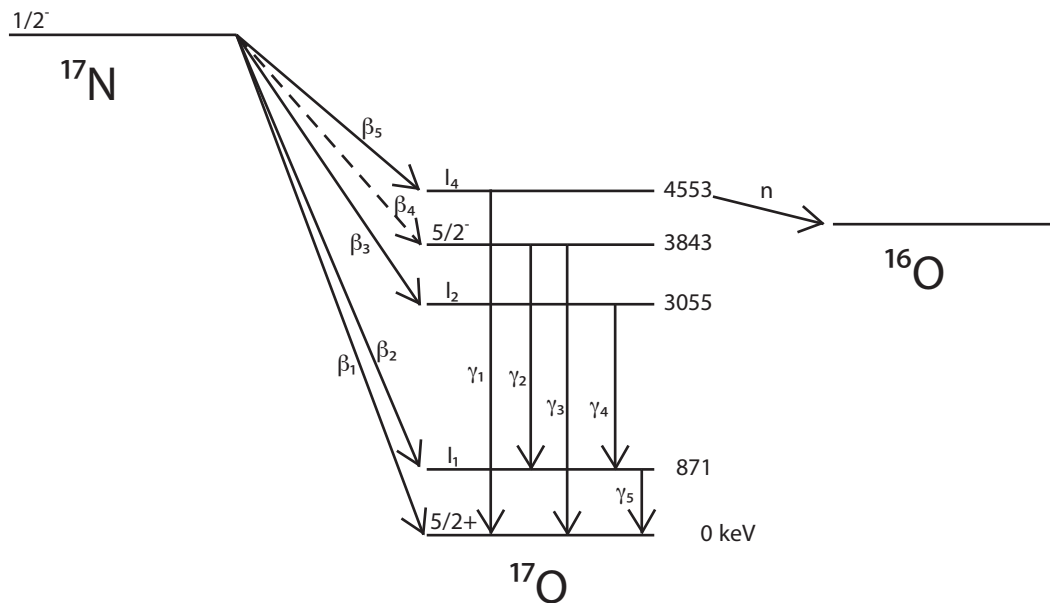


# Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik, F3

Tid: 2015-06-02 fm  
 Hjälpmedel: Physics Handbook, nuklidkarta, Beta, Chalmersgodkänd räknare  
 Poäng: Totalt 75 poäng, för betyg 3 krävs 40 poäng, för betyg 4 krävs 60 poäng, för betyg 5 krävs 80 poäng.  
 Ev. poäng från inlämningar inkluderas.  
 Frågor: Daniel Sääf, tel. 772 3429, Thomas Nilsson 0702-144 195

1. Den radioaktiva isotopen  $^{17}\text{N}$   $\beta$ -sönderfaller till ett flertal tillstånd i dotterkärnan  $^{17}\text{O}$ .



Figur 1: Sönderfallsschema för  $^{17}\text{N}$ .

- Vilken typ av  $\beta$ -övergång är  $\beta_1$ ? (2 p)
- Ange kärnspinn och paritet för  $I_1$  om  $\gamma_4$  är av typ E1,  $\gamma_5$  av typ E2 och  $\beta_3$  är en tillåten Fermi-övergång? (2 p)
- Vilken multipolaritet har gamma-transitionen  $\gamma_2$ ? (2 p)
- Varför är det osannolikt att observera  $\beta_4$ ? (2 p)

- e.  $\beta_5$  populerar en exciterad nivå med 4553 keV excitationenergi, vilket är ovanför neutronseparationsenergin för  $^{17}\text{O}$  och därmed möjliggör  $\beta$ -fördröjd neutronemission. Det exciterade tillståndet kan alltså sönderfalla till  $n + ^{16}\text{O}$  (i grundtillståndet). Beräkna neutronens kinetiska energi i detta fall. (2 p)
- f. Vilken roll spelar  $\beta$ -fördröjda neutroner i en fissionsreaktor? (5 p)
2. Använd skalmodellen för att förutsäga (och motivera) möjliga värden på kärnspinn och paritet för:
- a.  $^{213}\text{Rn}$ ,  $^{61}\text{Co}$  och  $^{206}\text{Pb}$  (3 p)
- b.  $^6\text{Li}$  (2 p)

3. Den radioaktiva kärnan  $^{29}\text{P}$  sönderfaller till sin spegelkärna  $^{29}\text{Si}$  genom  $\beta^+$ -sönderfall. Vid mätning av positronernas energifördelning ger en Kurie-plot en ändpunktsenergi på 3,92 MeV. Kärnradien ges av uttrycket  $R = r_0 A^{1/3}$  och kärnans Coulombenergi ges av

$$\frac{3}{5} \frac{Z^2}{4\pi\epsilon_0 R} e^2$$

Uppskatta utgående från detta värdet på kärnradieparametern  $r_0$  (10 p)

4. a. Vilka atomkärnor bildades i samband med Big Bang? (Redovisa reaktionerna) (5 p)
- b. Hur har  $^{12}\text{C}$  kunnat produceras i stjärnor? (5 p)
5. Vid FAIR-anläggningen kommer PANDA-experimentet att studera den starka växelverkan i detalj genom hadronspektroskopi, bland annat studier av charmonium som t.ex.  $J/\psi$ -partikeln med kvarkinnehållet  $c\bar{c}$  och massan  $3,096916 \text{ GeV}/c^2$  och dess "exciterade" tillstånd  $\psi', \psi'', \dots$ . Detta sker genom att en stråle av antiprotoner annihileras i ett stationärt strålmål bestående av fruset väte.
- (a) Vilken lägsta energi krävs för antiprotonerna för att kunna skapa charmoniumtillstånd upp till vilomassan  $4,2 \text{ GeV}/c^2$ ? (4 p)
- (b) Vilka av följande sönderfall för  $J/\psi$ -partikeln är tillåtna? Motivera och skissera möjliga kvarkdiagram.

$$J/\psi \rightarrow \pi^+ + \pi^0 + \pi^-$$

$$J/\psi \rightarrow K^+ + K^-$$

$$J/\psi \rightarrow D^+ + D^-$$

(6 p)

6. a. Beskriv hur tritiums  $\beta$ -sönderfall ( $Q = 18.6 \text{ keV}$ ) potentiellt kan användas för att bestämma elektronneutrinons massa (5 p)
- b. Antag att man vill studera de elektroner som har en kinetisk energi  $T_e > 18.4 \text{ keV}$  i ett sådant experiment. Vilken vikt mängd tritium krävs hos strålkällan för att kunna detektera 1000 såna elektroner per dag? (10 p)
- (Ledning: Coulomb-effekter i  $\beta$ -sönderfallet kan försummas, övergången är av tillåten typ)
7. Symmetrier är centrala koncept inom fysik, och i kursen har  $C$ ,  $P$  och  $T$ -operatorerna diskuterats, där dessa står för **charge conjugation**, **parity** och **time reversal**.

I ett klassiskt experiment visade Chien-Shiung Wu hur  $\beta$ -strålningen från en källa bestående av  $^{60}\text{Co}$ , där kärnspinnen hade upplinjerats, inte emitterades isotropt.  $\beta$ -partiklarna detekterades med stor sannolikhet riktade parallellt med spinnvektorn hos de radioaktiva kärnorna, och med liten sannolikhet anti-parallellt. Visa hur detta indikerar att pariteten inte bevaras i svag växelverkan. (10 p)

# Lösningsskisser tentamen FUF050 Subatomär Fysik 150602

Thomas Nilsson

- Kärns핀net ändras 2 enheter, dessutom ändras pariteten vilket innebär lägst första förbjudna.
  - Med en tillåten Fermi-övergång ändras vare sig spinn eller paritet, så  $I_2$  är  $1/2^-$ . E1-transitionen ger då möjligheterna  $1/2^+$  och  $3/2^+$  för  $I_2$ . Men då transitionen till grundtillståndet är E2, inte M1, har vi en ändring av spinnet med två enheter vilket ger  $1/2^+$  för  $I_2$ .
  - Ändrar från  $5/2^-$  till  $1/2^+$ , alltså M2
  - Spinnet ändras två enheter och pariteten bevaras, detta motsvarar lägst andra förbjudna, mycket osannolik jämfört med de andra  $\beta$ -övergångarna.
  - Vi har för Q-värdet:

$$Q = M(^{17}\text{O})c^2 + E_{ex} - (m_n + M(^{16}\text{O}))c^2 = B(^{16}\text{O}) - B(^{17}\text{O}) + E_{ex} = 409 \text{ keV}$$

Bevarande av rörelsemängd och energi (icke-relativistiskt) ger:

$$T_n = \frac{16}{17}Q = 386 \text{ keV}$$

- $^{213}\text{Rn}$ : 127:e neutronen i  $2g9/2 \rightarrow 9/2^+$
    - $^{61}\text{Co}$ : 28:e protonen saknas i  $1f7/2 \rightarrow 7/2^-$
    - $^{206}\text{Pb}$ : jämn-jämn kärna  $\rightarrow 0^+$
  - $^6\text{Li}$ : 3:e protonen och 3:e neutronen båda i  $1p3/2 \rightarrow$ , kopplar till  $0^+, 1^+, 2^+, 3^+$
- Se räkneövningsanteckningar

Q-värdet (ändpunktsenergin) för  $\beta^+$ -sönderfall är relaterat till skillnaden i bindningsenergi genom:

$$\begin{aligned} Q &= (M(^{29}\text{P}) - M(^{29}\text{Si}) - 2m_e)c^2 \\ &= ((15M(^1\text{H}) + 14m_n) - (14M(^1\text{H}) + 15m_n) - 2m_e)c^2 - B(^{29}\text{P}) + B(^{29}\text{Si}) \\ &= (M(^1\text{H}) - m_n - 2m_e)c^2 + \Delta B \end{aligned}$$

Detta ger:

$$\Delta B = 5,72 \text{ MeV}$$

Antag att denna skillnad ges helt av Coulomb-energin:

$$\Delta B = \frac{3}{5} \frac{15^2 - 14^2}{4\pi\epsilon_0 R} e^2$$

Då har vi att

$$R = \frac{3}{5} \frac{29}{4\pi\epsilon_0 \Delta B} e^2 = 4.38 \text{ fm}$$

Med  $R = r_0 A^{1/3}$  får vi:

$$r_0 = RA^{-1/3} = 1.4 \text{ fm}$$

4. Se föreläsningssanteckningar

5. a. För att skapa ett charmoniumtillstånd med vilomassan  $m_x = 4,2 \text{ GeV}/c^2$  måste det invarianta systemet  $W$  minst ha denna massa. Bilda invarianta massan genom

$$\begin{aligned}\vec{W} &= \vec{P}_b + \vec{P}_t \\ -m_W^2 c^2 &= \vec{W}^2 = \vec{P}_b^2 + \vec{P}_t^2 + 2\vec{P}_b \cdot \vec{P}_t = -2m_p^2 c^2 + 2\vec{P}_b \cdot \vec{P}_t\end{aligned}$$

där  $p_b$  och  $p_t$  är antiprotonen (strålen) respektive strålmålsprotonen med  $\vec{P}_b = [0, 0, p_b, E_p/c]$ ,  $\vec{P}_t = [0, 0, 0, m_p c]$ . Sätt in detta samt tröskelvärdet:

$$\begin{aligned}-m_W^2 c^2 &= -2m_p^2 c^2 - 2m_p E_p \\ E_p &= \left(\frac{m_W^2}{2m_p} - m_p\right)c^2 = 8.45 \text{ GeV}\end{aligned}$$

Totala energin måste alltså minst motsvara  $8.45 \text{ GeV}$ , alltså  $T_b > 7.51 \text{ GeV}$  kinetisk energi.

b. Alla tre sönderfallen går till symmetriska kombinationer av kvark-/antikvark liksom  $J/\psi$  och därmed bevaras alla kvanttal, emellertid är  $m_{J/\psi} < 2m_D$  så den sista processen är inte energetiskt möjlig.

6. a. Se föreläsningssanteckningar och kurslitteratur

b. För tillåtna  $\beta$ -spektrum gäller:

$$\frac{d\omega}{dp} \propto p^2 (Q - T_e)^2$$

med  $pc = \sqrt{E^2 - m_e^2 c^4}$  kan vi bilda:

$$\frac{dp}{dE} = \frac{dp}{dT_e} = \frac{1}{c} \frac{E}{\sqrt{E^2 - m_e^2 c^4}} = \frac{E}{pc}$$

Då blir

$$\frac{d\omega}{dT_e} = \frac{d\omega}{dp} \frac{dp}{dT_e} \propto pE(Q - T_e)^2$$

Sätt  $E = T_e + m_e c^2$  och

$$p = \sqrt{E^2 - m_e^2 c^4} = \sqrt{(T_e + m_e c^2)^2 - m_e^2 c^4} = \sqrt{T_e^2 + 2T_e m_e c^2}$$

så blir

$$\frac{d\omega}{dT_e} \propto \sqrt{T_e^2 + 2T_e m_e c^2} (T_e + m_e c^2) (Q - T_e)^2$$

För  $T_e \ll m_e c^2$  kan vi skriva:

$$\frac{d\omega}{dT_e} \propto \sqrt{2T_e m_e c^2} \sqrt{\frac{T_e}{2m_e c^2} + 1} (m_e c^2) \left(\frac{T_e}{m_e c^2} + 1\right) (Q - T_e)^2 \approx \sqrt{2T_e m_e c^2} (m_e c^2) (Q - T_e)^2$$

Andelen elektroner med  $T_e$  större än en given energi  $T_0$  blir då:

$$r = \frac{\int_{T_0}^Q \sqrt{T_e} (Q - T_e)^2 dT_e}{\int_0^Q \sqrt{T_e} (Q - T_e)^2 dT_e} = \dots = \frac{8Q^{7/2} - 35Q^2 T_0^{3/2} + 42QT_0^{5/2} - 15T_0^{7/2}}{8Q^{7/2}}$$

För  $Q = 18.6\text{keV}$  och  $T_0 = 18.4\text{keV}$  får vi  $r = 2.71 \cdot 10^{-6}$ . För 1000 detekterade elektroner/dag ovanför energitröskeln krävs alltså  $1000/2.71 \cdot 10^{-6} = 3.7 \cdot 10^8$  sönderfall om dagen, motsvarande 4.3 kBq aktivitet. För detta krävs

$$N = \frac{A}{\lambda} = \frac{4300 \times 12.3 \times 365.24 \times 24 \times 3600}{\ln 2} = 2.4 \cdot 10^{12}$$

tritiumatomer, motsvarande

$$\frac{N}{N_A} M = 1.2 \cdot 10^{-11} g$$

I realiteten kan man knappast avlänka och fokusera mer än hälften av de emitterade elektronerna, så minst dubbla mängden krävs.

7. Se föreläsninganteckningar och kurslitteratur