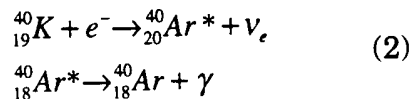
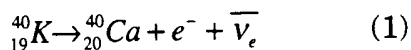


②

- 1 Naturligt kalium har två stabila isotoper ^{39}K och ^{41}K samt en liten mängd ^{40}K (0.0118% av antalet atomer) som är radioaktiv. Sönderfallet av ^{40}K kan ske genom både β^- sönderfall och elektroninfångning (EC) enligt



där ${}^{40}_{20}\text{Ar}^*$ betecknar ett exciterat tillstånd i ${}^{40}\text{Ar}$ som desexciteras genom emission av gammastrålning. Man har uppmätt antalet β^- partiklar från naturligt kalium (1) till $2.7 \cdot 10^4 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$ och antalet gammakvanta (2) till i genomsnitt 12 per 100 β^- sönderfall. Använd dessa data för att bestämma halveringstiden för ^{40}K .

(3 p.)

2. Den tyngsta heliumisotopen som kan bildas är ${}^8\text{He}$ ($T_{1/2}=0.122 \text{ s}$). Vid studier av betasönderfallet av ${}^8\text{He}$ har man vid ISOLDE, CERN, Genève, funnit det mycket exotiska sönderfallet betafördröjd tritonemission. Spektralformen hos de observerade tritonerna kan endast förklaras om man antar att dotterkärnan, ${}^8\text{Li}$ har ett exciterat tillstånd vid ca 9 MeV. Det är viktigt för förståelsen av det observerade sönderfallet att klargöra om antagandet om tillståndets existens är riktigt. Detta kan göras genom att studera reaktionen



För att studera en sådan reaktion experimentellt bestrålas ${}^6\text{Li}$ med den radioaktiva isotopen ${}^6\text{He}$. Det differentiella reaktionstvårsnittet för reaktionen (3) kan beräknas med god noggrannhet och resultatet framgår av figur 1. Hur många α -partiklar kan man förvänta sig att detektera under ett dygn om man utför experimentet på följande sätt. Intensiteten hos ${}^6\text{He}$ strålen är 10^6 s^{-1} . Strålmålets tjocklek väljs till 5 mg/cm^2 och man använder en detektor med en rymdvinkel av 0.01 sr placerad i en vinkel $\theta = 5^\circ$.

(3 p.)

3. Isotopen ${}^{251}_{99}\text{Es}$ har stabil deformation med deformationsparametern $\epsilon \approx 0.2$ (se figur 2). Energierna för de sex första exciterade tillstånden är 8.3, 31.7, 55.8, 76.1, 114.0 och 182.8 keV. Inordna dessa tillstånd samt grundtillståndet i två rotationsband. Ange impulsmoment och paritet för samtliga tillstånd.

(3 p.)

4. Beräkna med hjälp av semi-empiriska massformeln ett uttryck för den frigjorda energin, Q_α , då en tung atomkärna ($A, Z \gg 1$) α -sönderfaller. Bindningsenergin för en α -partikel är $28.30 \text{ MeV}/c^2$. Den enda naturligt förekommande guld isotopen är ${}^{197}\text{Au}$. Bestäm Q_α för denna isotop och diskutera dess stabilitet utifrån detta värde.

(3p.)

2

5. Baryoner med spinn 3/2 kan placera in i ett diagram där ena axeln utgörs av isospinnets projektion (T_3) och den andra av särtalet (S). De experimentella värdena för massorna hos dessa baryoner är

$$\Delta \approx 1232 \text{ MeV}/c^2$$

$$\Sigma^* \approx 1385 \text{ MeV}/c^2$$

$$\Xi^* \approx 1530 \text{ MeV}/c^2$$

Förutom dessa 9 partiklar finns det ytterligare en. Vilken? Ange samtliga partiklars kvarkinnehåll. Räcker de ovan nämnda kvanttalen för att förklara denna grupp av partiklar? (Eftersom svaret givetvis är nej skall det motiveras!) Använd ovanstående massdata för att ge en grov uppskattning av massan hos den tionde partikeln. Motivera svaret.

(3 p.)

6. Antalet fotoner i Universum kan uppskattas från de grundläggande uttrycken för svartkroppsstrålning där energitätheten ges av

$$u(E)dE = \frac{8\pi E^3}{(hc)^3} \frac{1}{e^{E/kT} - 1} dE$$

Härled ett uttryck för antalet fotoner vid temperaturen T.

Om vi antar att Universums massdensitet idag är lika med den kritiska densiteten

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

där H är Hubbles konstant med värdet $67 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ vad blir då förhållandet mellan antalet fotoner och nukleoner i universum?

Ledning:

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{\nu-1}}{e^{\mu x} - 1} dx = \frac{1}{\mu^{\nu}} \Gamma(\nu) \zeta(\nu)$$

$$\Gamma(\nu) = (\nu - 1)!$$

$$\zeta(3) = 1.202$$

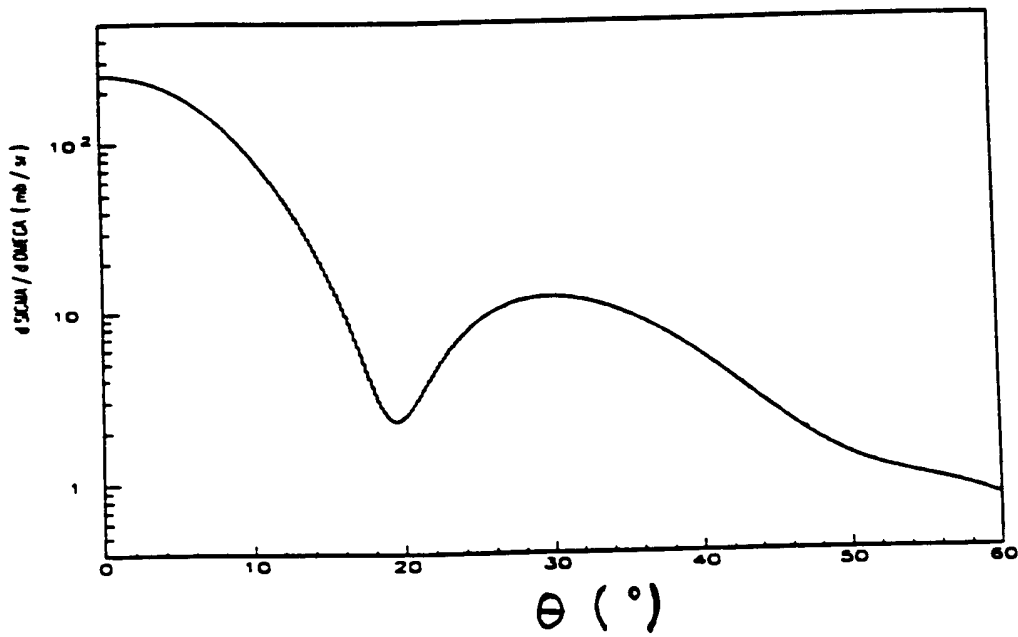
$$\zeta(4) = \frac{\pi^4}{90}$$

Den astronomiska enheten $1 \text{ pc} = 3.26 \text{ ly}$ (ljusår)

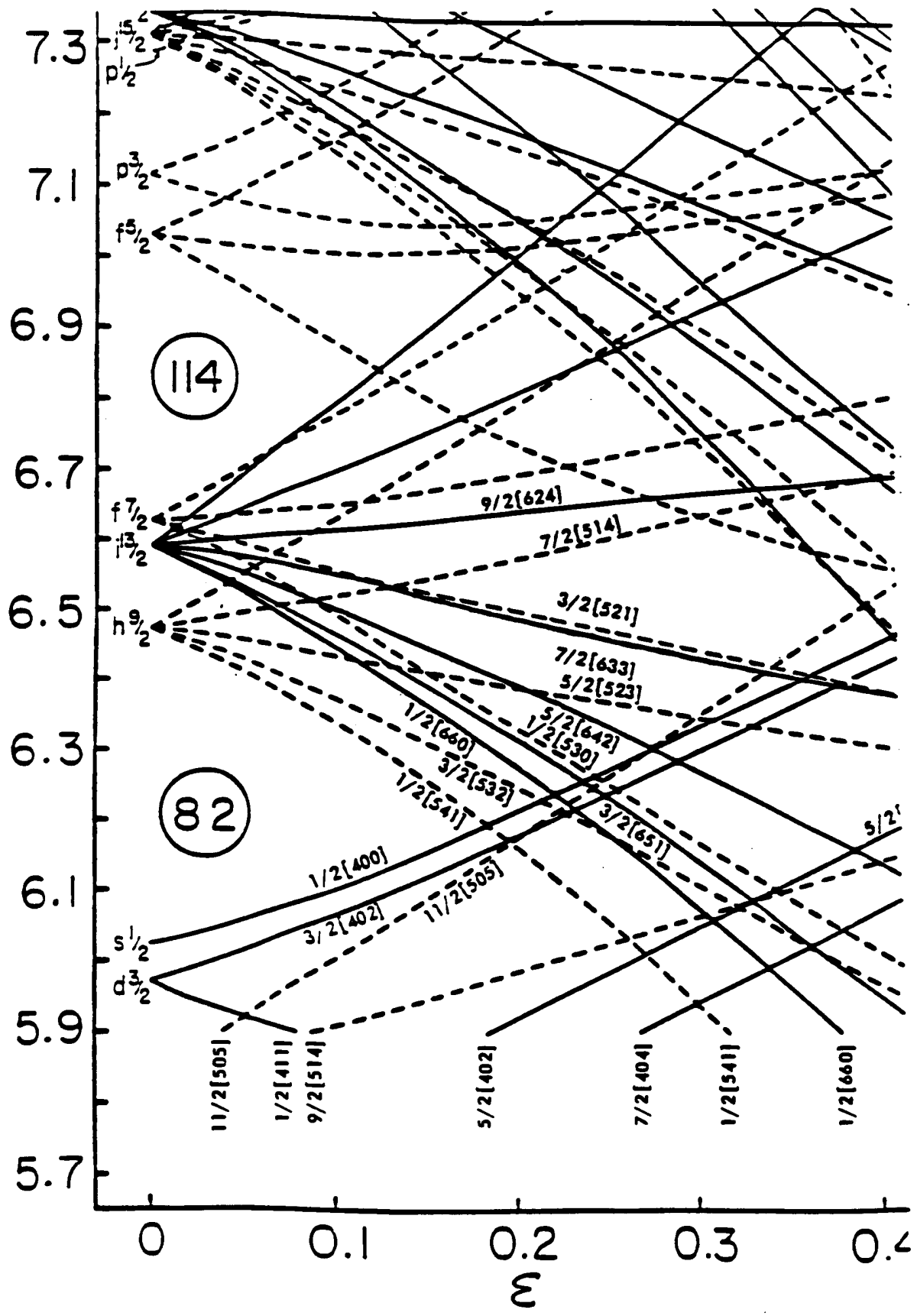
(3 p.)

②

Figur 1.



Differential cross-section for the ${}^6\text{Li}({}^6\text{He}, \alpha){}^8\text{Li}^*$ reaction.



Nilsson diagram for odd protons, $82 \leq Z \leq 126$.

(2)

1.

$$\lambda_{\beta^-} = 2.7 \cdot 10^4 \text{ kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 40 \text{ g/mol} \cdot \frac{1}{6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \cdot 118 \cdot 10^{-4}} = 4.75 \cdot 10^{-10} \text{ år}^{-1}$$

$$\lambda = \lambda_{\beta^-} + \lambda_{EC} = \lambda_{\beta^-} \left(1 + \frac{\lambda_{EC}}{\lambda_{\beta^-}}\right) = \lambda_{\beta^-} \left(1 + \frac{12}{100}\right) = 5.37 \cdot 10^{-10} \text{ år}^{-1}$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 1.29 \cdot 10^{10} \text{ år}$$

2.



$$\theta = 5^\circ \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} \approx 200 \frac{\text{mb}}{\text{sr}}$$

$$\sigma = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega\right) = 200 \frac{\text{mb}}{\text{sr}} \cdot 0.01 = 2 \text{ mb}$$

Produktionshastighet:

$$R = N \sigma I = \frac{5 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3}{6 \text{ g/mol}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-28} \text{ m}^2 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1} = 1 \text{ s}^{-1}$$

$\therefore 8.6 \cdot 10^4$ per dygn

3. Från Nilsson-diagrammet g.s $\frac{3}{2}^- [521]$ och l:a excitera de tillståndet $\frac{7}{2}^+ [633]$

Tillståndet genererar rotationsbanden $\frac{3}{2}^-, \frac{5}{2}^-, \frac{7}{2}^-, \frac{9}{2}^- \dots$ och $\frac{7}{2}^+, \frac{9}{2}^+, \frac{11}{2}^+$

Antag 0: $\frac{3}{2}^-$ och $31.7 \cdot \frac{5}{2}^-$

$$(i) E_{5/2^-} - E_{3/2^-} = \frac{\hbar^2}{2I} \left[\frac{5}{2} \cdot \frac{7}{2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} \right] \Rightarrow \frac{\hbar^2}{2I} = \frac{31.7}{5}$$

$$E_{7/2^-} - E_{5/2^-} = \frac{\hbar^2}{2I} \left(\frac{7}{2} \cdot \frac{9}{2} - \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{2} \right) = \frac{12 \hbar^2}{2I} = \frac{12}{5} 31.7 = 76.1 \text{ keV OK}$$

$$E_{9/2^-} - E_{7/2^-} = 21 \cdot \frac{\hbar^2}{2I} = 133 \text{ keV OK}$$

$$(ii) E_{9/2^+} - E_{7/2^+} = \frac{\hbar^2}{2I} \left[\frac{9}{2} \cdot \frac{11}{2} - \frac{7}{2} \cdot \frac{9}{2} \right] = \frac{9 \hbar^2}{2I} = (55.8 - 8.3) \Rightarrow \frac{\hbar^2}{2I} = \frac{47.5}{9}$$

$$E_{11/2^+} - E_{9/2^+} = \frac{20 \hbar^2}{2I} = 105.6 \text{ keV OK} \quad (114 - 8.3 = 105.7 \text{ keV})$$

$$E_{13/2^+} - E_{11/2^+} = 174.2 \text{ keV} \quad (182.8 - 8.3 = 174.5 \text{ keV})$$

$$\therefore \begin{array}{l} \frac{7}{2}^- \quad \underline{\quad 76.1 \quad} \quad \frac{13}{2}^+ \\ \frac{5}{2}^- \quad \underline{\quad 55.8 \quad} \quad \frac{11}{2}^+ \\ \frac{3}{2}^- \quad \underline{\quad 31.7 \quad} \quad \frac{9}{2}^+ \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \frac{7}{2}^+ \end{array}$$

(2)

$$4. \quad Q_\alpha = (M(\frac{A}{Z}X) - M(\frac{A-4}{Z-2}X) - M_\alpha) c^2 =$$

$$= -a_v [A - (A-4)] + a_s [A^{2/3} - (A-4)^{2/3} + a_c \left[\frac{Z^2}{A^{1/3}} - \frac{(Z-2)^2}{(A-4)^{1/3}} \right] +$$

$$+ a_{sym} \left[\frac{(A-2Z)^2}{A} - \frac{(A-4-2(Z-2))^2}{A-4} \right] + B(2,4)$$

För stora A, Z, N $(1+x)^a \approx 1+ax \quad x \ll 1$

$$Q_\alpha = -4a_v + \frac{8}{3} a_s A^{2/3} + 4a_c Z A^{-1/3} \left(1 - \frac{2}{3A}\right) - 4a_{sym} \frac{(A-12)^2}{A^2} + B(2,4)$$

$$B(2,4) = 29.3 \text{ MeV}$$

$$\text{För } {}^{197}_{81}\text{Au} \quad Q_\alpha = 3.1 \text{ MeV}$$

$Q_\alpha > 0$ såvitt möjligt
men hindras av
Coulombbarriären

- 5.
- | | |
|----------|--------------------|
| Δ | ddd, udd, uud, uuu |
| Σ | dds, uds, uus |
| Ξ | dss, uss |
| Ω | sss |

$$\Delta M = \Sigma - \Delta \approx \Xi - \Sigma \approx 150 \text{ MeV}/c^2$$

$$M_{\Omega^-} \approx 1530 + 150 = 1680 \text{ MeV}/c^2$$

6. sid. 761