

Tentamen i FTF140 Termodynamik och statistisk fysik för F3

Tid och plats: Måndagen den 10/01 2011, kl 14.00-18.00 i "V"-salar.

Hjälpmedel: Physics Handbook, BETA, Termodynamiska tabeller (utdelade), ett A4 blad (2 sidor) med egna anteckningar, Chalmersgodkänd räknare

Jourhavande lärare: Göran Wahnström, tel. 772-3634, 076-1010523

Bedömning: Maximal poäng är 60. Till detta adderas eventuella duggapoäng. För godkänt krävs 27 poäng (4:a minst 40 poäng, 5:a minst 54 poäng).

Lösningar: Anslås på kurshemsidan.

Rättningsgranskning: Tisdagen den 25/01 kl 11:45-13.00 i S3020, 3:e våningen i byggnad Soliden.

1. För full poäng på denna uppgift krävs endast korta och koncisa svar.
 - (a) För ett isolerat system ökar entropin vid alla spontana processer. Vid jämvikt är entropin konstant och maximal. Vad gäller på motsvarande sätt för ett system med konstant volym, men i kontakt med en värmereservoar? (3p)
 - (b) För koppar gäller att fononbidraget till värmekapaciteten vid låga temperaturer är proportionell mot T^3 . Vad gäller på motsvarande sätt för bidraget från ledningselektronerna? (3p)
 - (c) Varför är ledningselektronernas bidrag till värmekapaciteten för en metall bara en bråkdel av vad man förväntar sig klassiskt? (3p)
 - (d) Om trycket ökar sjunker smälttemperaturen för is. De flesta andra ämnen uppför sig tvärtom, vid ökande tryck så ökar också smälttemperaturen. Varför avviker vatten/is från det normala uppförandet? (3p)
2. En ihålig metallsfär med inre diametern 150 mm vägs på en precisionsvåg, dels då hålrummet är evakuerat och dels då det är fyllt med en okänd gas vid trycket 875 kPa och temperaturen 25 °C. Differensen i massa uppmäts till 2,5 g. Vilken är troligen gasen? (8p)
3. Man kan få problem med temperaturlansen i sin bostad om man har tänkt sig att bosätta sig på månen. Dagstemperaturen är ca 100°C och nattetemperaturen ca -100°C. I bostaden vill man ha temperaturen 20°C. Det kan man erhålla med hjälp av en värmepump, genom att värme pumpas ut på dagen och in på natten. Värmeläckaget genom väggar och dylikt kan antas vara 0,6 kW per grad temperaturskillnad. Vilken är den minsta möjliga effekt som krävs för att driva värmepumpen på dagtid respektive nattid? (10p)

4. Kvävgas expanderar reversibelt och adiabatiskt igenom en dysa. Vid inloppet gäller att $P_i=500$ kPa, $T_i=200$ °C och $v_i=10$ m/s; för tryck, temperatur respektive hastighet. Trycket vid utloppet är 100 kPa. Bestäm hastigheten vid utloppet! Kvävgasen får behandlas som en idealgas med konstant värmekapacitet. Numeriska värden för kävgas finns i Physics Handbook. (10p)
5. Ett system har energinivåerna

$$\epsilon_n = A(1 + n^2 + n^3) ; \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

med degenerationsgraden $3n + 1$ och där A är en konstant. Bestäm värmekapacitetens temperaturberoende om $\alpha \equiv \exp(-A/k_B T) \ll 1$. Det räcker med att beräkna värmekapaciteten till lägsta ordningen i parametern α . (10p)

6. Den kosmiska bakgrundsstrålningen utgörs av elektromagnetisk strålning som uppfyller universum och har samma egenskaper som strålningen i ett hålrum, vars väggar hålls vid temperaturen 2,73 K. På grund av den låga temperaturen är strålningens intensitet mycket svag. Hur många fotoner per cm^3 innehåller den? (10p)

Till din hjälp kan du behöva följande integral

$$I_B(n) \equiv \int_0^\infty \frac{x^n}{e^x - 1} dx = \zeta(n+1)\Gamma(n+1)$$

där

$$\zeta(n) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^n}$$

och $\Gamma(n)$ är gamma funktionen. Numeriska värden på $\zeta(n)$ och $\Gamma(n)$ finns i BETA (för summan, se under "8.6 Special Sums and Series").

Teuka 10 jan 2011

Lösningsskiss

1a) Helmholtz funktion $F = U - TS$ minskar vid alla spontana processer.

Vid jämvikt gäller att F är konstant och minimal.

1b) $C_{el} \propto T$

1c) För ledningselektroner i en metall gäller att $T \ll T_F$ och enbart en bråkdel (de tvinga Fermi-ytan) av elektronerna kan bidra till värmekapaciteten.

1d) Specifika volymen för is är större än för vatten. Det gör att koexistenskurvan mellan is och vatten lutar åt "fel" håll.

2)

$$PV = nRT$$

$$V = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{d}{2}\right)^3 = \frac{\pi}{6} 0.15^3 \text{ m}^3 = 1.767 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

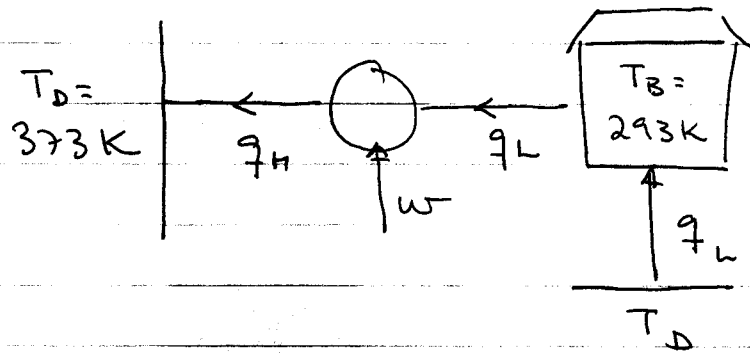
$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{875 \cdot 1.767}{8.3145 \cdot 298} \text{ mol} = 0.624 \text{ mol}$$

Molulikt

$$M = \frac{m}{n} = \frac{2.5}{0.624} \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 4.01 \text{ g/mol}$$

Inertgas He

3)

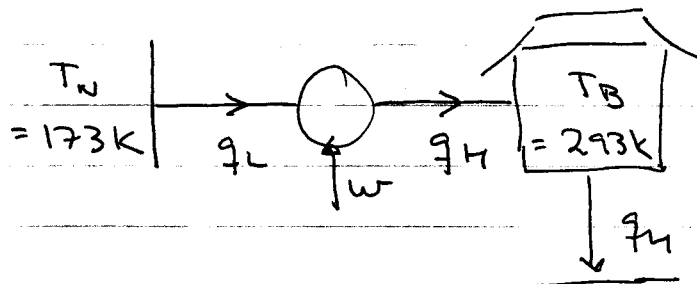
Das

$$q_H = 0.6 (T_D - T_B) \text{ kW} = 48 \text{ kW}$$

1. a) 1. h-satz: $q_H = w + q_L$

2. a) 2. h-satz (rev. proc.): $\frac{q_H}{T_D} = \frac{q_L}{T_B}$

$$\Rightarrow w_{\min} = q_H - q_L = \left(\frac{T_D}{T_B} - 1 \right) q_H = \underline{\underline{13 \text{ kW}}}$$

Nach

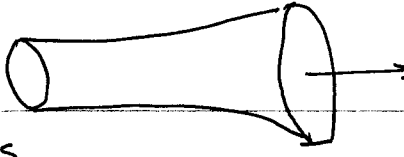
$$q_H = 0.6 (T_B - T_N) \text{ kW} = 72 \text{ kW}$$

1. a) 1. h-satz: $q_L + w = q_H$

2. a) 2. h-satz (rev. proc.): $\frac{q_L}{T_N} = \frac{q_H}{T_B}$

$$\Rightarrow w_{\min} = q_H - q_L = \left(1 - \frac{T_N}{T_B} \right) q_H = \underline{\underline{29 \text{ kW}}}$$

4) $P_i = 500 \text{ kPa}$ $P_e = 100 \text{ kPa}$
 $T_i = 473 \text{ K}$ T_e
 $v_i = 10 \text{ m/s}$ v_e



$N_2: C_p = 1.04 \cdot 10^3 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$
 $\gamma = 1.404$

Rev. adiabatische expansion

$$P^{1-\gamma} T^{\gamma} = \text{konst}$$

$$T_e = T_i \left(\frac{P_i}{P_e} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 298 \text{ K}$$

1:a h-satz

$$h + \frac{v^2}{2} = \text{konst}$$

$$c_p T_i + \frac{v_i^2}{2} = c_p T_e + \frac{v_e^2}{2}$$

$$v_e = \sqrt{v_i^2 + 2c_p(T_i - T_e)} = \underline{\underline{603 \text{ m/s}}}$$

5)

$$U = \frac{\sum_n \epsilon_n g_n e^{-\beta \epsilon_n}}{\sum_n g_n e^{-\beta \epsilon_n}}$$

$$= A \frac{\alpha + 12\alpha^3 + \dots}{\alpha + 4\alpha^3 + \dots} = A (1 + 8\alpha^2 + \dots)$$

$$C = \frac{dU}{dT} = \frac{dU}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dT} = (16A\alpha + \dots) \cdot \frac{k_B}{A} \left(\frac{A}{k_B T}\right)^2 \alpha$$

$$= 16 k_B \left(\frac{A}{k_B T}\right)^2 \alpha^2 + \dots$$

6)

Anzahl Photonen per Frequenzintervall

$$dN = \frac{8\pi V}{c^3} \frac{v^2 dv}{e^{hv/k_B T} - 1}$$

Totale Anzahl Photonen per Volumeneinheit

$$n = \frac{1}{V} \int dN = \frac{8\pi}{c^3} \int_0^{\infty} \frac{v^2 dv}{e^{hv/k_B T} - 1}$$

$$= \left(\frac{k_B T}{hc}\right)^3 8\pi \int_0^{\infty} \frac{x^2}{e^x - 1} dx$$

$$= \left(\frac{k_B T}{hc}\right)^3 16\pi \zeta(3)$$

$$= \underline{412 \text{ Photonen/cm}^3}$$