

Subatomär Fysik

Gamla tentor

1. ${}_{22}^{51}\text{Ti}$ och ${}_{23}^{51}\text{V}$ har spinn och paritet enligt skalmodellens förutsägelse. ${}_{22}^{51}\text{Ti}$ β^- - sönderfaller till en nivå med excitationensenergin 0.32 MeV i ${}_{23}^{51}\text{V}$ med $\log ft = 4.9$ och desexciteras med gammastrålning av blandad $M1$ och $E2$ karaktär.
 - a) Bestäm spinn och paritet (I^π) för grundtillstånden hos ${}_{22}^{51}\text{Ti}$ och ${}_{23}^{51}\text{V}$
 - b) Vilka är de möjliga spinn och paritetsvärdena för 0.32 MeV nivån i ${}_{23}^{51}\text{V}$? (3p.)

2. Visa att parbildning är en omöjlig process utan närvaro av en kärna, som kan absorbera en del av rekylenergin. (3 p.)

3. Diskutera begreppet isospin för kärnor och partiklar (2 p.)

4. Visa att differentiella tvärsnittet för Rutherfordspridning kan skrivas

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{1}{4T_a} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$
 (Ledning: $\mathbf{v} = \frac{dr}{dt} \hat{r} + r \frac{d\beta}{dt} \hat{\beta}$) (3 p.)

5. ρ^+ mesonen kan bildas i en pion-kärn kollision. Den sönderfaller sedan snabbt till π^+ och π^0 enligt

$$\pi^+ + p \rightarrow \rho^+ + p$$

$$\downarrow$$

$$\pi^+ + \pi^0$$

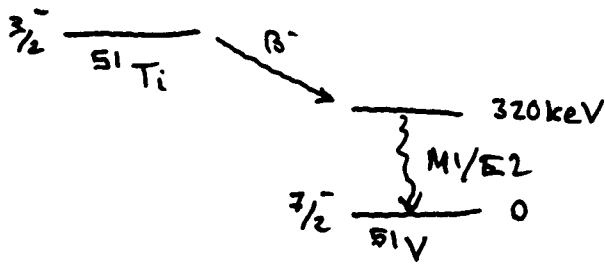
Reaktionen kan också gå direkt till $\pi^+ \pi^0$ utan att bilda ρ^+ . Beskriv hur man kan skilja en reaktion med produktion av ρ^+ från den direkta reaktionen. (3 p.)

6. Kärnsyntes för element med masstal större än 60 sker huvudsakligen vid två olika processer. Vilka är dessa? Beskriv huvud dragen i deras förlopp. (2 p.)

7. Tritium har ett Q värde för beta-sönderfall av ca 18.6 keV. Man har ansett att detta sönderfall skulle kunna utgöra en möjlighet att bestämma massan hos en neutrino. Hur? (2 p.)

①

1.



${}_{22}^{51}\text{Ti}_{29}$ har en oparad
neutron i $2p_{3/2}$
 $\Rightarrow I^\pi = 3/2^-$

${}_{23}^{51}\text{V}_{28}$ oparad proton i
 $1f_{7/2} \Rightarrow I^\pi = 7/2^-$

(1) $\log ft = 4.9 \Rightarrow$ tillåten övergång $\Rightarrow \Delta I = 0, \pm 1 \quad \Delta \pi = \text{nej}$
($1/2^-, 3/2^-, 5^-$)

Antag 320 keV nivån I_1, π_1

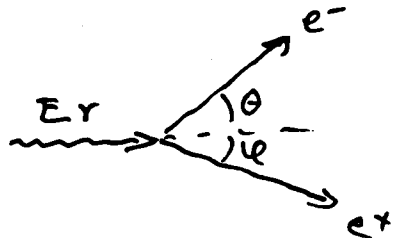
M1: $|\frac{7}{2} - I_1| \leq 1 \leq |\frac{7}{2} + I_1| \Rightarrow I_1 = \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}$

(2) E2: $|\frac{7}{2} - I_1| \leq 2 \leq |\frac{7}{2} + I_1| \Rightarrow I_1 = \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \frac{11}{2}$

M1/E2 byter ej paritet $\Rightarrow I_1^\pi = \frac{5}{2}^-, \frac{7}{2}^-, \frac{9}{2}^-$

(1) och (2) ger endast $\frac{5}{2}^-$ för 320 keV nivån

2.



$E_\gamma = h\nu$

$p = \frac{E_\gamma}{c} = \frac{h\nu}{c}$

Energi konservervning

$h\nu = mc^2(\gamma_1 + \gamma_2) \quad (1)$

Rörelse mängds kmo

$\frac{h\nu}{c} = \gamma_1 \beta_1 mc \cos \theta + \gamma_2 \beta_2 mc \cos \phi =$
 $= mc(\gamma_1 \beta_1 \cos \theta + \gamma_2 \beta_2 \cos \phi) \quad (2)$

(1) och (2) ger

$\beta_1 \cos \theta = 1 \quad \beta_2 \cos \phi = 1$

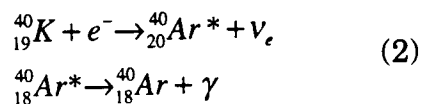
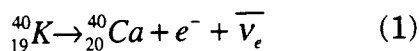
$\cos \theta \leq \cos \phi \leq 1$

$\beta_1 = \frac{v_1}{c} < 1$ och $\beta_2 = \frac{v_2}{c} < 1$

\therefore omöjligt.

②

- 1 Naturligt kalium har två stabila isotoper ^{39}K och ^{41}K samt en liten mängd ^{40}K (0.0118% av antalet atomer) som är radioaktiv. Sönderfallet av ^{40}K kan ske genom både β^- sönderfall och elektroninfångning (EC) enligt



där $^{40}_{20}\text{Ar}^*$ betecknar ett exciterat tillstånd i ^{40}Ar som desexciteras genom emission av gammastrålning. Man har uppmätt antalet β^- partiklar från naturligt kalium (1) till $2.7 \cdot 10^4 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$ och antalet gammakvanta (2) till i genomsnitt 12 per 100 β^- sönderfall. Använd dessa data för att bestämma halveringstiden för ^{40}K .

(3 p.)

2. Den tyngsta heliumisotopen som kan bildas är ^8He ($T_{1/2}=0.122 \text{ s}$). Vid studier av betasönderfallet av ^8He har man vid ISOLDE, CERN, Genève, funnit det mycket exotiska sönderfallet betafördröjd tritonemission. Spektralformen hos de observerade tritonerna kan endast förklaras om man antar att dotterkärnan, ^8Li har ett exciterat tillstånd vid ca 9 MeV. Det är viktigt för förståelsen av det observerade sönderfallet att klargöra om antagandet om tillståndets existens är riktigt. Detta kan göras genom att studera reaktionen



För att studera en sådan reaktion experimentellt bestrålas ^6Li med den radioaktiva isotopen ^6He . Det differentiella reaktionstvårsnittet för reaktionen (3) kan beräknas med god noggrannhet och resultatet framgår av figur 1. Hur många α -partiklar kan man förvänta sig att detektera under ett dygn om man utför experimentet på följande sätt. Intensiteten hos ^6He strålen är 10^6 s^{-1} . Strålmålets tjocklek väljs till 5 mg/cm^2 och man använder en detektor med en rymdvinkel av 0.01 sr placerad i en vinkel $\theta = 5^\circ$.

(3 p.)

3. Isotopen $^{251}_{99}\text{Es}$ har stabil deformation med deformationsparametern $\epsilon \approx 0.2$ (se figur 2). Energierna för de sex första exciterade tillstånden är 8.3, 31.7, 55.8, 76.1, 114.0 och 182.8 keV. Inordna dessa tillstånd samt grundtillståndet i två rotationsband. Ange impulsmoment och paritet för samtliga tillstånd.

(3 p.)

4. Beräkna med hjälp av semi-empiriska massformeln ett uttryck för den frigjorda energin, Q_α , då en tung atomkärna ($A, Z \gg 1$) α -sönderfaller. Bindningsenergin för en α -partikel är $28.30 \text{ MeV}/c^2$. Den enda naturligt förekommande guld isotopen är ^{197}Au . Bestäm Q_α för denna isotop och diskutera dess stabilitet utifrån detta värde.

(3p.)

5. Baryoner med spinn 3/2 kan placeras in i ett diagram där ena axeln utgörs av isospinnets projektion (T_3) och den andra av särtalet (S). De experimentella värdena för massorna hos dessa baryoner är

$$\begin{aligned}\Delta &\approx 1232 \text{ MeV}/c^2 \\ \Sigma^* &\approx 1385 \text{ MeV}/c^2 \\ \Xi^* &\approx 1530 \text{ MeV}/c^2\end{aligned}$$

Förutom dessa 9 partiklar finns det ytterligare en. Vilken? Ange samtliga partiklars kvarkinnehåll. Räcker de ovan nämnda kvanttalen för att förklara denna grupp av partiklar? (Eftersom svaret givetvis är nej skall det motiveras!) Använd ovanstående massdata för att ge en grov uppskattning av massan hos den tionde partikeln. Motivera svaret.

(3 p.)

6. Antalet fotoner i Universum kan uppskattas från de grundläggande uttrycken för svartkroppsstrålning där energitätheten ges av

$$u(E)dE = \frac{8\pi E^3}{(hc)^3} \frac{1}{e^{E/kT} - 1} dE$$

Härled ett uttryck för antalet fotoner vid temperaturen T.

Om vi antar att Universums massdensitet idag är lika med den kritiska densiteten

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

där H är Hubbles konstant med värdet $67 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ vad blir då förhållandet mellan antalet fotoner och nukleoner i universum?

Ledning:

$$\int_0^\infty \frac{x^{\nu-1}}{e^{\mu x} - 1} dx = \frac{1}{\mu^\nu} \Gamma(\nu) \zeta(\nu)$$

$$\Gamma(\nu) = (\nu - 1)!$$

$$\zeta(3) = 1.202$$

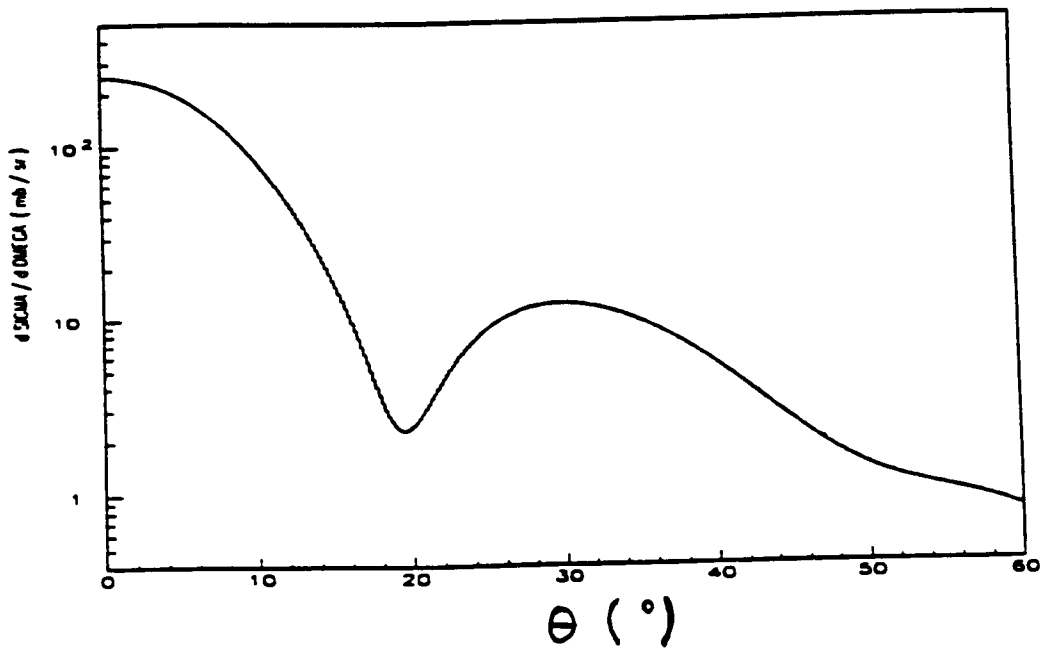
$$\zeta(4) = \frac{\pi^4}{90}$$

Den astronomiska enheten $1 \text{ pc} = 3.26 \text{ ly}$ (ljusår)

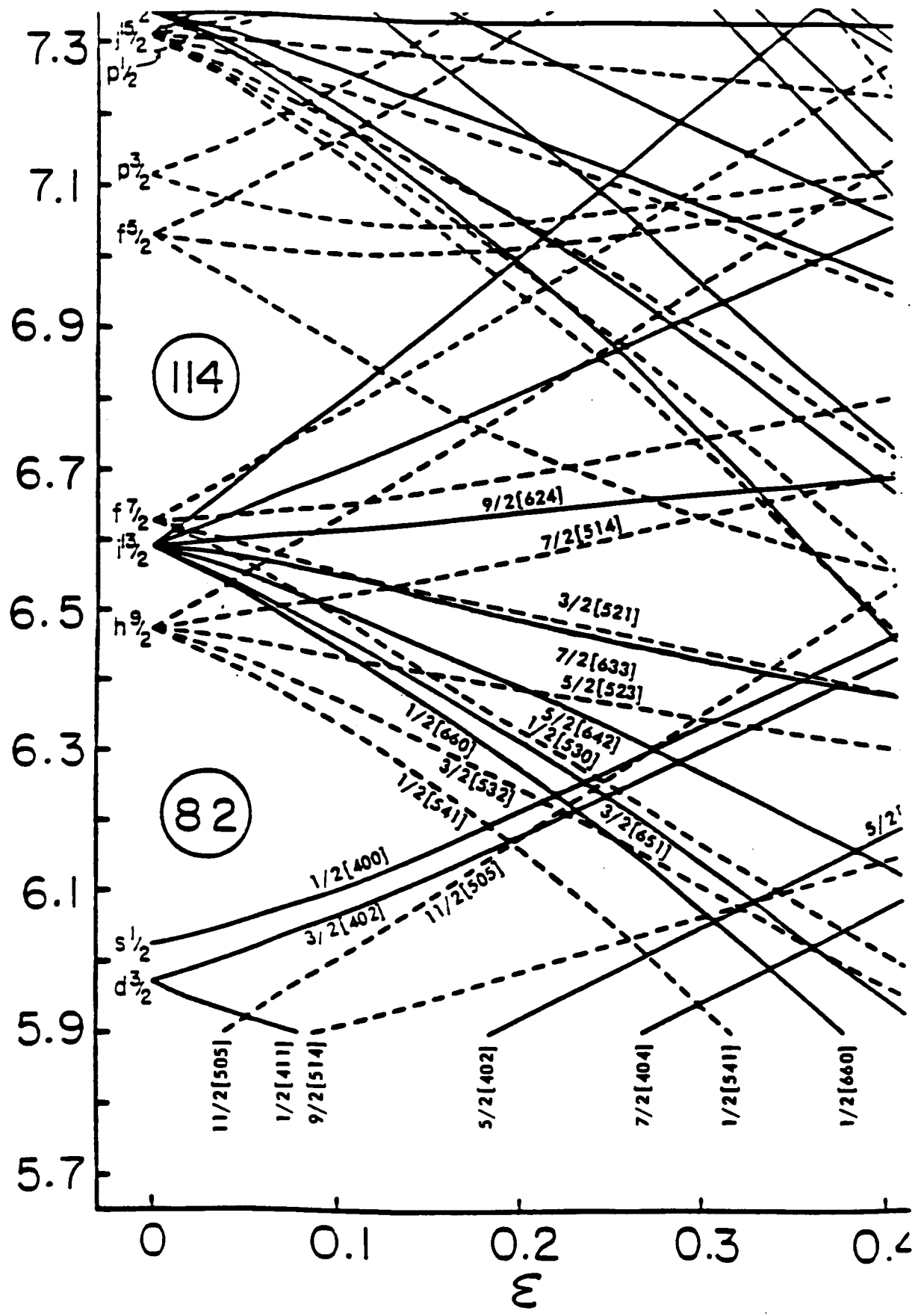
(3 p.)

②

Figur 1.



Differential cross-section for the ${}^6\text{Li}({}^6\text{He}, \alpha){}^8\text{Li}^*$ reaction.



Nilsson diagram for odd protons, $82 \leq Z \leq 126$.

(2)

1.

$$\lambda_{\beta^-} = 2.7 \cdot 10^4 \text{ kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 40 \text{ g/mol} \cdot \frac{1}{6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \cdot 118 \cdot 10^{-4}} = 4.75 \cdot 10^{-10} \text{ år}^{-1}$$

$$\lambda = \lambda_{\beta^-} + \lambda_{EC} = \lambda_{\beta^-} \left(1 + \frac{\lambda_{EC}}{\lambda_{\beta^-}}\right) = \lambda_{\beta^-} \left(1 + \frac{12}{100}\right) = 5.37 \cdot 10^{-10} \text{ år}^{-1}$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 1.29 \cdot 10^{10} \text{ år}$$

2.



$$\theta = 5^\circ \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} \approx 200 \frac{\text{mb}}{\text{sr}}$$

$$\sigma = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) d\Omega = 200 \frac{\text{mb}}{\text{sr}} \cdot 0.01 = 2 \text{ mb}$$

Produktionshastighet:

$$R = N\sigma I = \frac{5 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^2}{6 \text{ g/mol}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-28} \text{ m}^2 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1} = 1 \text{ s}^{-1}$$

$\therefore 8.6 \cdot 10^4$ per dygn

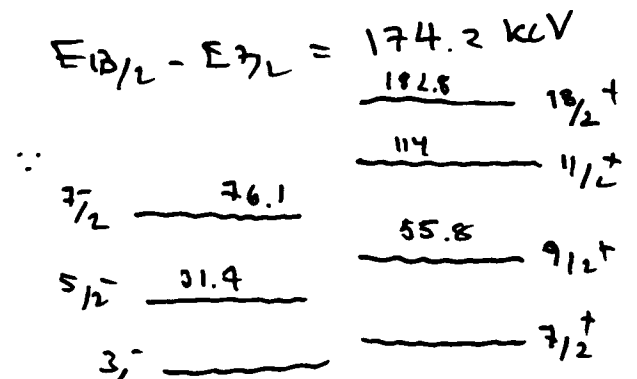
3. Från Nilsson diagrammet g.s $\frac{3}{2}^- [521]$ och l:a exciterade tillståndet $\frac{7}{2}^+ [633]$

Till stånden genererar rotationsbanden $\frac{3}{2}^-, \frac{5}{2}^-, \frac{7}{2}^-, \frac{9}{2}^- \dots$ och $\frac{7}{2}^+, \frac{9}{2}^+, \frac{11}{2}^+$

Antag 0: $\frac{3}{2}^-$ och $31.7 \cdot \frac{5}{2}^-$

(i) $E_{5/2^-} - E_{3/2^-} = \frac{\hbar^2}{2I} \left[\frac{5}{2} \cdot \frac{7}{2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} \right] \Rightarrow \frac{\hbar^2}{2I} = \frac{31.7}{5}$
 $E_{7/2^-} - E_{5/2^-} = \frac{\hbar^2}{2I} \left(\frac{7}{2} \cdot \frac{9}{2} - \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{2} \right) = \frac{12\hbar^2}{2I} = \frac{12}{5} 31.7 = 76.1 \text{ keV OK}$
 $E_{9/2^-} - E_{7/2^-} = 21 \cdot \frac{\hbar^2}{2I} = 133 \text{ keV OK}$

(ii) $E_{9/2^+} - E_{7/2^+} = \frac{\hbar^2}{2I} \left[\frac{9}{2} \cdot \frac{11}{2} - \frac{7}{2} \cdot \frac{9}{2} \right] = \frac{9\hbar^2}{2I} \cdot (55.8 - 8.3) \Rightarrow \frac{\hbar^2}{2I} = \frac{47.5}{9}$
 $E_{11/2^+} - E_{9/2^+} = \frac{20\hbar^2}{2I} = 105.6 \text{ keV OK } (114 - 8.3 = 105.7 \text{ keV})$
 $E_{13/2^+} - E_{11/2^+} = 174.2 \text{ keV } (182.8 - 8.3 = 174.5 \text{ keV})$



(2)

$$4. \quad Q_\alpha = (M(\frac{A}{Z}X) - M(\frac{A-4}{Z-2}X) - M_\alpha) c^2 =$$

$$= -a_v [A - (A-4)] + a_s [A^{2/3} - (A-4)^{2/3} + a_c \left[\frac{Z^2}{A^{1/3}} - \frac{(Z-2)^2}{(A-4)^{1/3}} \right] +$$

$$+ a_{sym} \left[\frac{(A-2Z)^2}{A} - \frac{(A-4-2(Z-2))^2}{A-4} \right] + B(Z, Y)$$

För stora A, Z, N ($(1+x)^n \approx 1+nx$ $x \ll 1$)

$$Q_\alpha = -4a_v + \frac{8}{3} a_s A^{2/3} + 4a_c Z A^{-1/3} \left(1 - \frac{Z}{3A}\right) - 4a_{sym} \frac{(A-2Z)^2}{A^2} + B(Z, Y)$$

$$B(2, 4) = 29.3 \text{ MeV}$$

$$\text{För } \frac{197}{81} \text{ Au} \quad Q_\alpha = 3.1 \text{ MeV}$$

$Q_\alpha > 0$ innebär möjligt
men hindras av
Coulombbarriären

- 5.
- | | |
|----------|--------------------|
| Δ | ddd, udd, uud, uuu |
| Σ | dds, uds, uus |
| Ξ | dds, uss |
| Ω | sss |

$$\Delta M = \Sigma - \Delta \approx \Xi - \Sigma \approx 150 \text{ MeV}/c^2$$

$$M_{\Omega^-} \approx 1530 + 150 = 1680 \text{ MeV}/c^2$$

6. sid. 761

1. Vad är den tillåtna stråldosen per år för allmänheten i Sverige?
(1 p.)

2. Atomkärnan ${}^{238}_{92}\text{U}$ initierar en radioaktiv sönderfallskedja med successiva α - och β -sönderfall tills den slutligen når den stabila kärnan ${}^{206}_{82}\text{Pb}$. Hur många α - respektive β -sönderfall observeras i denna kedja?
(3 p.)

3. Den elektriska effekten som behövs för en satellit är 20 W. Denna kan erhållas genom omvandling av energi som frigörs vid radioaktivt sönderfall. Om man skulle utnyttja α -sönderfallet ($E_{\alpha} = 5.5 \text{ MeV}$) hos rent ${}^{238}\text{Pu}$ ($t_{1/2} = 89 \text{ år}$), hur stor måste i så fall aktiviteten och vikten av ${}^{238}\text{Pu}$ -källan vara? Effektiviteten är 5%.
(3p.)

4. De tabellerade massorna för ${}^9\text{Li}$, ${}^9\text{Be}$ och ${}^9\text{B}$ är 9.0268 u, 9.0122 u och 9.0133 u. Bestäm värdet på asymmetrikoefficienten i den semiempiriska massformeln utgående från dessa massor.
(3p.)

5. Kärnsyntes för element med masstal större än 60 sker huvudsakligen vid två olika processer. Vilka är dessa? Beskriv i huvuddrag de båda processernas förlopp.
(3 p.)

6. Ω^- - partikeln tillhör en deкупlett av baryoner med spinn 3/2. Av vilka kvarkar är den uppbyggd och vilka kvanttal behövs för att beskriva den?
(2 p.)

7. ${}^{51}_{22}\text{Ti}$ och ${}^{51}_{23}\text{V}$ har spinn och paritet enligt skalmodellens förutsägelse. ${}^{51}\text{Ti}$ β^- - sönderfaller till en nivå med excitationenergin 0.32 MeV i ${}^{51}\text{V}$ med $\log ft = 4.9$ och desexciteras med gammastrålning av blandad $M1$ och $E2$ karaktär.
 - a) Bestäm spinn och paritet (I^{π}) för grundtillstånden hos ${}^{51}_{22}\text{Ti}$ och ${}^{51}_{23}\text{V}$
 - b) Vilka är de möjliga spinn och paritetsvärdena för 0.32 MeV nivån i ${}^{51}\text{V}$?
(3 p.)

(3)

2.

$$\left. \begin{aligned} 4N_{\alpha} &= 238 - 206 \\ 2N_{\alpha} - N_{\beta} &= 92 - 82 \end{aligned} \right\} = \begin{aligned} N_{\alpha} &= 8 \\ N_{\beta} &= 6 \end{aligned}$$

3.

$$P = E_{\alpha} \left(-\frac{dN}{dt} \right) = \frac{20}{0.05}$$

$$\text{Aktivitet: } -\frac{dN}{dt} = \frac{400}{E_{\alpha}} = 4.54 \cdot 10^{14} \text{ Bq} = \lambda N$$

$$N = \frac{4.54 \cdot 10^{14}}{\ln 2} \cdot 89.365.27.3600 \cdot m(^{238}\text{Pu}) = 0.73 \text{ kg}$$

4.

$$M(^9_4\text{Be}) - M(^9_3\text{Li}) = M(^1_1\text{H}) - m_n + a_c \left(\frac{16-9}{9^{1/3}} \right) + a_{\text{symm}} \left(\frac{1-9}{9} \right)$$

$$\frac{7}{9^{1/3}} a_c - \frac{8}{9} a_{\text{symm}} = -12.92 \text{ MeV}$$

$$M(^9_5\text{B}) - M(^9_4\text{Be}) = M(^1_1\text{H}) - m_n + a_c \left(\frac{25-16}{9^{1/3}} \right)$$

$$\Rightarrow a_c = 0.42 \text{ MeV}$$

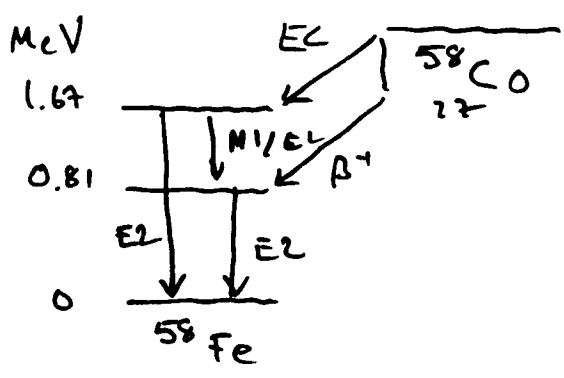
$$\therefore a_{\text{symm}} = 16.0 \text{ MeV}$$

7. se (1) 1.

5

1. Isotopen $^{249}_{97}\text{Bk}$ har stabil deformation med deformationsparametern $\epsilon \approx 0.2$. Energierna för de åtta första exciterade tillstånden är 8.8, 39.6, 41.8, 82.6, 93.7, 137.7, 155.8 och 204.6 keV. Inordna dessa tillstånd samt grundtillståndet i två rotationsband. Ange rörelsemängdsmoment och paritet för samtliga tillstånd. Det relevanta Nilssondiagrammet bifogas som Figur 1. *) (3 p.)

2. Ett förenklat sönderfallsschema för ^{58}Co visas nedan. Betasönderfallen är av tillåten typ. Vilka värden på impulsmoment och paritet erhålles för de i figuren angivna kärntillstånden.



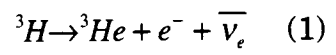
(2p.)

3. Flödet av neutriner från solen är 10^{11} per cm^2 och sekund. En Volvo 240 antas bestå av 1 ton järn.
- a) Bestäm den inducerade radioaktiviteten i järnet efter 24 timmar om tvärsnittet för bildning av ^{56}Mn i inverst betasönderfall är 10^{-20} b? Halveringstiden för ^{56}Mn är 2 timmar och 36 minuter.

- b) Hur stor är aktiviteten efter ytterligare 24 timmar om man antar att neutrinoströmmen plötsligt upphör? (3p.)

4. Enligt Fermis teori för betasönderfall kan ett betaspektrums form beskrivas som funktion av kinetiska energi, T_e , för elektronen. Visa att då $Q \ll m_e c^2$ är medelenergin av ett betaspektrum $\langle T_e \rangle = 1/3 Q$. (Q är ändpunktsenergin för betasönderfallet och m_e elektronmassan)

Hur stor blir medelenergin som antineutriner för med sig vid sönderfallet av den tyngsta väteisotopen tritium



(3 p.)

*) Fig. 2 (2)

5. Använd Q värdet för sönderfallet (1) för att göra en uppskattning av radien hos ${}^3\text{He}$.

(3 p.)

6. Den neutrala mesonen K^0 kan spontant konverteras till sin antipartikel \bar{K}^0 . Man finner experimentellt att sönderfallet av denna meson ger upphov till två olika livslängder.

$$\tau(K_1) = 0.892 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

och

$$\tau(K_2) = 5.18 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

Diskutera orsaken till detta. En detaljerad redogörelse krävs för full poäng.

(3 p.)

7. Visa att universums utsträckning är begränsad endast då den konstant, k , som anger rum-tidens krökning är positiv. Bestäm för $k > 0$ den tidpunkt då universum når sin maximala utsträckning om vi antar att universum domineras av strålning. I detta fall är energidensiteten, ρ , omvänt proportionell mot R^4 , dvs. $\rho = a/R^4$ (a är en konstant).

Ledning: Universums utsträckning bestäms av den så kallade skalfaktorn R ($R=R(t)$, $R(0)=0$), som uppfyller

$$\frac{1}{R^2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{R^2}.$$

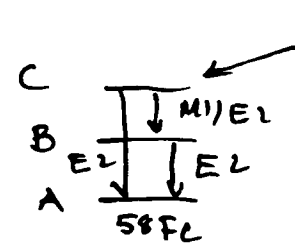
(3p.)

5

1.

	$\frac{204.1}{11/2^-}$			
$13/2^+$	$\frac{155.8}{9/2^-}$	$\frac{137.7}{7/2^-}$	$\frac{82.6}{5/2^-}$	$\frac{35.6}{3/2^-}$
$11/2^+$	$\frac{93.7}{7/2^-}$	$\frac{58.8}{5/2^-}$	$\frac{35.6}{3/2^-}$	$\frac{8.8}{1/2^-}$
$9/2^+$	$\frac{41.8}{5/2^-}$	$\frac{35.6}{3/2^-}$	$\frac{35.6}{3/2^-}$	$\frac{8.8}{1/2^-}$
$7/2^+$	$\frac{0}{3/2^-}$	$\frac{8.8}{1/2^-}$	$\frac{8.8}{1/2^-}$	$\frac{8.8}{1/2^-}$

2.

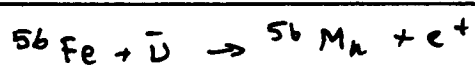


- A = $I^\pi = 0^+$ j-j
- B = $I^\pi = 2^+$ (E2) -
- C = $I^\pi = 2^+$ (E2)

D: Tilläget β sönderfall $\Delta I = 0, -1$
 $\Delta \pi = \text{nej}$

$I^\pi = 1^+, 2^+, 3^+$ möjliga (Exp. 2^+)

3.



$T_{1/2} = 2.6 \text{ h}$
 $A = R(1 - e^{-\lambda t})$

$R = N \sigma I = \frac{10^6 \text{ g}}{56 \text{ g/mol}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \cdot 10^{-20} \cdot 10^{-28} \text{ m}^2 \cdot \frac{10^{11}}{10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}} = 1.075 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$

a) $A(24 \text{ h}) = 1.075 \cdot 10^{-5} (1 - e^{-\frac{\ln 2}{2.6} \cdot 24}) = 1.07 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$

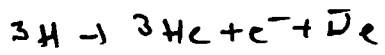
b) $A = 1.07 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{2.6} \cdot 211} = 1.8 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1}$

4.

$N(p) \sim p^2 q^2 \sim p^2 (Q - T)^2$

$Q \ll mc^2 \quad T = p^2 / 2m$

$$\langle T \rangle = \frac{\int_0^Q N(T) T dT}{\int_0^Q N(T) dT} = \frac{\int_0^Q T^{3/2} (Q^2 - 2QT + T^2) dT}{\int_0^Q T^{1/2} (Q^2 - 2QT + T^2) dT} = \frac{Q}{3}$$



$Q = [M(3\text{H}) - M(3\text{He})] c^2 = 18.6 \text{ keV}$

$Q \ll mc^2$

Medelenergi för $\bar{\nu}_e$ $\frac{2}{3} Q = 12.4 \text{ keV}$

(5)

$$5. \quad Q = [m(^3\text{H}) - m(^3\text{He})]c^2 = \{m(^1\text{H}) + 2m_n - \frac{B}{c^2}(^3\text{H}) -$$

$$- (2m(^1\text{H}) + m_n - \frac{B}{c^2}(^3\text{He}))\}c^2 = 18.6 \text{ keV} =$$

$$= (m_n - m(^1\text{H}))c^2 - B(^3\text{H}) + B(^3\text{He})$$

$$B(^3\text{H}) - B(^3\text{He}) = 763.4 \text{ keV}$$

Skillnaden i B = den el. statiska repulsionen mellan de två protonerna i ^3He

$$E_C \approx \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} = 763.4 \Rightarrow R = \frac{1.44 \text{ MeV fm}}{763.4 \text{ keV}} = 1.9 \text{ fm}$$

7.

$$\frac{1}{R^2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{R^2} \quad (1) \quad R(0) = 0$$

$$\text{Begränsa minivärdet} \quad \frac{dR}{dt} \Big|_{t=t_m} = 0$$

Endast då $k > 0$ eftersom $\rho > 0$

$$\rho = \frac{a}{R^4}$$

$$R^2 \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} a - kR^2$$

$$\int_0^R \frac{R' dR'}{\sqrt{\frac{8\pi G}{3} a - kR'^2}} = \int_0^t dt'$$

$$-\frac{1}{k} \sqrt{\frac{8\pi G}{3} a - kR^2} + \frac{1}{k} \sqrt{\frac{8\pi G}{3} a} = t$$

vilket ger

$$R^2 = 2\sqrt{\frac{8\pi G}{3} a} t - kt^2$$

$$R^2 \text{ max för } t_m = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{8\pi G}{3} a}$$

$$R^2_{\text{max}} = 2\sqrt{\frac{8\pi G}{3} a} \frac{1}{k} \sqrt{\frac{8\pi G}{3} a} - k \frac{1}{k^2} \cdot \frac{8\pi G}{3} a =$$

$$= \frac{1}{k} \cdot \frac{8\pi G a}{3}$$

