Tentamen i Optik FFY091 - måndag 21:e augusti 2023, kl. 14:00-18:00

Jourhavande lärare **Erik Strandberg, tel. 072-58 57 577, finns på plats ca kl. 15 och 17** för att svara på frågor.

Tillåtna hjälpmedel: Typgodkänd räknare, linjal, samt ett ark (två sidor) A4-papper med egenhändigt handskrivna, valfria anteckningar.

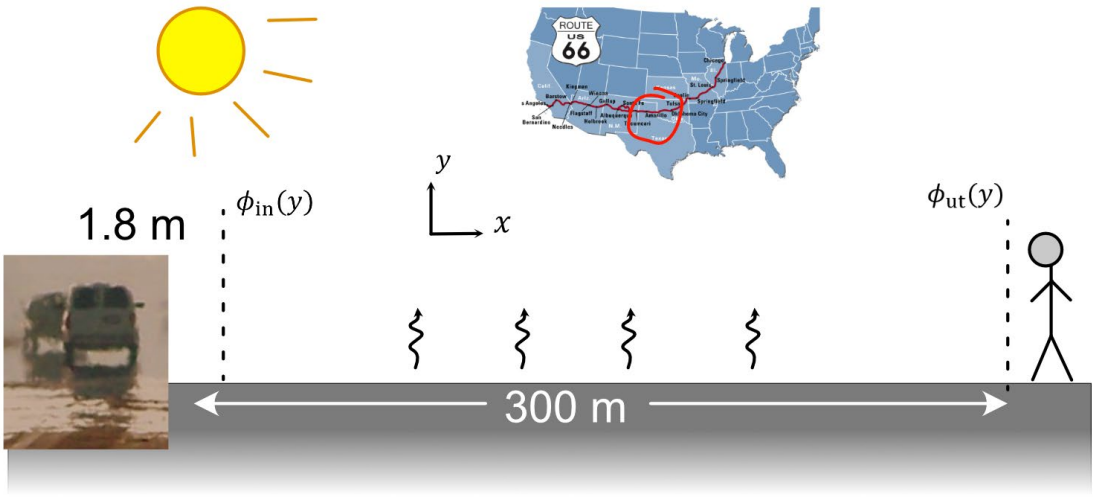
- Motivera mycket kortfattat dina steg – använd gärna enkla skisser, så behövs inte så många ord!
- Gör egna rimliga antaganden och motivera dessa där det behövs.

Max 60 poäng (exklusive bonuspoäng från HUPP:arna).
Betygskrav (inklusive bonus): betyg 3: 30 poäng, betyg 4: 40 poäng, betyg 5: 50 poäng.
På kurshemsidan publiceras lösningsförslag dagen efter tentan, d.v.s. tisdagen den 22:a augusti.

Visning/uthämtning av tenta är torsdagen den 14:e september kl. 12.00-13.00 på Åsa Haglunds kontor, rum B437 i MC2-huset.

---

1. Optiska hägringar på Route 66 (13p)



På varma sommardagar då solen ligger på kan man ibland se underliga sakes såsom oaser i öknar eller vattenpölar på asfalt. Dessa hägringar är självklart optiska fenomen som vi ska ägna denna uppgift åt.
Du befinner dig i ute på Route 66 någonstans mitt i Texas och väntar på snålskjuts. Detta är självklart rätt jobbigt då det är mycket varmt ute och solen ligger på! Plötsligt dyker det upp en bil på ca. 300 meters avstånd. När du kisar ser du att bilen har en spegelbild i asfalten!

a) Förklara fenomenologiskt hur det kommer sig att bilen får en spegelbild. Redovisa med motivering och enkla skisser. (5p)

Vid åsynen av fenomenet glömmer du helt bort att du väntade på skjuts och drar i stället upp optikböcker och miniräknare.

b) Betrakta ett E-fält från en punktkälla någonstans på bilens tak. Antag att fältet kan ses som plant och att det har vinkeln θ_{in} mot horisonten och våglängd λ_0. Ge ett uttryck för hur för hur fasen $\varphi_{\text{in}}(y)$ beror på den vertikala koordinaten y. I denna deluppgift får du anta att asfaltens effekt inte än är påtaglig nog så att $n(y)$ = 1 för alla y. (3p)

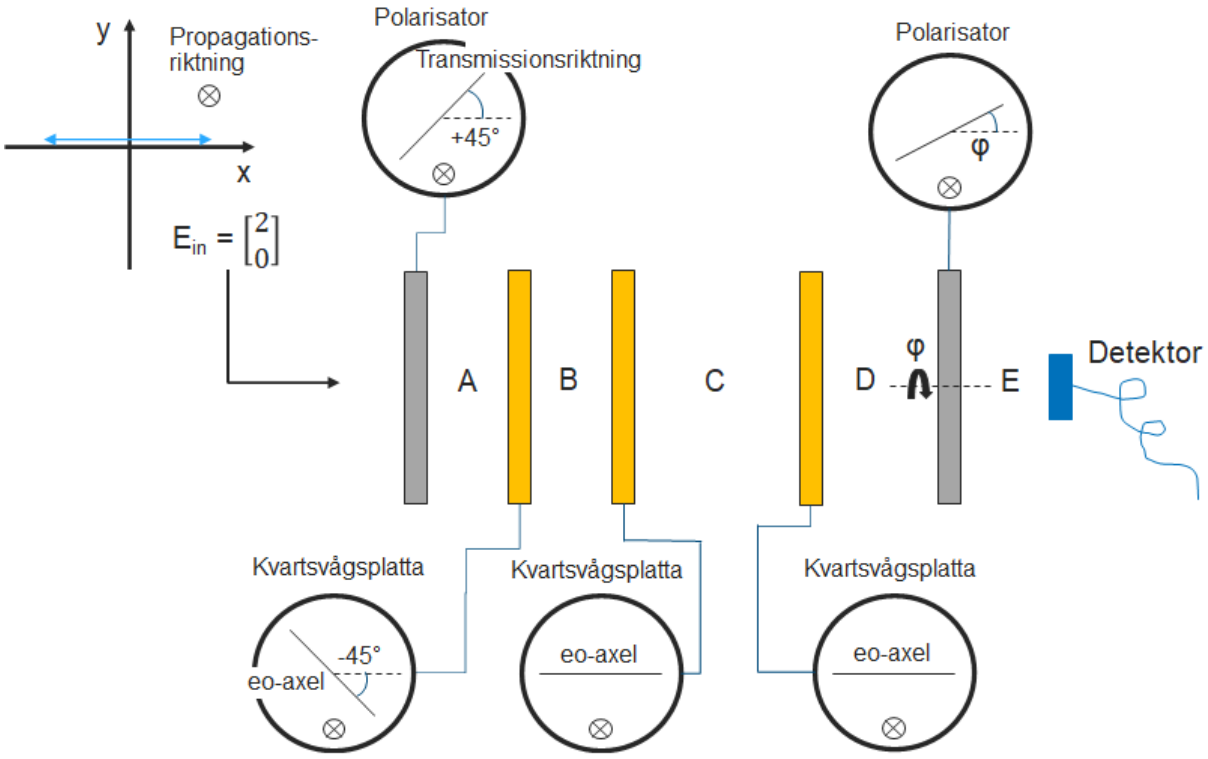
För att kunna säga något om fasen för samma fält vid ditt öga minns du från en övning att brytningsindex i luft kan uttryckas som $n = 1 + \alpha P/T$ där $\alpha = 7.8 \times 10^{-7}$ K/Pa, $P = 1.013 \times 10^5$ Pa och T är temperaturen i luften. Luften är varmast nära asfalten som idag har temperatur $T_0 = 70$ °C. Du antar vidare att lufttemperaturen kan beskrivas som $T(y) = T_0/(1 + \beta y)$[1] där $\beta = 0.1\ \text{m}^{-1}$ i ett intervall $y \in [0,2]$ m.

c) Härled nu ett uttryck för samma E-fälts fas $\varphi_{\text{ut}}(y)$ efter att det propagerat genom den heta luften från bilen hela vägen till ditt öga (300 m). Är fältet fortfarande plant givet denna modell och i så fall varför? Vad blir i så fall dess vinkel θ_{ut} mot horisonten som funktion av θ_{in}? Vilken vinkel θ_{in} har ett utfallsfält med vinkel $\theta_{\text{ut}} = 0$ mot horisonten? Var hade denna stråle slagit ner om den inte avlänkats av tack vare den heta luften? (5p)

[1]: Detta är inte en realistisk modell för hur lufttemperatur varierar nära ett varmt objekt utan är vald för att förenkla beräkningar.

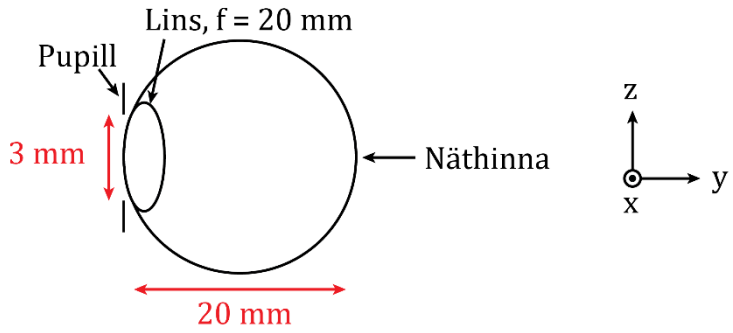
2. Polarisatorer och kvartsvågsplattor (11p)

Nedan visas en uppställning med polarisatorer och retarders (antag ideala komponenter). Den sista polarisatorn i uppställningen är vridbar runt systemets längdaxel. Ett x-polariserat E-fält är infallande på uppställningen…



a) Vilket fenomen bygger en kvartsvågsplatta på? (1p)
b) Varför heter det just ”kvartsvågsplatta”? (1p)
c) Ange polarisationstillståndet i positionerna A-E om infallande ljus har E_{in} = [2 0] enligt figur ovan. (5p)
d) Skissa grovt intensiteten som registreras av detektorn i intervallet φ=0 till 180. (2p)
e) Hur ändras intensiteten vid detektorn om en polarisator med transmissionsriktning i y-led placeras i position C i ovan uppställning? Betrakta intervallet φ=0 till 180. (2p)

3. Komplexa fält och simpla synfel: (11p)



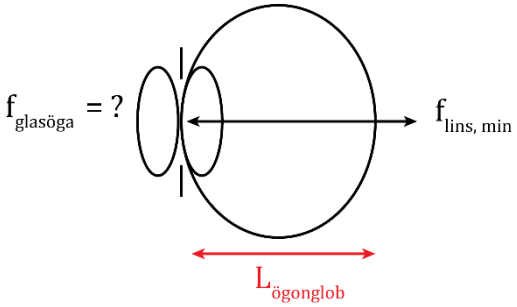
Ett öga med lins ställd att ge bästa möjliga synskärpa träffas av ett koherent fält med våglängd i det synliga spektrumet, d.v.s. ljus!, som kan beskrivas på komplex form med hjälp av uttrycket

$$E(x,y,z) = 100[e^{j(1.3\cdot 10^7 y + \omega t + \frac{\pi}{4})}\,\hat{x} + e^{j(1.3\cdot 10^7 y + \omega t)}\,\hat{z}]\ V/m$$

(enligt kursens konventioner) när det propagerar i luft.

a) Ange fältets polarisation. (1,5p)
b) Bestäm vågens propagationsriktning. (1,5p)
c) Ange vilken färg ljuset har. (2p)
d) Om detta ljus skulle propagera in i ett öga, vilken form hade intensitetsfördelningen då fått på näthinnan. (2p)
(Bedöm enbart med ett par ords motiveringen om fördelningen är konstant, Gaussisk, bildar ett Airy-mönster, eller följer någon annan funktion på näthinnan.)
e) Uppskatta storleken på ljus-blobban som kommer belysa näthinnan. (2p)

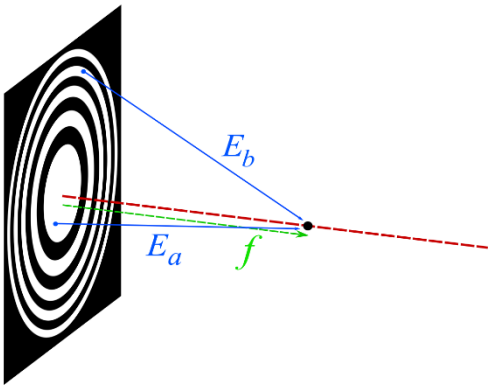
Vi kan variera fokallängden på vår lins genom att spänna musklerna kring ögat. Det vanligaste synfelet är att man har en ögonglob som är grundare än den kortaste fokallängden som man kan ”ställa in” med ögats lins.

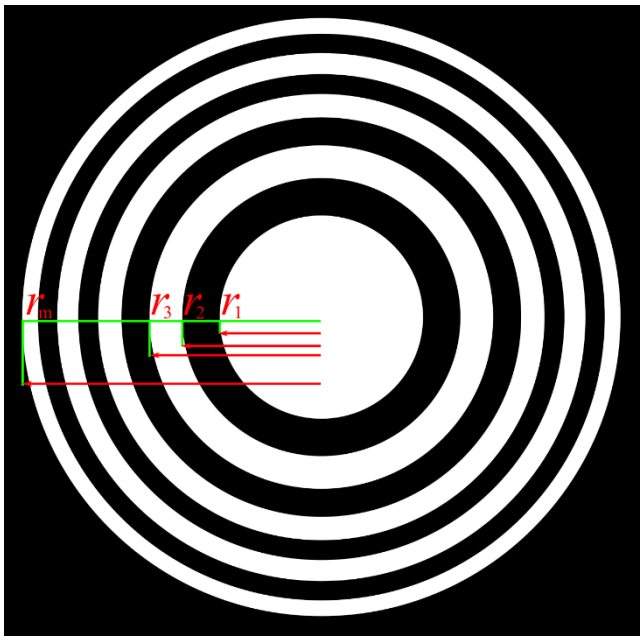


f) Betyder det att en person med detta öga är närsynt (Svårt att avbilda objekt som är långt bort skarpt på näthinnan) eller långsynt (Svårt att avbilda objekt som är nära skarpt på näthinnan)? (1p)
g) Vilken typ av lins behövs för att korrigera synfelet med ett par glasögon? (1p)

4. Fresnel zone plate (13p)

En Fresnel Zone plate är ett tunt fokuserande element, likt en lins fast som utnyttjar diffraktion i stället för refraktion. I det här fallet betraktar vi en Zone plate med ömsom transparanta (vita), ömsom absorberande (svarta) zoner.

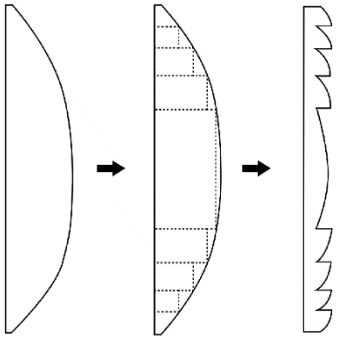




Antag att Zone-plattan belyses med en plan våg. Designvillkoret är sådant att vågorna från samtliga punktkällor i de vita områdena skall addera positivt längs med Zone-plattans optiska axel, på ett avstånd f som är fokal-längden. Alltså: $|E_a + E_b|^2 \geq |E_a|^2 + |E_b|^2$.

a) Ställ upp ett uttryck för de radiella avstånden $r_1, r_2, .., r_m$ där vitt går till svart och tvärtom. Vi betraktar en röd laser med $\lambda = 632$ nm som belyser Zone-plattan och mediet efter plattan är luft. (5p)
b) Nu vill du skapa din egen Zone-plate med $f = 1$ m för $\lambda = 632$ nm genom att printa svarta ringar på en OH-plast med en bläck-skrivare. Du kan printa perfekta cirklar men är begränsad i upplösningen på utskriften (0.08 mm är smalaste linjen du kan skapa). Hur bred kan du göra din Zone-plate innan du misslyckas med att upprätthålla designvillkoret? Uppskatta minsta spot-size i fokus när din platta belyses av den röda lasern. (3p)
c) Om du i stället belyser din Zone-plate med grön laser, var hamnar ditt fokus då? (1,5p)
d) Vad skulle ske om du inverterade din Zone plate? (vitt och svart byter plats) (1p)
e) Hur spektral bred får din laser/ljuskälla vara innan Zone plate-konceptet slutar fungera? (interferensen i fokus går förlorad) (1p)

Om vi anstränger oss lite till och kräver att punktkällornas vågor har exakt samma fas i fokus så kan vi skapa en s.k. Fresnel-lins! (En Fresnel lins syns i genomskärning längst till höger i bilden.)



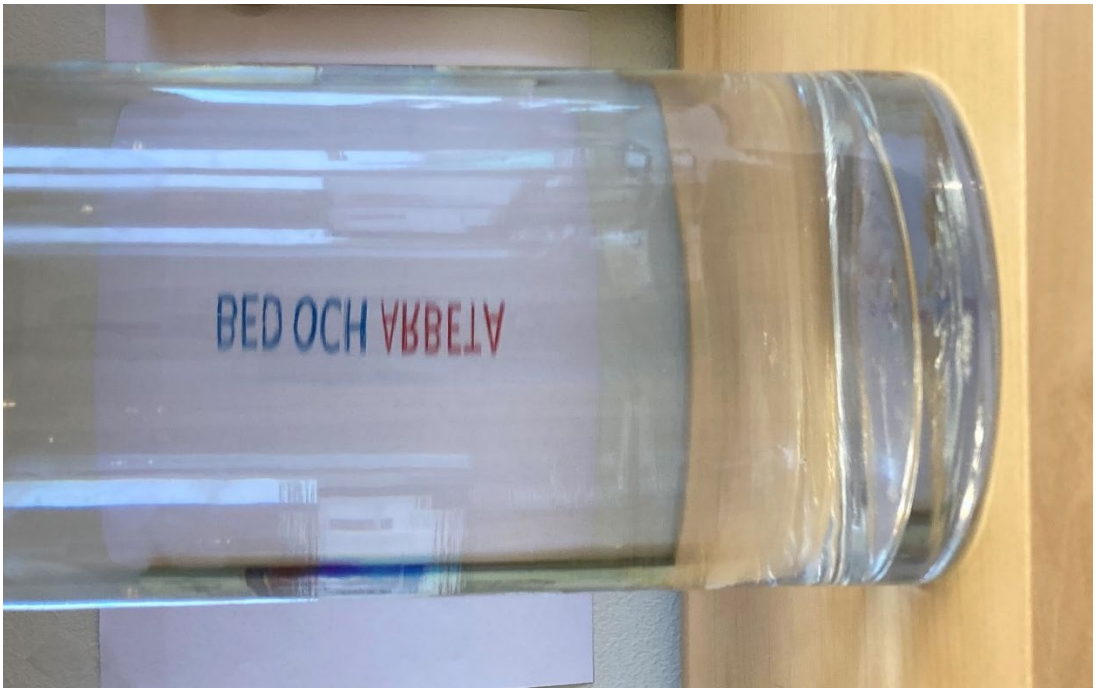
Genom att tillverka linsen i exempelvis glas behöver vi inte blockera något ljus som i den tidigare amplitudmodulerande Zone-plattan.

f) Hur tunn kan Fresnel-linsen vara för att åstadkomma dess syfte? Antag vanligt glas med brytningsindex $n_g = 1{,}5$ och samma röda laser. (1,5p)

5. Magiskt material eller inte? (12p)

För några månader sedan var ett gäng ifrån fotonik-avdelningen och lekte med fysikaliska leksaker på Fysiklek i Origohuset. Där hittade man en solid cylinder som verkade påverka blått och rött ljus olika, se figurer nedan. Vid avbildning verkar den röda texten ”ARBETA” spegelvändas av cylindern, medan den blå ”BED OCH” inte verkar göra detta.

Figur 1. Text och cylinder.



Figur 2. Text avbildas med hjälp av magisk cylinder.

a) Om cylindern är uppbyggd av ett magiskt material som har väldigt olika brytningsindex för rött och blått ljus, kan detta fenomen uppstå? För att besvara denna fråga, beräkna vad brytningsindex behöver vara för blått ljus om brytningsindex för rött ljus i materialet är 1.50. Rita också två strålbilder, en för rött ljus och en för blått, för att förklara hur det kan spegelvändas för rött men inte för blått ljus.

Tips: Anta att cylindern är av ett homogent material och att den kan approximeras med en tunn lins. En tunn positiv lins fokallängd bestäms av dess brytningsindex och krökningsradie enligt linsmakarformlen:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\frac{2}{r}$$

där f är fokallängden, n brytningsindex på linsens material och r är krökningsradien på linsen. Du kan anta att krökningsradien är 10 cm och att avståndet mellan texten och linsen är 50 cm. (7p)

b) Tror du att ett våglängdsberoende brytningsindex är en rimlig förklaring om du studerar hur brytningsindex varierar med våglängd för ett antal olika material med liknande brytningsindex för rött ljus i tabellen nedan? Motivera med två olika slutsatser dragna ifrån tabellen. (2p)

Tabell 1. Olika glastyper och dess brytningsindex för olika våglängder.

Material	Brytningsindex (blått ljus λ= 450 nm)	Brytningsindex (grönt ljus λ= 550 nm)	Brytningsindex (rött ljus λ= 650 nm)
Glastyp 1	1.522	1.519	1.514
Glastyp 2	1.529	1.525	1.520
Glastyp 3	1.514	1.510	1.506

c) Det krävs dock inte alltid magiska material för att skapa något som vi upplever som magiskt. Ge en annan förklaring till varför avbildningen ser ut som den gör som inte är relaterad till ett brytningsindex som är våglängds-beroende. Tips: fundera på hur olika bokstäver speglas kring en tänkt horisontell symmetriaxel. (1p)

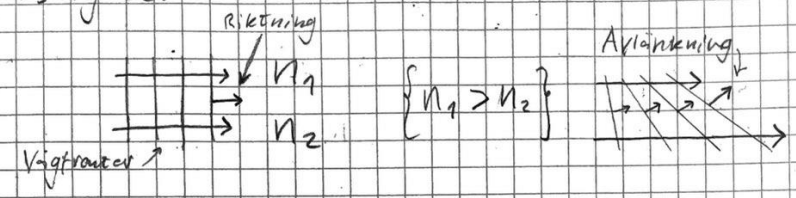
d) Om cylinderns brytningsindex skulle vara det samma som lufts brytningsindex för blått och rött ljus, hur skulle avbildningen då se ut? (2p)

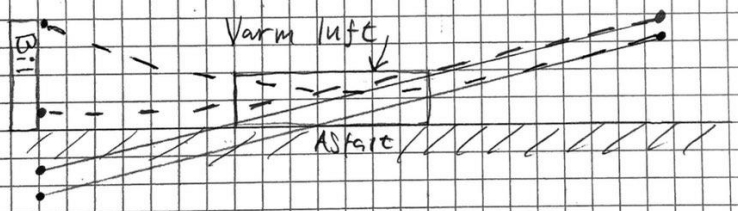
Lösningsförslag tenta i Optik FFY091 21:e augusti 2023

1. Optiska hägringar på Route 66 (13p)

Optiska hägringar på Route 66

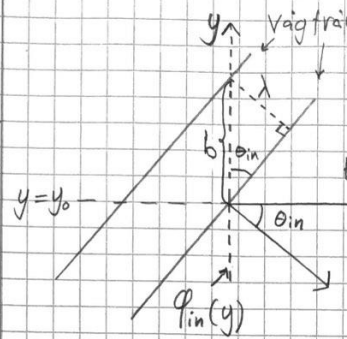
a) Fenomenet uppkommer på grund utav kraftiga temperaturgradienter i luften ovanför asfalten. Högre temp. → lägre luftdensitet → mindre optiskt tätt medium → lägre brytningsindex → högre ljushastighet.





I figuren ovan ser vi att asfalten fungerar som en spegel. Den varma luften närmast asfalten refrakterar ljuset kraftigtast. Detta öppnar upp två vägar på vilka ljuset från samma punktkälla kan nå våra ögon.

b) Plant infallsfält med vinkel θ_{in} mot horisonten



$k_0 = 2\pi/\lambda_0$ (vågtal)

$\varphi_{in}(y_0) = 0$

$\varphi_{in}(y_0 + b) = -2\pi$

$$b = \frac{\lambda_0}{\sin\theta_{in}}$$

Plant fält $\Rightarrow$ linjärt varierande fas

$$\Rightarrow \varphi_{in}(y) = -\frac{2\pi}{b}(y - y_0) = -k_0(y - y_0)\sin\theta_{in}$$

"Backar"; vågens färdriktning vid ökad y

c) Vi har att ljuset propagerar $\Delta X = 300$ m genom ett medium med

$$n(y) = 1 + \alpha\frac{P}{T(y)}$$

$$= 1 + \alpha\frac{P}{T_0}(1 + \beta y)$$

Utfasen blir således

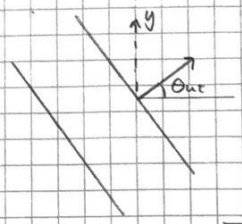
$$\varphi_{ut}(y) = \varphi_{in}(y) + \Delta X k_0 n(y)$$

← konstanter i y. Kan försummas.

$$= \left[\Delta X k_0(1 + \alpha P/T_0) + k_0 y_0 \sin\theta_{in}\right]$$

$$+ y k_0(\Delta X \alpha P\beta/T_0 - \sin\theta_{in})$$

Vi ser att enligt denna modell är fältet fortfarande plant då $\varphi_{ut}(y) = A + By$ (Alltså linjär i y).
Vinkeln θ_{ut} fås från koefficienten framför y:



$$\varphi_{ut}(y) = A + \sin\theta_{ut}\, y\, k_0$$

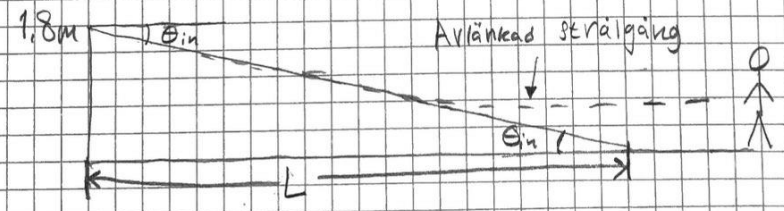
$$\Rightarrow \sin\theta_{ut} = \Delta x \alpha P\beta / T_0 - \sin\theta_{in}$$

c) Vi har att

$$\theta_{ut} = 0 \Rightarrow \sin\theta_{ut} = 0 \Rightarrow \sin\theta_{in} = \frac{\Delta x \alpha P\beta}{T_0}$$

$$\Rightarrow \theta_{in} = \arcsin\left[\frac{\Delta x \alpha P\beta}{T_0}\right]$$

$$= 0{,}39°$$



$$L = \frac{1.8\,m}{\tan(\theta_{in})} \approx 264\,m$$

2. Polarisatorer och kvartsvågsplattor (11p)

a) Principen hos kvartsvågsplattan bygger på dubbelbrytning vilket innebär att ett fält kan ”känna” olika brytningsindex beroende på fältets polarisation när det passerar genom det dubbelbrytande materialet.

b) Fält med polarisation längs med eo-axeln får en fas på $E_{eo}^{ut} = E_{eo}^{in}\exp(jk_0 n_{eo} d)$ efter passage genom plattan. För polarisationen längs med o-axeln fås $E_o^{ut} = E_o^{in}\exp(jk_0 n_o d)$. Fasskillnaden mellan e0- och o-riktningen blir då: $\Delta\phi = k_0 n_{eo} d - k_0 n_o d = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_{eo} - n_o)d$. För en kvartsvågsplatta gäller det att fasskillnaden ska vara 90 grader, dvs π/2, vilket ger tjockleken på kvartsvågsplattan som: $\Delta\phi = \frac{\pi}{2} \rightarrow d = \frac{\lambda_0}{4(n_{eo}-n_o)} = \frac{\lambda}{4}$, dvs en kvartsvåglängd (notera att $\lambda = \lambda_0/(n_{eo}\text{-}n_0)$).

c)

Pos A: Infallande fält är x-polariserat, $\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix}$. Andelen som passerar genom den första polarisatorn med vridningsvinkel 45° fås genom komposantuppdelning: andelen av det infallande fältet som överlappar med transmissionsriktningen är 2*cos(45°). Detta innebär att andelen x-polariserat ljus ut från polarisatorn är (2*cos(45°))*cos(45°) = 1, och andelen y-polariserat ljus ut är (2*cos(45°))*sin(45°) = 1. Polarisationstillståndet är alltså linjärpolariserat med vinkeln 45° mot x-axeln: , $\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$.

Pos B: Det infallande fältet på den första kvartsvågsplattan med vridningsvinkeln -45° har polarisationstillståndet $\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$, dvs i samma riktningen som o-axeln! Det innebär att inget händer med fältet så polarisationstillståndet efter kvartsvågsplattan är fortfarande, $\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$.

Pos C: Det infallande fältet på den andra kvartsvågsplattan med eo-axeln i samma riktning som x-axeln har polarisationstillståndet $\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$. Eftersom kvartsvågsplattan är orienterad längs med x-axeln slipper vi använda rotationsmatriser eftersom all fasfördröjning sker längs x-axeln. Fältet ut blir därför $\begin{bmatrix}\exp(j\pi/2)\\1\end{bmatrix}$, dvs en fasfördröjning för x-komponenten. Fältet blir cirkulärpolariserat.

Pos D: Det infallande fältet på den tredje kvartsvågsplattan med eo-axeln i samma riktning som x-axeln har polarisationstillståndet $\begin{bmatrix}\exp(j\pi/2)\\1\end{bmatrix}$. Med samma resonemang som innan, inser vi att all fasfördröjning återigen sker längs x-axeln. Fältet ut blir därför $\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}$, dvs linjärpolariserat med vinkeln 135° (=-45°).

Pos E: Det infallande fältet på den andra polarisatorn har polarisationstillståndet $\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}$. Eftersom vi har linjärpolariserat ljus in på den sista polarisatorn, kommer vi antingen ha linjärpolariserat ljus ut mot detektorn, eller inget ljus alls. Det linjärpolariserade ljusets riktning beror på vridningsvinkeln ϕ.

d) Intensiteten beräknas som vanligt $I_{detektor} = |E_x|^2 + |E_y|^2$. Infallande fält på sista polarisatorn som vrids vinkeln ϕ är $\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}$ (Pos D).

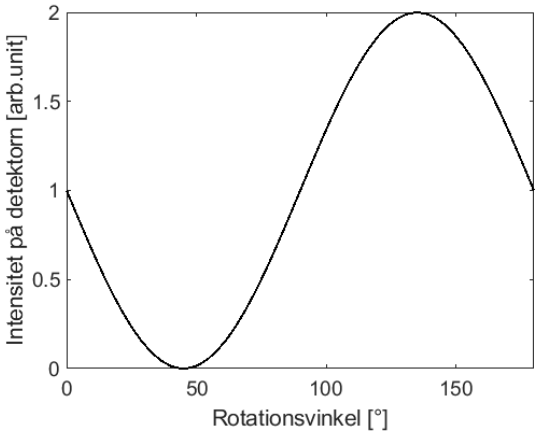
ϕ = 0 ° → Fält vid Pos E = $\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ → $I_{detektor} = 1$.

ϕ = 45 ° → Transmissionsriktningen hos den sista polarisatorn är korsad mot det infallande fältet, $\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}$, vilket betyder att inget ljus kommer igenom → $I_{detektor} = 0$.

ϕ = 90 ° → Fält vid Pos E = $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ → $I_{detektor} = 1.$

ϕ = 135 ° → Transmissionsriktningen hos den sista polarisatorn är perfekt linjerad mot det infallande fältet, $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$, vilket betyder att allt ljus kommer igenom → $I_{detektor} = 2.$

ϕ = 180 ° → samma som för ϕ = 0 ° → $I_{detektor} = 1.$



e)

- Fältet som faller in på den nyligen placerade y-polarisatorn har polarisationstillståndet $\begin{bmatrix} \exp(j\pi/2) \\ 1 \end{bmatrix}$.
- Efter y-polarisatorn har x-komponenten av fältet filtrerats bort, och kvar blir $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.
- Eftersom detta fält ligger längs med o-axeln hos den tredje kvartsvågsplattan ändras inte fältet, och vi har fortfarande $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$. Fältet som faller in på den sista, och roterbara, polarisatorn är då y-polariserat.

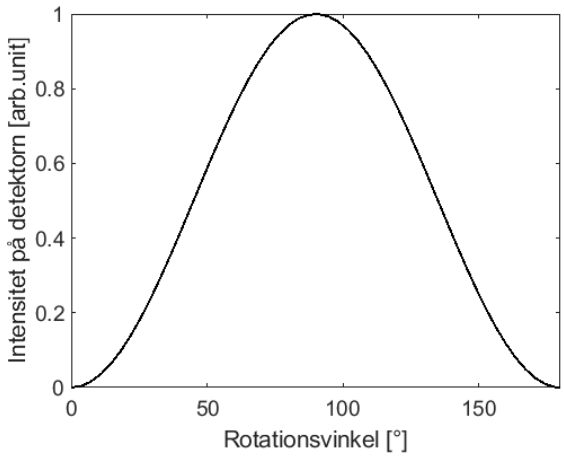
ϕ = 0 ° → y-polariserat fält infallande på x-polarisator → Fält vid Pos E = $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ → $I_{detektor} = 0.$

ϕ = 45 ° → polarisator 45° mot infallande fält → Andel fält i polarisatorns transmissionsriktning = 1*cos(45°) → $I_{detektor} = 1/2.$

ϕ = 90 ° → y-polariserat fält infallande på y-polarisator →Fält vid Pos E = $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ → $I_{detektor} = 1.$

ϕ = 135 ° → polarisator 135° mot infallande fält → Andel fält i polarisatorns transmissionsriktning = 1*cos(135°-90°) = 1*cos(45°) → $I_{detektor} = 1/2.$

ϕ = 180 ° → samma som för ϕ = 0 ° → $I_{detektor} = 0.$



3. Komplexa fält och simpla synfel (10p)

$$E(x,y,z) = 100[e^{j\left(1.3\cdot 10^7 y + \omega t + \frac{\pi}{4}\right)}\,\hat{x} + e^{j(1.3\cdot 10^7 y + \omega t)}\,\hat{z}]\ V/m$$

Vi identifierar amplituderna och fasförskjutningen för fältet som

$$A_x = 100\,V/m, \qquad A_z = 100\,V/m, \qquad \epsilon = \frac{\pi}{4}\ rad$$

samt komponenterna av vågvektorn

$$k_x = 0, \qquad k_y = 1.3\cdot 10^7\ 1/m, \qquad k_z = 0$$

(a) Fältet är en planvåg som propagerar längst y-axeln. Fält-komponenterna har lika stor amplitud med en fasförskjutning $\frac{\pi}{4}$ mellan varandra. Detta betyder alltså att fältet har en elliptisk polarisation.

(b) Som tidigare nämnt, så propagerar planvågen längst y-axeln. Men notera tecknen hos fasfaktorerna, eftersom vi har samma tecken för både rums- och tids-termerna så betyder det att vågen utbreder sig i -y riktning, d.v.s. åt vänster i bilden.

(c) Storleken på vågvektorn hos vårt fält är

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = k_y = 1.3\cdot 10^7$$

$$\rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = 483.3\,nm \approx 480\,nm.$$

Vilket betyder att vårt fält kommer uppfattas som blått.

(d) Efter pupillen i ögat så är fältet kollimerat med konstant intensitet över ett cirkulärt tvärsnitt. Som vid simulerade i HUPP 1 så kommer detta att ge upphov till ett Airy-mönster i fokus, det vill säga på näthinnan.

(e) För att uppskatta storleken på blobban som kommer belysa näthinnan kan vi alltså ta minsta spotisizen hos Airy-mönstret, D_{spot}, som kan beräknas med hjälp av den exakta tumregeln

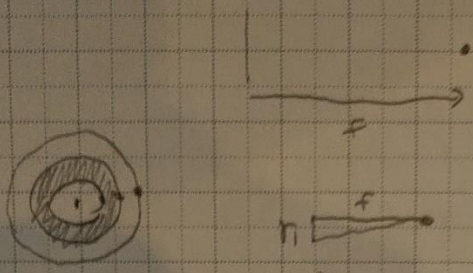
$$D_{spot} = 2.44\frac{\lambda}{D_{pupill}}f = 7.86\,\mu m$$

(f) Personen är långsynt. Det kommer vara svårare att få till en skarp bild från ett objekt som är nära ögat.

(g) En konvex lins. En konvex lins tillsammans med ögats lins kommer att ha en kortare fokallängd än med enbart ögats lins, vilket kompenserar för den grundare ögongloben.

4. Fresnel zone plate (13p)

a)



$$\varphi_0 = \frac{2\pi f n}{\lambda} \qquad \varphi_1 = \frac{2\pi n}{\lambda}\sqrt{r_1^2+f^2}$$

$$\varphi_1 - \varphi_0 \le \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi n}{\lambda}\left[\sqrt{r_1^2+f^2} - f\right] \le \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{r_1^2+f^2} - f \le \frac{\lambda}{4n}$$

$$r_1^2 \le \left(\frac{\lambda}{4n} + f\right)^2 - f^2$$

$$r_1 \le \sqrt{\frac{\lambda^2}{16n^2} + \frac{\lambda f}{2n}}$$

$$\frac{\pi}{2} + m\cdot\pi$$

$$\varphi_m = \frac{2\pi n}{\lambda}\sqrt{r_m^2+f^2}$$

$$\varphi_m - \varphi_0 - m\cdot\pi \le \frac{\pi}{2}\,0$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi n}{\lambda}\left[\sqrt{r_m^2+f^2} - f\right] \le \frac{\pi}{2} + m\cdot\pi$$

not! Should be here

$$\Rightarrow \sqrt{r_m^2+f^2} - f \le \left(\frac{\lambda}{4n}\right) + \frac{m\lambda}{2n} = \frac{\lambda}{2n}\left(\frac{1}{2}+m\right) = \frac{\lambda m}{2n}$$

$$r_m \le \sqrt{\left(\frac{\lambda m}{2n}\right)^2 + \frac{\lambda m f}{n}}$$

f large $\Rightarrow r_m \approx \sqrt{\frac{\lambda m f}{n}}$

□

b) $\Delta r_m = r_m - r_{m-1} \approx \sqrt{\frac{\lambda m f}{n}} - \sqrt{\frac{\lambda(m-1)f}{n}} = T$

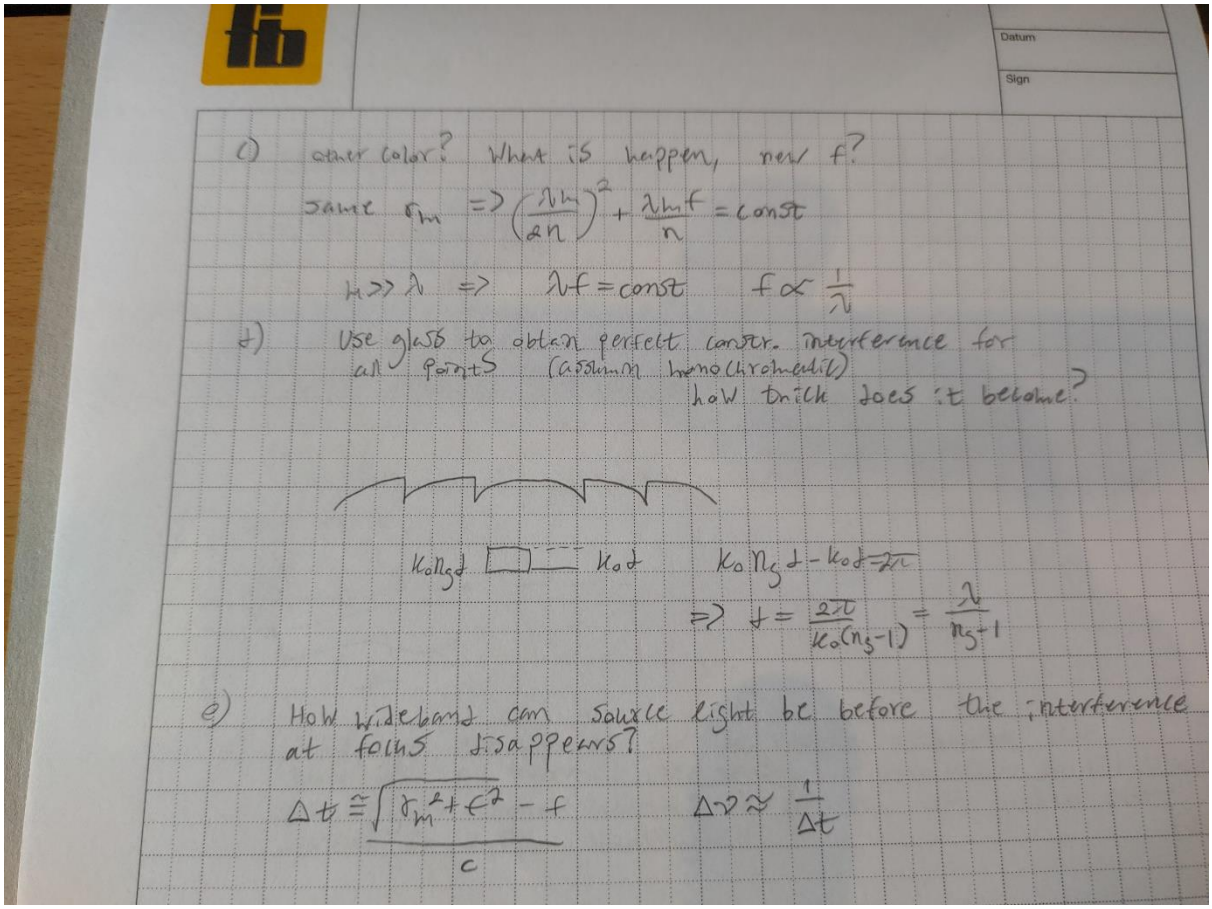
$$T^2 = \frac{\lambda f}{n}\left(m + m - 1 - 2\sqrt{m}\sqrt{m-1}\right)$$

$$\frac{T}{\sqrt{\frac{\lambda m}{n}}} = a$$

$$m = \frac{(a^2+1)^2}{4a^2}$$

Approximate m numerically as alternative (rough it is an integer)

$\Rightarrow D = 2r_m$ $\quad D_{\text{feat}} \approx \frac{\lambda f}{D}$



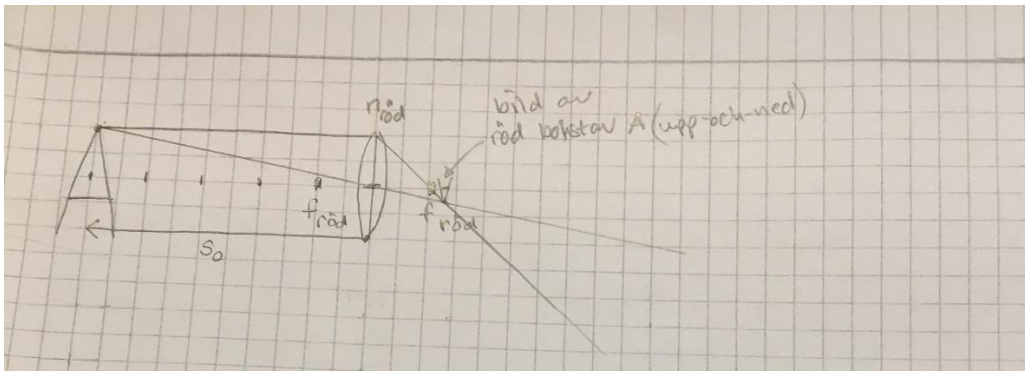
5. Magiskt material eller inte? (12p)

a)

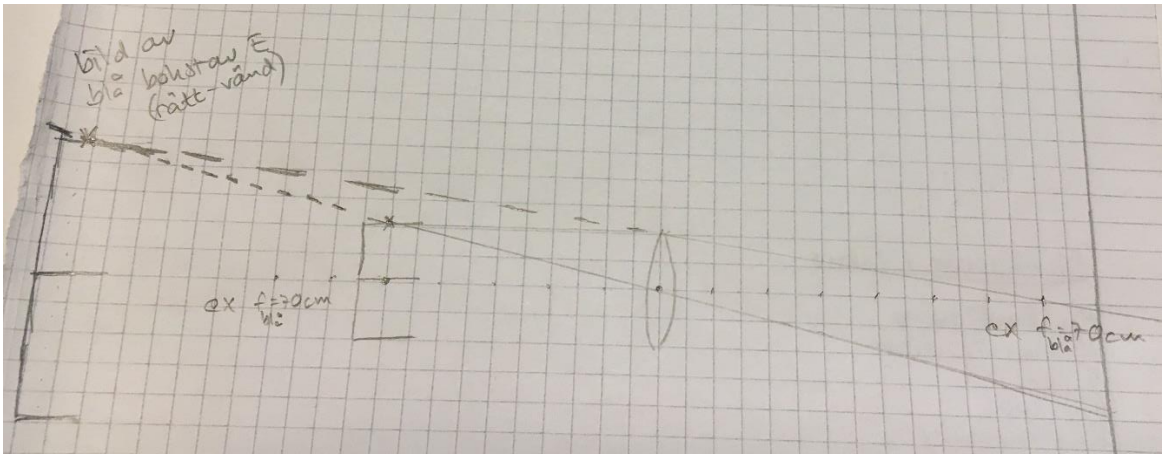
$$\frac{1}{f} = (n-1)\frac{2}{r}$$

Om n=1.5 och r= 10 cm → f = 10 cm.

Stråldiagram för röd bokstav, ger en upp-och-ner-vänd bokstav då $s_0 > f_{röd}$:



För att den blå bokstaven ska bli rättvänd så krävs att $f_{blå} > s_0$ d.v.s. 50 cm. Här ritas ett Stråldiagrams-exempel för $f_{blå}$ = 70 cm.



Linsmakarformeln ger att

$$n = \frac{r}{2f} + 1 = [anta\ gränsfallet\ \mathrm{f}_{blå}\ =\ 50\ \mathrm{cm}] = \frac{10cm}{2 \cdot 50cm} + 1 = 1.1$$

Svaret blir ja, röda bokstäver kan spegelvändas medan blå inte gör det om brytningsindex för blått ljus är lägre än 1.1 medan det för rött ljus är 1.5.

b) Enligt tabellen så varierar brytningsindex mycket litet ifrån blått till rött ljus, mycket mindre än vad som ska krävas enligt uträkningen. Dessutom så ökar brytningsindex när våglängden blir kortare, fast enligt uträkningen så behöver vi ett material som istället har ett brytningsindex som minskar för kortare våglängder. Summa summarum, det verkar inte vara en rimlig förklaring att fenomenet beror på ett våglängdsberoende brytningsindex.

c) Alla bokstäver (både röda och blåa) har egentligen speglats kring en horisontell symmetriaxel vid avbildningen, men eftersom bokstäverna som ingår i ”BED OCH” är spegel-symmetriska så ser vi inte att de speglats. Det är alltså inget magiskt material i cylindern utan vanligt glas.

d) Om brytningsindex är det samma i luft och i cylindern så uppstår ingen ”brytning” av ljuset, d.v.s. ingen avbildning skapas m.h.a. cylindern. Cylindern kommer alltså att upplevas som osynlig och vad vi ser är det samma som vi ser genom att titta direkt på pappret med texten (d.v.s. all text kommer att se rättvänd ut).