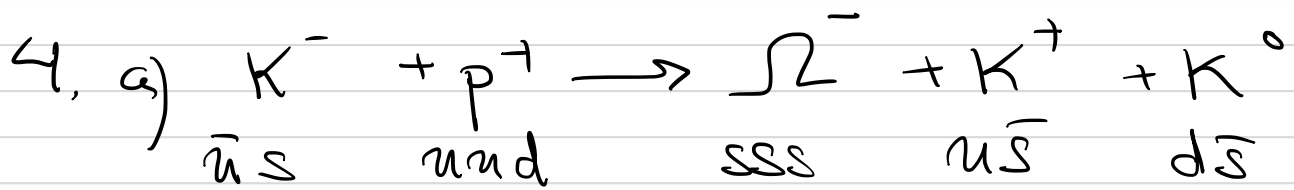
${}^{27}_{12}\text{Mg}$ kann Sonderfall via β^-

$$b) \quad n \rightarrow p^+ + e^-$$

$$\text{Spin } \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$$

$$l = 0 \quad \text{helital}$$

Statt mit bevorzugt er hat halt J!



$$B \quad 0 \quad +1 \quad +1 \quad 0 \quad 0$$

$$N_u \quad -1 \quad +2 \quad 0 \quad +1 \quad 0$$

$$N_d \quad 0 \quad +1 \quad 0 \quad 0 \quad +1$$

$$N_s \quad 1 \quad 0 \quad +3 \quad -1 \quad -1$$

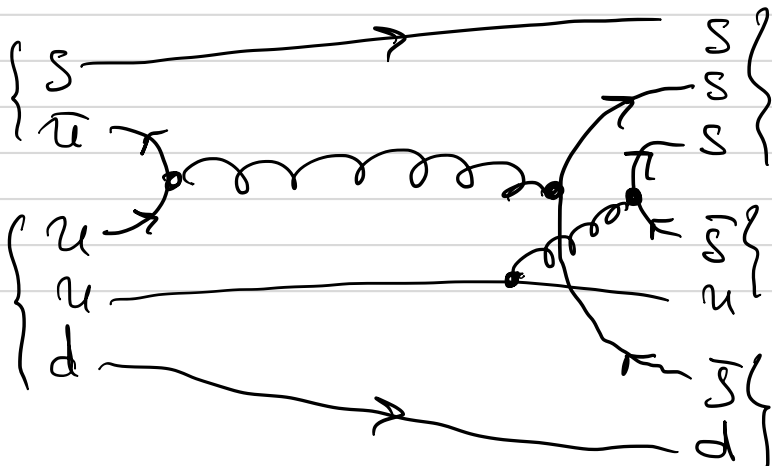
B - beverat

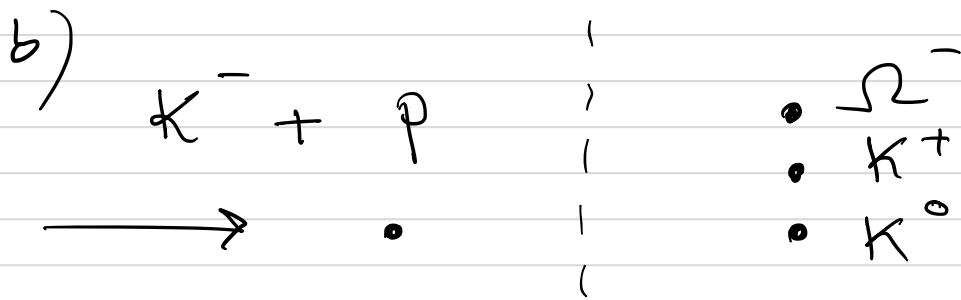
N_u - beverat

N_d - beverat

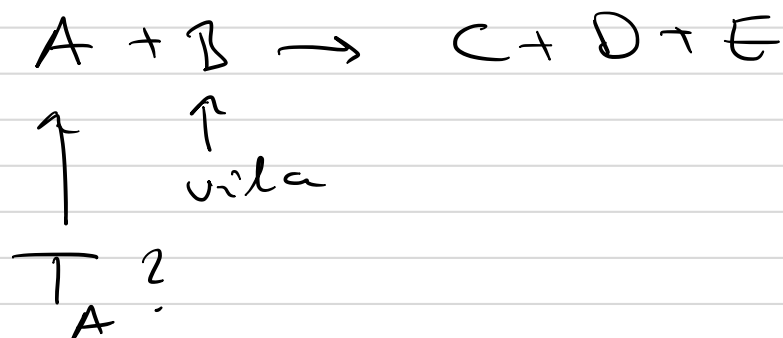
N_s - beverat

Stark xxv!





generell reaktion



$$\left. \begin{array}{l} p_A = (E_A, \vec{p}_A) \\ p_B = (E_B, \vec{0}) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Init} \\ \text{I Labsystem!} \end{array}$$

$$\begin{aligned} p_C + p_D + p_E &= \begin{array}{l} \text{Final I CM system} \\ (E_C + E_D + E_E, \vec{0}) = \\ (m_C + m_D + m_E, \vec{0}) \end{array} \end{aligned}$$

$$(p_A + p_B)^2 = (p_C + p_D + p_E)^2 \quad \begin{array}{l} \text{4-värdelkm.} \\ \text{Reveres!} \end{array}$$

$$p_A^2 + p_D^2 + 2p_A p_D = (m_C + m_D + m_E)^2$$

$$m_A^2 + m_B^2 + 2E_A m_B = (m_C + m_D + m_E)^2$$

$$\Rightarrow E_A = \frac{(m_C + m_D + m_E)^2 - m_A^2 - m_B^2}{2m_B}$$

$$A = K^- \quad m_{K^-} = 493.7$$

$$B = p^+ \quad m_{p^+} = 938.3$$

$$C = \pi^- \quad m_{\pi^-} = 139.6$$

$$D = K^+ \quad m_{K^+} = 493.7$$

$$E = K^0 \quad m_{K^0} = 497.6$$

$$\Rightarrow E_{K^-} = 2682.2 \text{ MeV}$$

$$T_{K^-} = E_{K^-} - m_{K^-} = 2188.5 \text{ MeV}$$

5

Se forelesninger & korollar.

6. a) Se forelesninger & korollar

b) mixing $\theta \neq 0$
 $m_1^2 - m_2^2 \neq 0$