

# Tentamen i FUF050 Subatomär Fysik, F3

Tid: 2012-05-24 em  
Hjälpmedel: Physics Handbook, nuklidkarta, Beta, Chalmersgodkänd räknare  
Poäng: Totalt 75 poäng, för betyg 3 krävs 40 poäng, för betyg 4 krävs 60 poäng, för betyg 5 krävs 80 poäng.  
Ev. poäng från inlämningar inkluderas.  
Frågor: Daniel Sääf, tel. 772 3429, Thomas Nilsson, tel. 0702-144 195

1. Beskriv isospin i kärnor och partiklar (10 p)

2. Skalmodellen reproducerar bl.a. de magiska talen

a redogör för grunderna i modellen (5 p)

b visa hur energin hos ett tillstånd med givet  $l$ -kvanttal splittas upp för de möjliga värdena hos  $j$ -kvanttalet, och att totala antalet tillstånd bevaras. (7 p)

c Den radioaktiva isotopen  $^{41}\text{Ar}$   $\beta$ -sönderfaller med närmare 100% sannolikhet till ett exciterat tillstånd i dotterkärnan  $^{41}\text{K}$  som har excitationensenergin 1294 keV. Detta popularer sedan grundtillståndet genom  $\gamma$ -emission. Skissera ett sönderfallsschema för  $^{41}\text{Ar}$  där spinn och paritet enligt skalmodellen anges för grundtillstånden och beräkna  $\beta$ -spektrums ändpunktsenergi.  $\text{Log}(ft)$ -värdet för  $\beta$ -övergången är 5,05 vilket motsvarar en tillåten övergång. Om  $\gamma$ -övergången som depopulerar det exciterade tillståndet vid 1294 keV i  $^{41}\text{K}$  är av kvadrupoltyp, ange spinn och paritet för detta tillstånd. (8 p)

3. Vilka av följande sönderfall är möjliga? Rita, i förekommande fall, kvarkdiagram för dessa och visa varför de övriga inte är möjliga: (10 p)

a  $J/\psi \rightarrow e^+ + e^-$

b  $J/\psi \rightarrow D^+ + D^-$

c  $\Lambda \rightarrow p + e^-$

d  $W^+ \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$

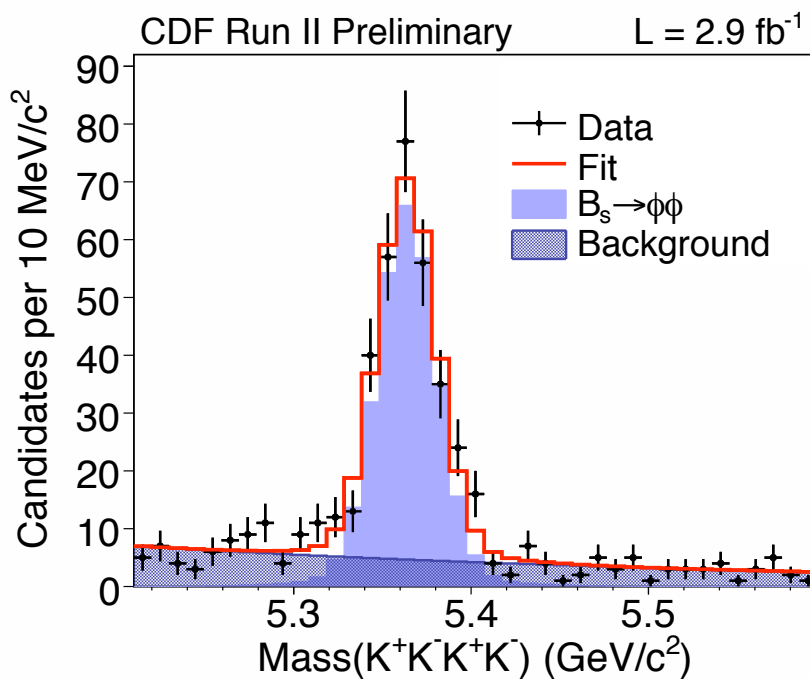
e  $\Omega \rightarrow \Xi^- + \pi^+ + \pi^-$

Vilomassan för  $J/\psi$ -partikeln är  $3097\text{MeV}/c^2$ .

4. Inom CDF-kollaborationen vid Fermilab studerades mesonen  $B_s^0$  (som kan sägas bestå av kvarkarna  $s\bar{b}$ ) genom sitt sönderfall till par av  $\phi$ -mesoner,  $B_s^0 \rightarrow \phi + \phi$ . Då även  $\phi$ -mesonerna är alltför kortlivade för att detekteras, måste de studeras genom sina sönderfallsprodukter, exempelvis  $\phi \rightarrow K^+ + K^-$ .

a Beskriv hur man indirekt kan studera  $B_s^0$ -mesonen genom att detektera kaonerna som bildas i sönderfallen. (5 p)

b Utgående ifrån fig. 1, uppskatta  $B_s^0$ -mesonens vilomassa samt den partiella livstiden för sönderfallskanalen. (5 p)



Figur 1: Experimentdata från CDF

5. Neutrinodetektorn GALLEX bestod av 30.3 ton gallium och kunde detektera neutriner genom reaktionen  $\nu_e + {}^{71}\text{Ga} \rightarrow {}^{71}\text{Ge} + e^-$  som har ett tvärsnitt på  $10^{-42}\text{cm}^2$
- Vilken är den lägsta neutrinoenergi (tröskelenergi) som kan detekteras? (5 p)
  - Under antagandet att neutrinoflödet från solen ovanför tröskelenergin som träffar jorden är  $10^{11}\text{s}^{-1}\text{cm}^{-2}$ , beräkna antalet reaktioner av ovanstående typ per dag. (5 p)
  - Kan neutriner från proton-proton-fusion i solen (första steget i pp-kedjan) detekteras i denna detektor? Motivera! (5 p)
6. Man kan studera hur neutriner oscillerar i en modell med två generationer, utgående från egentillstånd för smak (flavour)  $\nu_{\alpha,\beta}$  och massa  $\nu_{i,j}$  som inte är identiska. Antag att vi kan skriva de förra som linjärkombinationer av de senare enligt

$$\begin{aligned}\nu_\alpha &= \nu_i \cos\theta_{ij} + \nu_j \sin\theta_{ij} \\ \nu_\beta &= -\nu_i \sin\theta_{ij} + \nu_j \cos\theta_{ij}\end{aligned}$$

där  $\theta_{ij}$  är en "mixing angle". Under förutsättning att  $\theta_{ij} \neq 0$ ,  $m_i \neq m_j$  och  $m_{i,j} > 0$ , ta fram ett uttryck för sannolikheten att en  $\nu_\alpha$  oscillerar till en  $\nu_\beta$  som en funktion av avstånd och neutrinernas energi. (Ledtråd: tidsberoendet för ett kvanttillstånd med energin  $E$  kan uttryckas som  $\psi(t) = \psi(0)e^{-iEt/\hbar}$ ) (10 p)

# Lösningsskisser tentamen FUF050 Subatomär Fysik 120524

Thomas Nilsson

21 juni 2012

1. Se kurslitteratur, punkter som bör vara med:

- definition
- partikel-multipletter (ex.  $\pi$ )
- n/p som isospinmultiplett
- Isobara analogtillstånd i kärnor

plus ev.:

- isospinn i kvarkar
- bevarande vid olika typer av växelverkan

2. a Se kurslitteratur, punkter som bör vara med:

- Utveckling från låd- resp. harmonisk oscillatorpotential till realistisk potential (Woods-Saxon) som bättre modellerar den starka växelverkan
- Införandet av spinn-bankoppling, uppsplittring i  $j$  som ger magiska tal genom energigap

b Se föreläsninganteckningar och kurslitteratur

c Från skalmodellen<sup>1</sup> fås att den 23e neutronen i  $^{41}\text{Ar}$  ligger i  $1f7/2$ , alltså  $7/2^-$ , och den 19e protonen i  $^{41}\text{K}$  i  $1d3/2$ , alltså  $3/2^+$ . Q-värdet för  $\beta^-$ -sönderfall är (atommassor):

$$\begin{aligned} Q &= [M(^{41}\text{Ar}) - M(^{41}\text{K})]c^2 \\ &= (40.964500828 - 40.961825972) \cdot 931.502\text{MeV} = 2.492\text{MeV} \end{aligned}$$

Då ett exciterat tillstånd vid 1294 keV populeras, blir ändpunktse-  
nergien  $2492 - 1294 = 1198\text{keV}$ .

---

<sup>1</sup>Här har vi ett olyckligt fall av feltryck i PH, där  $3/2^+$  felaktigt anges som spinn-paritet för grundtillståndet av  $^{41}\text{Ar}$  i listan med radioaktiva isotoper. Detta ändrar emellertid inte förutsättningarna då uppgiften frågar efter "spinn och paritet enligt skalmodellen".

$\beta$ -övergången är av tillåten typ, dvs  $\Delta I = 0, 1$ , ingen paritetsändring, vilket ger möjligheterna  $I^\pi = 5/2^-, 7/2^-, 9/2^-$  för det exciterade tillståndet. Då en kvadrupol-övergång maximalt ändrar  $I$  med två enheter finns möjligheterna  $I^\pi = 1/2^-, 3/2^-, 5/2^-, 7/2^-$  för det exciterade tillståndet som kompatibla med grundtillståndet, men de första tre kan även nås med en dipolövergång som i så fall skulle dominera. Därför fås  $I^\pi = 7/2^-$  för det exciterade tillståndet.

3. a Tillåten  
b Energetiskt omöjlig  
c Bryter bl.a. leptontal  
d Laddning bevaras ej  
e Bryter hyperladdning, kan förekomma med svag växelverkan
4. a Bilda invarianta massan för  $B_s^0$  genom att mäta fyr-vektorer för samtliga kaoner:

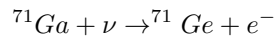
$$\begin{aligned}\vec{P}_{B_s^0} &= \vec{P}_{\phi_1} + \vec{P}_{\phi_2} = \vec{P}_{K_1^+} + \vec{P}_{K_1^-} + \vec{P}_{K_2^+} + \vec{P}_{K_2^-} \\ -m_{B_s^0}^2 c^2 &= [\vec{P}_{K_1^+} + \vec{P}_{K_1^-} + \vec{P}_{K_2^+} + \vec{P}_{K_2^-}]^2 \\ m_{B_s^0} &= \frac{1}{c} \sqrt{[\vec{P}_{K_1^+} + \vec{P}_{K_1^-} + \vec{P}_{K_2^+} + \vec{P}_{K_2^-}]^2}\end{aligned}$$

- b Avläsning ger en vilomassa på  $5.36 \text{ GeV}/c^2$ , och en halvvärdesbredd  $\Gamma \sim 0.04 \text{ GeV}$ . Naturliga linjebredden ger då:

$$\tau_{B_s^0} = \frac{\hbar}{\Gamma_{B_s^0}} = \frac{6.58 \cdot 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}}{0.04 \cdot 10^9 \text{ eV}} = 1.6 \cdot 10^{-23} \text{ s}$$

för den partiella livstiden.

5. a För en detektor baserad på  $^{71}\text{Ga}$  gäller att reaktionen



kan induceras. Denna har Q-värdet (rekylen från neutronens rörelsemängd försummas):

$$\begin{aligned}Q &= [m(^{71}\text{Ga}) - m(^{71}\text{Ge}) - m_e]c^2 \\ &= [(M(^{71}\text{Ga}) - 31m_e) - (M(^{71}\text{Ge}) - 32m_e) - m_e]c^2 \\ &= [M(^{71}\text{Ga}) - M(^{71}\text{Ge})]c^2\end{aligned}$$

med  $M(^{71}\text{Ga}) = 70.924707350u$  och  $M(^{71}\text{Ge}) = 70.924953620u$  fås  $Q = -0.24 \text{ MeV}$ . Neutrinernas energi måste alltså överstiga  $-Q$  för att reaktionen ska kunna hända.

b Naturligt gallium<sup>2</sup> innehåller 39.9 %  $^{71}\text{Ga}$  och har molmassan 69.723:

$$N_{73} = \frac{3 \cdot 10^7 \cdot 0.399 \cdot 6.02 \cdot 10^{23}}{69.723} \left[ \frac{\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}}{\text{g/mol}} \right] = 1.03 \cdot 10^{29}$$

För produktionsraten har vi med  $I = 10^{11} \text{s}^{-1} \text{cm}^{-2}$  och  $\sigma = 10^{-42}$ :

$$R = I \cdot N_{73} \cdot \sigma = 1.03 \cdot 10^{-2} \text{s}^{-1}$$

vilket innebär 890 detekterade neutriner varje dygn. (Detektera neutrinos, eller för övrigt all experimentell subatomär verksamhet, är inte ett 9-5-jobb...)

c För reaktionen  $p + p \rightarrow d + e^+ + \nu$  har vi

$$Q = [2m_p - m_d - m_e]c^2 = [2M(^1\text{H}) - M(^2\text{H}) - 2m_e]c^2 = 0.42 \text{MeV}$$

vilket ger den maximala neutrinoenergin. (Notera att totala Q-värdet för processen att slå ihop två väteatomer till en deuterium är  $2m_e c^2 = 1.022 \text{MeV}$  högre då den innefattar annihilation av positronen. Denna energi finns emellertid inte tillgänglig för neutrinet.) Dessa kan alltså detekteras i en gallium-baserad detektor.

6. Se Martin

---

<sup>2</sup>Räkning med isotoprent  $^{71}\text{Ga}$ , vilket var vad GALLEX bestod av, gav givetvis även full poäng.