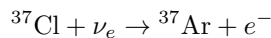


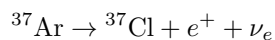
Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik, F3

Tid: 2014-05-27 fm
Hjälpmedel: Physics Handbook, nuklidkarta, Beta, Chalmersgodkänd räknare
Poäng: Totalt 75 poäng, för betyg 3 krävs 40 poäng, för betyg 4 krävs 60 poäng, för betyg 5 krävs 80 poäng.
Ev. poäng från inlämningar inkluderas.
Frågor: Ronja Thies/Daniel Sääf, tel. 772 3429, Thomas Nilsson 0702-144 195

1. Aktiveringsenergin för fission av ^{236}U och ^{239}U är 6,2 respektive 6,6 MeV
 - a. Vilken minsta neutronenergi krävs för att fissionera ^{235}U respektive ^{238}U ? (5 p)
 - b. Vad är den dominerande orsaken till denna skillnad? (Ledtråd: semi-empiriska massformeln) (5 p)
 - c. Vilken roll spelar β -fördröjda neutroner i en fissionsreaktor? (5 p)
2. Redogör för hur ^{12}C bildas i unga stjärnor. Beskriv hur sedan förekomsten av kol kan påskynda fusion av väte till helium. (10 p)
3. Skalmodellen reproducerar bl.a. de magiska talen
 - a. redogör för grunderna i modellen (5 p)
 - b. visa hur energin hos ett tillstånd med givet l -kvanntal splittas upp för de möjliga värdena hos j -kvanntalet, och att totala antalet tillstånd bevaras. (5 p)
4. Beskriv hur man har kunnat fastställa att det finns tre generationer lätta neutriner genom att studera produktion och sönderfall av Z^0 -bosonen. (10 p)
5. I ett klassiskt experiment utfört av Ray Davis och medarbetare studerades för första gången neutriner från fusionsprocesserna i solen. Genom att placera en tank fylld med 615 ton tetrakloretylen (C_2Cl_4) i Homestake-gruvan (se fig. 1) skapade neutriner från solen ^{37}Ar i den inversa β -sönderfallsprocessen:

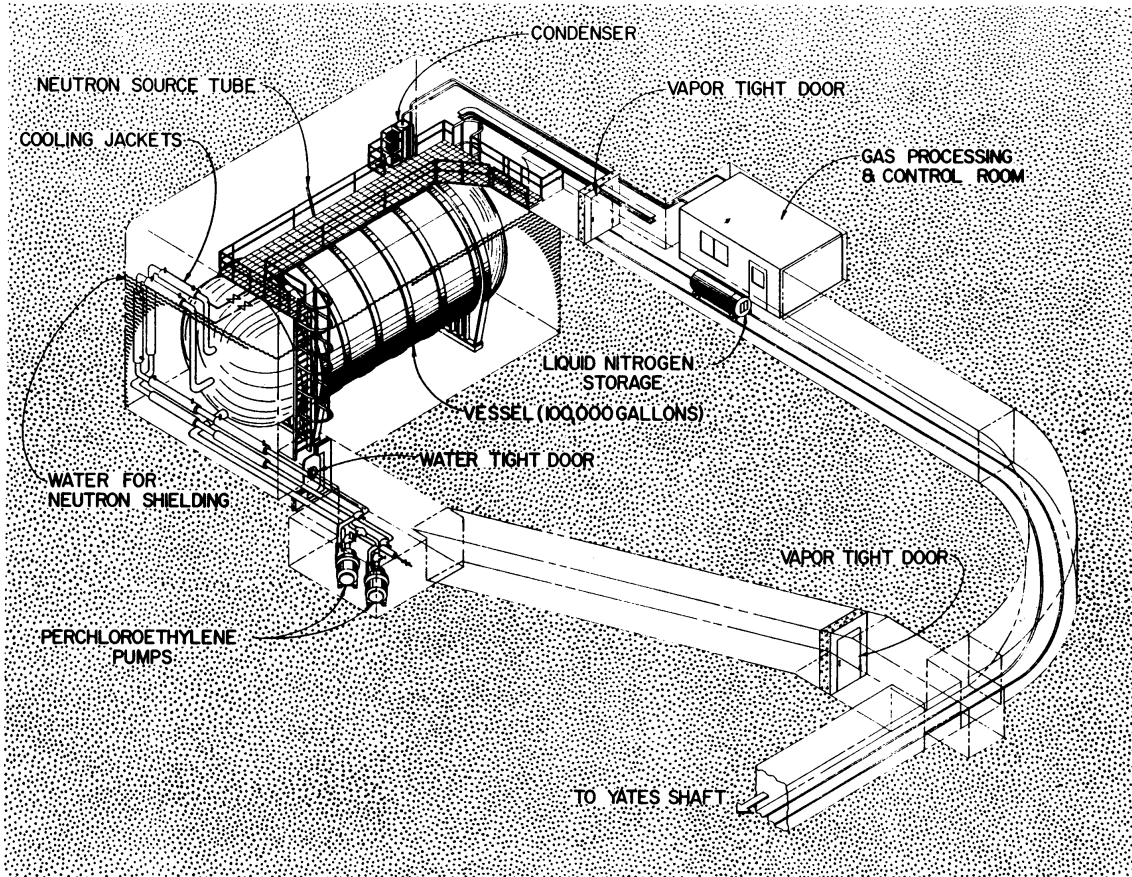


Efter att ha ackumulerat ^{37}Ar under en tid, extraherades argongasen genom att snabbt bubbla helium genom tanken. Argonet samlades upp och infördes i en liten detektor där sönderfallet



kunde detekteras och användas för att bestämma antalet skapade ^{37}Ar . Denna process upprepades ett stort antal gånger under de tre decennier experimentet var aktivt.

- a. Under antagandet att extraktionsprocessens tidsåtgång är försumbar, och att man mäter det tidigare provet under tiden som ett nytt samlas in så att ackumulations- och mättid är lika långa, hur ofta ska extraktion av argongasen ske för att maximera antalet detekterade ^{37}Ar över en lång tidsperiod? (10 p)
- b. Med ett tvärsnitt på $1.14 \cdot 10^{-18}\text{b}$ och ett neutrinoflöde (ovanför tröskelenergin för det inversa β -sönderfallet) om $2.25 \cdot 10^6 \nu_e \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$, hur många sönderfall av ^{37}Ar kommer då maximalt att detekteras årligen? Antag att effektiviteten i extraktionsprocessen är 80% och detektionseffektiviteten är 90%. (5 p)
- c. Vilken eller vilka processer i solens pp -kedja gav upphov till signaler i experimentet. Motivera! (5 p)



Figur 1: Skiss över Homestake-experimentet. Från [1] B. T. Cleveland et al, *The Astrophysical Journal*, 496(1):505, 1998.

6. Enligt Fermis teori för tillåtna β -sönderfall kan man, utgående från gyllene regeln:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f)$$

beskriva β -spektrums form som en funktion av elektronens kinetiska energi T_e . Visa att medelenergin av β -spektrum med ändpunktsenergin Q är $\langle T_e \rangle = Q/3$ om $Q \ll m_e c^2$. (10 p)

Lösningsskisser tentamen FUF050 Subatomär Fysik 140527

Thomas Nilsson

18 juni 2014

1. a. För compoundkärnans excitationsenergi efter fusion med en termisk neutron (försumbar kinetisk energi) gäller:

$$E_x = [M(^AX) + m_n - M(^{A+1}X)]c^2 = B(^{A+1}X) - B(^AX)$$

där det senare ledet uttrycks i bindningsenergies. Detta ger $(E_x)_{236} = 6.55 \text{ MeV}$ resp $(E_x)_{239} = 4.81 \text{ MeV}$ vilket ger att (som väntat) fission av ^{235}U saknar tröskelenergi. För fission av ^{238}U krävs neutroner med minst $6.6 - 4.8 = 1.8 \text{ MeV}$ om vi försummar rekyl i fusionsreaktionen ($238 \gg 1$)

- b. Excitationsenergin höjs respektive sänks med partermen δ om compoundkärnan är jämn-jämn respektive udda-jämn. Detta ger $2\delta = 2a_p A^{-3/4} \approx 1.1 \text{ MeV}$ vilket motsvarar större delen av skillnaden i excitationsenergi.
- c. Se slides från föreläsning
2. Se kurslitteratur och slides, exempel på punkter som bör vara med:
- jämvikt mellan $2\ ^4\text{He} \rightleftharpoons\ ^8\text{Be}$ (obunden)
 - trippel-alfa via *resonanstillstånd* i ^{12}C
 - hela CNO-cykeln och att den undviker flaskhalsen $^1\text{H} + ^1\text{H} \rightarrow\ ^2\text{H} + e^+ + \nu$ som är en svag växelverkansprocess
3. a. Se kurslitteratur, punkter som bör vara med:
- Utveckling från låd- resp. harmonisk oscillatorpotential till realistisk potential (Woods-Saxon)
 - Införandet av spinn-bankoppling, uppsplittring som ger magiska tal
- b. Se föreläsningssanteckningar
4. Se Martin

5. a. Med reaktionshastigheten R , sönderfallshastigheten λ och perioden T så produceras;

$$n_p = \frac{R}{\lambda}(1 - e^{-\lambda T})$$

^{37}Ar -kärnor. Under en påföljande lika lång period mätperiod T sönderfaller:

$$n_d = n_p(1 - e^{-\lambda T}) = \frac{R}{\lambda}(1 - e^{-\lambda T})^2$$

Vi vill maximera antalet sönderfall per tidsenhet och bildar därför $\frac{n_d}{T}$ och deriverar:

$$\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{R}{\lambda T} (1 - e^{-\lambda T})^2 \right) = 0$$

Lite algebra, uteslutning av lösningen $T = 0$ och substitutionen $x = \lambda T$ ger ekvationen:

$$2x = e^x - 1$$

Löses numeriskt/grafiskt till $x \approx 1.256$. Med

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{35.04} d^{-1} = 0.0198 d^{-1}$$

för ^{37}Ar ger det $T = 63.5d$ som den optimala aktiverings-/mättiden.

- b. Tanken innehåller 615 ton C_2Cl_4 vilket innebär att det finns

$$N_{37} = \frac{615 \cdot 10^6 \cdot N_A \cdot 0.2423 \cdot 4}{2 \cdot 12.011 + 4 \cdot 35.45} \left[\frac{g \cdot mol^{-1}}{g/mol} \right] = 2.17 \cdot 10^{30}$$

^{37}Cl -kärnor (^{37}Cl utgör 24.23% av naturligt klor). Reaktionshastigheten blir då

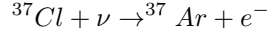
$$\begin{aligned} R &= \phi \cdot \sigma \cdot N_{37} \\ &= 2.25 \cdot 10^6 \cdot 1.14 \cdot 10^{-18} \cdot 10^{-24} \cdot 2.17 \cdot 10^{30} [\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{cm}^2] \\ &= 5.57 \cdot 10^{-6} [\text{s}^{-1}] = 0.481 d^{-1} \end{aligned}$$

Med $\epsilon_{extr} = 0.8$, $\epsilon_{det} = 0.9$ och T från a. får vi:

$$n_{det} = \epsilon_{extr} \epsilon_{det} \frac{R}{\lambda} (1 - e^{-\lambda T})^2 = 8.9$$

för varje insamlingscykel vilket innebär 51.5 detekterade sönderfall/år.

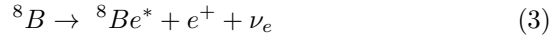
c. För inverst β -sönderfall av ^{37}Cl gäller att reaktionen



kan induceras. Denna har Q-värdet (rekylen från neutronens rörelsemängd försummas):

$$\begin{aligned} Q &= [m(^{37}\text{Cl}) - m(^{37}\text{Ar}) - m_e]c^2 \\ &= [(M(^{37}\text{Cl}) - 17m_e) - (M(^{37}\text{Ar}) - 18m_e) - m_e]c^2 \\ &= [M(^{37}\text{Cl}) - M(^{37}\text{Ar})]c^2 \\ &= B(^{37}\text{Ar}) - B(^{37}\text{Cl}) + [m_n - M(^1\text{H})]c^2 \end{aligned}$$

vilket ger $Q = -0.81\text{MeV}$. Neutrinernas energi måste alltså överstiga $-Q$ för att reaktionen ska kunna hända. De reaktioner i solens pp -kedja som genererar neutriner är de följande:



För (1) har vi:

$$\begin{aligned} Q &= [2m_p - m_d - m_e]c^2 \\ &= [2(M(^1\text{H}) - m_e) - M(^2\text{H})]c^2 \\ &= [2M(^1\text{H}) - M(^2\text{H}) - 2m_e]c^2 \end{aligned}$$

vilket ger $Q = 420\text{keV}$ vilket är för lågt för att inducera reaktioner i detektorn då neutroner har en kontinuerlig fördelning upp till denna energi.

För (2) gäller:

$$\begin{aligned} Q &= [m(^7\text{Be}) + m_e - m(^7\text{Li})]c^2 \\ &= [(M(^7\text{Be}) - 4m_e) + m_e - (M(^7\text{Li}) - 3m_e)]c^2 \\ &= [M(^7\text{Be}) - M(^7\text{Li})]c^2 \\ &= B(^7\text{Li}) - B(^7\text{Be}) - [m_n - M(^1\text{H})]c^2 \end{aligned}$$

ger $Q = 862\text{keV}$ vilket ger monoenergetiska (om inte exciterade tillstånd i ^7Li populeras) neutriner med denna energi, som kan inducera reaktioner.

Slutligen ger (3):

$$\begin{aligned}
 Q &= [m(^8B) - (m(^8Be) + m_e)]c^2 - E_{ex} \\
 &= [(M(^8B) - 5m_e) - (M(^8Be) - 3m_e)]c^2 - E_{ex} \\
 &= [M(^8B) - M(^8Be) - 2m_e]c^2 - E_{ex}
 \end{aligned}$$

$Q = 16.96\text{MeV} - E_{ex}$ vilket för rimliga excitationenergier¹ ger ett kontinuerligt neutrinospektrum till stor del ovanför tröskelenergin.

6. Se räkneövningsanteckningar

¹Normalt populäras ett tillstånd vid 3.03 MeV i ⁸Be.