

## Tentamen i FTF140 Termodynamik och statistisk fysik för F3

---

**Tid och plats:** Onsdagen den 24 aug 2011, kl 14.00-18.00 i "V"-salar.

**Hjälpmedel:** Physics Handbook, BETA, Termodynamiska tabeller (utdelade), ett A4 blad (2 sidor) med egna anteckningar, Chalmersgodkänd räknare.

**Jourhavande lärare:** Göran Wahnström, tel. 772-3634, 076-1010523

**Bedömning:** Maximal poäng är 60. Till detta adderas eventuella duggapoäng. För godkänt krävs 27 poäng (4:a minst 40 poäng, 5:a minst 54 poäng).

**Lösningar:** Anslås på kurshemsidan.

**Rättningsgranskning:** Onsdagen den 7 sep 2011, kl 12.00-13.00 i S3020, 3:e våningen i byggnad Soliden.

1. Ett hus kan värmas antingen med direktverkande el eller med en ideal värmepump. Hur stor energibesparing ger värmepumpen jämfört med den direktverkande elen (i procent) om den utomhusluft som värmepumpen arbetar mot håller temperaturen  $-10^{\circ}\text{C}$  och om man önskar hålla inomhustemperaturen  $20^{\circ}\text{C}$ ? (10p)
2. Betrakta två system, ett med den temperaturberoende värmekapaciteten  $C(T) = aT$  och ett med den temperaturoberoende värmekapaciteten  $C = 2aT_0$ , där  $a$  och  $T_0$  är två konstanter. Antag vidare begynnelsestemperaturerna  $T_0$  och  $3T_0$  för det första respektive andra systemet. Systemen bringas i termisk kontakt med varandra. Vad blir sluttemperatur samt den totala entropiändringen när termisk jämvikt har inställt sig? (10p)
3. Som motor i ett höghastighetsborr används en liten turbin, som drivs av komprimerad luft. Luften kommer in i turbinen med trycket 500 kPa och temperaturen  $30^{\circ}\text{C}$ . När luften lämnar turbinen har dess tryck sjunkit till 180 kPa. Beräkna det uträttade arbetet per mol luft! Luftens expansion får antas ske reversibelt och adiabatiskt. Bidraget från luftens strömningshastighet vid inloppet och vid utloppet får försummas. Vidare så får luften behandlas som en idealgas med konstant värmekapacitet och nödvändiga data kan tas från Physics Handbook. (10p)
4. En vattenmolekyl kan vibrera på olika sätt. För den vibrationsmod med lägst frekvens gäller att väteatomerna rör sig mot och från varandra och O-H avstånden är då väsentligen konstanta. Dessa oscillationer är till en god approximation harmoniska med frekvensen  $4.8 \cdot 10^{13}$  Hz. Bestäm sannolikheten för att en vattenmolekyl är termiskt exciterad till första vibrationsnivån a) vid rumstemperatur (300 K) b) i en ångturbin (700 K). (10p)

5. Betrakta  $N$  icke-växelverkande elektroner i en volym  $V = L^3$ . Energienivåerna ges av uttrycket

$$\epsilon = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \quad \text{där } n_x, n_y, n_z \in \{1, 2, 3, \dots\}$$

och där  $m$  är elektronens massa. Elektronen är en fermion med spinn  $1/2$ . Härled utgående från detta ett uttryck på tillståndstätheten  $f(\epsilon)$ , dvs  $f(\epsilon)d\epsilon$  är antalet tillstånd i energiintervallet  $[\epsilon, \epsilon + d\epsilon]$ . För full poäng krävs en tydlig redovisning av tankegången. Bestäm därefter ett uttryck på systemets Fermienergi  $\epsilon_F$ . Här krävs också en tydlig redovisning för full poäng. Ange också vad som menas med systemets Fermienergi. (10p)

6. Behandla din kropp som en svartkropp. Gör en uppskattning av hur mycket energi som strålar ut per tidsenhet från din kropp. Försumma effekten av dina kläder och strålning från omgivningen. Jämför energin som strålar ut under en dag med det rekommenderade energiintaget som är ca 2500 kcal/dag för en normalaktiv person. Verkar antagandet att man kan försumma effekten av kläder och strålning från omgivningen rimligt? (10p)

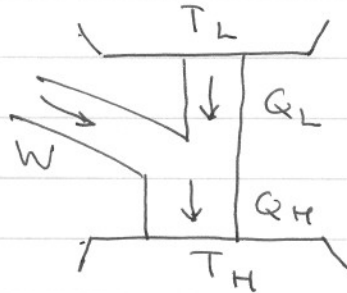
Tehta 24 aug 2011

Lösningsskiss

))

Direkt verkande el:

$$W^{el} = Q_H$$



Värmepump:

$$Q_H = Q_L + W$$

$$\frac{Q_H}{T_H} = \frac{Q_L}{T_L}$$

$$\Rightarrow W^{VP} = Q_H - Q_L = Q_H \left( 1 - \frac{T_L}{T_H} \right)$$

Energibesparing:

$$\frac{W^{el} - W^{VP}}{W^{el}} = \frac{T_L}{T_H} = \frac{263}{293} = 90\%$$

Svar: 90%

2)



1: a h-satz

$$\int_{T_0}^{T_s} aT dT + \int_{3T_0}^{T_s} 2aT_0 dT = 0$$

$$\frac{1}{2} (T_s^2 - T_0^2) + 2T_0 (T_s - 3T_0) = 0$$

$$\Rightarrow T_s = \left( \frac{+}{-} \sqrt{17} - 2 \right) T_0 = 2.12 T_0$$

2: a h-satz

$$\Delta S_{\text{tot}} = \int_{T_0}^{T_s} \frac{aT}{T} dT + \int_{3T_0}^{T_s} \frac{2aT_0}{T} dT$$

$$= aT_0 \left[ \frac{T_s}{T_0} - 1 + 2 \ln \frac{T_s}{3T_0} \right]$$

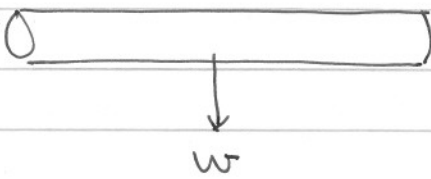
$$= aT_0 \left[ \sqrt{17} - 3 + 2 \ln \frac{\sqrt{17} - 2}{3} \right] = 0.43 aT_0$$

Summary:  $T_s = 2.12 T_0$  ;  $\Delta S_{\text{tot}} = 0.43 aT_0$

3)

$$P_i = 500 \text{ kPa}$$

$$T_i = 30^\circ \text{C}$$



$$P_e = 180 \text{ kPa}$$

$$T_e = ?$$

Luft:  $C_v = \frac{5}{2} nR$ ,  $C_p = \frac{7}{2} nR$ ,  $\gamma = 1.4$

Reversibel, adiabatische expansion

$$P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{konst} \Rightarrow T_e = T_i \left( \frac{P_e}{P_i} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

1:a h-satzen

$$H_i = W + H_e \Rightarrow W = C_p (T_i - T_e)$$

$$\frac{W}{n} = \frac{7}{2} R T_i \left( 1 - \left( \frac{P_e}{P_i} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \right) = 2.23 \text{ kJ/mol}$$

Swär: 2.23 kJ/mol

4) Harmonisk oscillator

$$\epsilon_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) h\nu \quad ; \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$Z = \sum_n e^{-\beta \epsilon_n}$$

$$P_n = \frac{1}{Z} e^{-\beta \epsilon_n} = \left( 1 - e^{-\beta h\nu} \right) e^{-n\beta h\nu}$$

a)  $\beta h\nu = 7.68 \Rightarrow P_1 = 0.05\%$

Swär

a) 0.05%

b)  $\beta h\nu = 3.29 \Rightarrow P_1 = 4\%$

b) 4%

5) Energi egenvärden

$$\epsilon = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$

$$n^2 = n_x^2 + n_y^2 + n_z^2$$

Tillståndstäthet i  $n$ -rummet

$$f_n(n)dn = \frac{1}{8} \left( \frac{4\pi}{3} (n+dn)^3 - \frac{4\pi}{3} n^3 \right) = \frac{\pi}{2} n^2 dn$$

Vi har

$$f(\epsilon)d\epsilon = 2 f_n(n)dn$$

↑  
spinn

och

$$d\epsilon = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 2n dn$$

$$\Rightarrow f(\epsilon) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \sqrt{\epsilon}$$

Antal partiklar

$$N = \int_0^{\epsilon_F} f(\epsilon) d\epsilon \Rightarrow \epsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( 3\pi^2 \frac{N}{V} \right)^{2/3}$$

6) Stefan-Boltzmann's lag

$$J = \sigma T^4 \quad ; \quad \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

Kroppstemperatur

$$T \sim 33^\circ\text{C} \sim 306 \text{ K}$$

Kropparea

$$A \sim 1-2 \text{ m}^2 \sim 1.5 \text{ m}^2$$

Utstrålad effekt

$$P = \sigma T^4 A \sim 750 \text{ W}$$

Utstrålad energi under ett dygn

$$E \sim 65 \text{ MJ}$$

jfr

$$2500 \text{ kcal/day} \sim 10 \text{ MJ/day}$$

Kläder och strålning från omgivningen behövs.