

Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik, F3

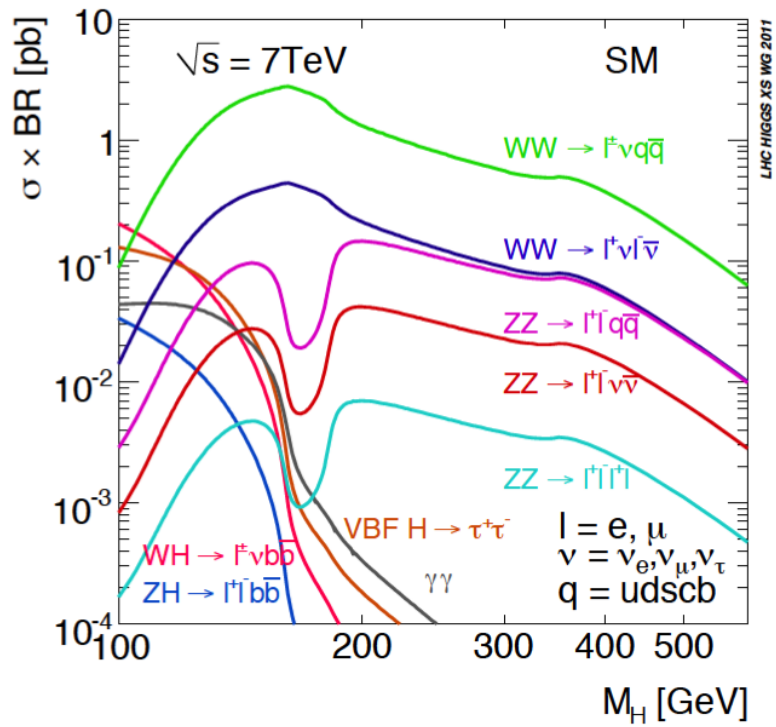
Tid: 2013-05-30 fm
Hjälpmedel: Physics Handbook, nuklidkarta, Beta, Chalmersgodkänd räknare
Poäng: Totalt 75 poäng, för betyg 3 krävs 40 poäng, för betyg 4 krävs 60 poäng, för betyg 5 krävs 80 poäng.
Ev. poäng från inlämningar inkluderas.
Frågor: Daniel Sääf, tel. 772 3429, Thomas Nilsson, tel. 0702-144 195

1. En Higgs-boson, vars egenskaper så långt överensstämmer med de som Standardmodellens Higgs-boson förutsägs ha, har under det gångna året hittats vid LHC-kollideraren vid CERN. Bosonen har en vilomassa om ca. $125 \text{ GeV}/c^2$
 - a. Vilken sönderfallskanal (se även fig. 1) användes initialt för att identifiera Higgs-bosonen? Motivera! (3 p)
 - b. Om man istället för att kollidera protonstrålar med varandra hade valt att skjuta protoner på ett fast strålmål, också detta bestående av protoner, vilken är då den lägsta strålenergi som krävs för kunna skapa denna partikel? (7 p)
2. Redogör för de processer varmed element tyngre än järn bildats. Beskriv varför förloppet inte kan förklaras med endast en process. (10 p)
3. Den radioaktiva isotopen ^{60}Cu ($t_{1/2} = 23 \text{ min}$) kan produceras i reaktionen $^{60}\text{Ni}(p, n)$
 - a. Om protonerna i den inkommande strålen har den kinetiska energin 12 MeV , vilken excitationensenergi har då compoundkärnan? (5 p)
 - b. Tvärsnittet för reaktionen vid den givna energin är 60 mb . Under antagandet att vi har ett strålmål av naturligt nickel med tjockleken 45 mg/cm^2 och en protonstråle om $0,35 \mu\text{A}$, beräkna aktiviteten från ^{60}Cu efter 1 timmas bestrålning. (10 p)
4. Den radioaktiva kärnan ^{27}Si sönderfaller till sin spegelkärna ^{27}Al genom β^+ -sönderfall. Vid mätning av positronernas energifördelning ger en Kurie-plot en ändpunktsenergi på $3,79 \text{ MeV}$. Kärnradien ges av uttrycket $R = r_0 A^{1/3}$ och kärnans Coulombenergi ges av

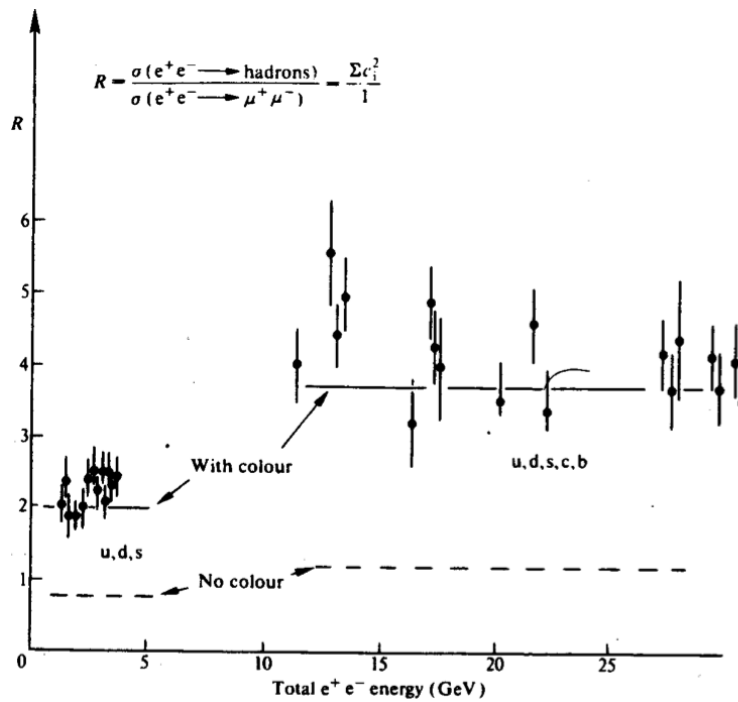
$$\frac{3}{5} \frac{Z^2}{4\pi\epsilon_0 R} e^2$$

Uppskatta utgående från detta värdet på kärnradieparametern r_0 (10 p)

5. Färgkvanttal i kvarkmodellen:
 - a. Varför måste färgkvanttalet införas för att förklara existensen av Ω^- ? (5 p)
 - b. Hur har existensen av färgkvanttal kunnat påvisas experimentellt (se fig. 2)? En kvalitativ förklaring är tillräcklig. (5 p)



Figur 1: Beräkningar med hjälp av Standardmodellen för produktionstvärsnitt multiplicerat med förgreningsfaktorer för Higgs-bosonens sönderfallskanaler som funktion av dess massa.



Figur 2: Färgkvanttal

6. I ett klassiskt experiment visade Chien-Shiung Wu hur β -strålningen från en källa bestående av ^{60}Co , där kärnspinnen hade upplinjerats, inte emitterades isotropt. β -partiklarna detekterades med stor sannolikhet riktade parallellt med spinnvektorn hos de radioaktiva kärnorna, och med liten sannolikhet anti-parallellt. Visa hur detta indikerar att pariteten inte bevaras i svag växelverkan. (10 p)
7. Alfa-sönderfall kan modelleras genom att anta att alfa-partikeln preformeras inuti kärnan och sedan tunnlar ut genom Coulombbarriären. Figur 3 visar den radiella potentialen. Utgående från att differentiella transmissionskoefficienten dT för tunnling genom en infinitesimal del av potentialen (med tjocklek dr) är

$$dT(r) = \exp\left[-\frac{2}{\hbar}dr\sqrt{2m(V_C(r) - E_\alpha)}\right]$$

och att

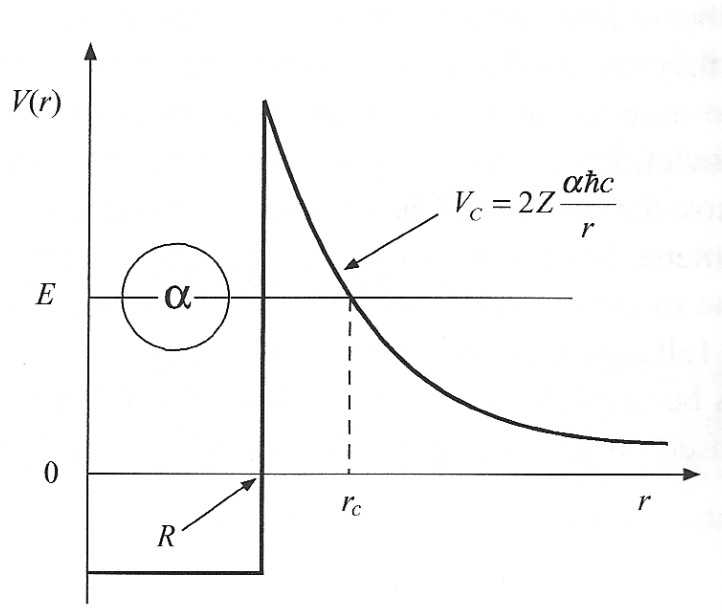
$$r_C = \frac{2Z\alpha\hbar c}{E_\alpha}$$

(där finstrukturkonstanten $\alpha = 1/137,0360$ och $\alpha\hbar c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$), visa hur man med rimliga approximationer kan komma fram till Geiger-Nuttalls samband (se fig. 4) :

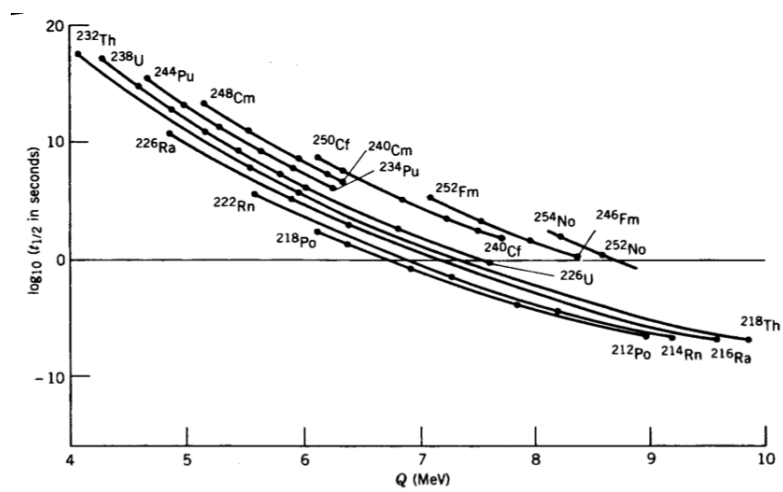
$$\log T_{1/2} = a + b\frac{Z}{\sqrt{E_\alpha}}$$

där $T_{1/2}$ är halveringstid, Z atomnummer, E_α alfa-partikelns energi och a respektive b är konstanter. (10 p)

(Tips: antag att $r_C \ll R$ trots att detta inte framgår av figur, och utnyttja att $\arccos(x) \approx \frac{\pi}{2}$ för små x .)



Figur 3: Skiss av den radiella potentialen för alfa-sönderfall.



Figur 4: Geiger-Nuttalls samband mellan atomnummer, Q-värde (approximativt alfa-partikelns energi) och halveringstid i alfa-sönderfall

Lösningsskisser tentamen FUF050 Subatomär Fysik 130530

Thomas Nilsson

11 juni 2013

- a. Den "renaste" sönderfallskanalen är $\gamma\gamma$, de andra innehåller kvark-leptonkombinationer som kan blandas samman med andra processer.
- b. En naiv uppskattning ger att det sammansatta systemet av protoner måste ha minst den invarianta massan $m_W = 125\text{GeV}/c^2$. Bilda invarianta massan genom

$$\begin{aligned}\vec{W} &= \vec{P}_b + \vec{P}_t \\ -m_W^2 c^2 &= \vec{W}^2 = \vec{P}_b^2 + \vec{P}_t^2 + 2\vec{P}_b \cdot \vec{P}_t = -2m_p^2 c^2 + 2\vec{P}_b \cdot \vec{P}_t\end{aligned}$$

där p_b och p_t är strål- respektive strålmålsprotonen med $\vec{P}_b = [0, 0, p_b, E_p/c]$, $\vec{P}_t = [0, 0, 0, m_p c]$. Sätt in detta, vi kan försumma protonernas vilomassa.

$$\begin{aligned}-m_W^2 c^2 &= -2m_p E_p \\ E_p &= \frac{m_W^2 c^2}{2m_p}\end{aligned}$$

Totala energin måste alltså minst motsvara 8.3 TeV. Denna uppskattning är mycket för låg då protonen är en sammansatt partikel och inte alla kvarkar och gluoner deltar i kollisionen, dessutom måste ytterligare partiklar skapas för att bevara baryontal, laddning etc.

2. Se kurslitteratur och slides, exempel på punkter som bör vara med:
 - s- och r-process, neutronflöde
 - isotoper "skyddade" från r-process av stabila isotoper
 - produktion av de tyngsta elementen och neutronrika som ej nås i s-process
3. a. Massor från PH direkt eller genom bindingsenergi:

$$M(Z, N) = (Z \cdot M(^1H) + N \cdot M_n)c^2 - B \quad (1)$$

Protonen fusionerar med ${}^{60}\text{Ni}$ och bildar compoundkärnan ${}^{61}\text{Cu}^*$ som sedan sönderfaller i ${}^{60}\text{Cu} + n$. För compoundkärnan gäller att:

$$\vec{P}_{61^*} = \vec{P}_{60} + \vec{P}_1 \quad (2)$$

där

$$\vec{P}_1 = [0, 0, p_1, E_1/c], \vec{P}_{60} = [0, 0, 0, m_{60}c]$$

kvadrera 2:

$$\begin{aligned} -m_{61^*}^2 c^2 &= \vec{P}_{61^*}^2 = (\vec{P}_{60} + \vec{P}_1)^2 \\ &= \vec{P}_{60}^2 + \vec{P}_1^2 + 2\vec{P}_{60} \cdot \vec{P}_1 \\ &= -m_{60}^2 c^2 - m_1^2 c^2 - 2m_1 E_1 \\ &= -m_{60}^2 c^2 - m_1^2 c^2 - 2m_{60}(T_1 + m_1 c^2) \end{aligned}$$

alltså är excitationenergin:

$$\begin{aligned} E^* &= (m_{61^*} - m_{61})c^2 \\ &= (\sqrt{m_{60}^2 + m_1^2 + 2m_{60}(T_1/c^2 + m_1)} - m_{61})c^2 \end{aligned}$$

med $m_{61} = M({}^{61}\text{Cu}) = 56.936294$ u, $m_{60} = M({}^{60}\text{Ni}) = 55.934939$ u, $m_1 = M({}^1\text{H}) = 1.007825$ u och $T_1 = 12$ MeV fås $E^* = 17.8$ MeV. En icke-relativistisk lösning är givetvis även OK då $T_1 \ll m_1$.

b. För produktionsraten gäller:

$$R = I \cdot N \cdot \sigma$$

där R är produktionshastigheten. För aktiviteten gäller att $A = \lambda \cdot N$:

$$A = R(1 - e^{-\lambda t})$$

Med $I = 0.35 \cdot 10^{-6}/1.60 \cdot 10^{-19}[A/C] = 2.19 \cdot 10^{12} s^{-1}$, $\rho = 45 \cdot 10^{-3} g/cm^2$, $\sigma = 0.06b$, molmassan $M = 58.6934$ och andelen $a_{60} = 0.26223$ har vi:

$$\begin{aligned} R &= \frac{I \cdot \rho \cdot a_{60} \cdot \sigma \cdot N_A}{M} \\ &= \frac{2.19 \cdot 10^{12} \cdot 45 \cdot 10^{-3} \cdot 0.26223 \cdot 0.06 \cdot 10^{-24} \cdot 6.02 \cdot 10^{23}}{58.6934} \left[\frac{g \cdot cm^2}{s \cdot cm^2} \cdot \frac{mol}{g \cdot mol} \right] \\ &= 1.6 \cdot 10^7 s^{-1} \end{aligned}$$

Aktiviteten blir då, med $\lambda = \ln(2)/(23 \cdot 60)$, efter en timme:

$$A = 1.6 \cdot 10^7 (1 - e^{-\frac{\ln(2) \cdot 3600}{23 \cdot 60}}) s^{-1} = 1.3 \cdot 10^7 Bq$$

4. Se räkneövningsanteckningar.
5. Se föreläsningssanteckningar/slides.
6. Se Martin.
7. Se Martin.