

# Tentamen i Optik FFY091 - onsdag 10 juni 2020, kl. 14:00-19:00

Alla hjälpmedel är tillåtna. Se instruktioner på kurshemsidan. Examinator och jourhavande lärare Jörgen Bengtsson nås på tel. 031-772 1591 eller e-post [jorgen.bengtsson@chalmers.se](mailto:jorgen.bengtsson@chalmers.se). På kurshemsidan publiceras lösningsförslag efter tentan.



## Dubbelt Norge!

För att kompensera för utebliven uppgift förra tentan kommer nu hela 2 uppgifter med norskt tema!

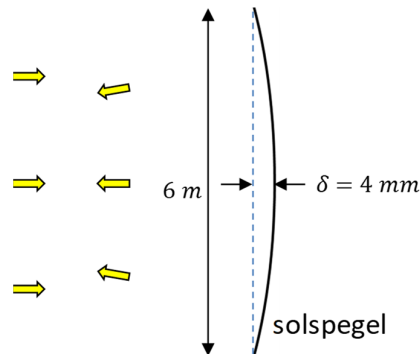


Norge #1

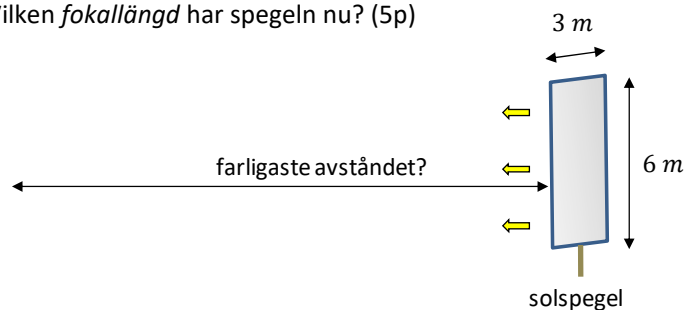
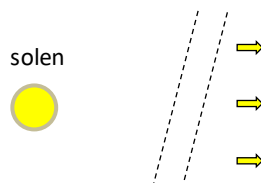
### 1. Farlig spegel i Rjukan?

Byn Rjukan i Norge ligger i en dal dit solens strålar aldrig når ner under vintern. För att få solljus har man därför satt upp tre stora, plana, rörliga speglar på berget ovanför byn.

Varje spegel har måtten  $6\text{ m} \times 3\text{ m}$ . Spegelns yta kan antas vara perfekt reflekterande. Spegelytan ska vara plan, men eftersom spegeln utsätts för vindar tillåter man i specifikationen av spegelns egenskaper att spegeln tillfälligt deformeras upp till maximalt  $\delta = 4\text{ mm}$ .



(a) Antag att deformationen ger upphov till en konkav ("fokuserande"), perfekt sfärisk yta med djupet  $\delta = 4\text{ mm}$  enligt figuren ovan. Vilken *fokallängd* har spegeln nu? (5p)



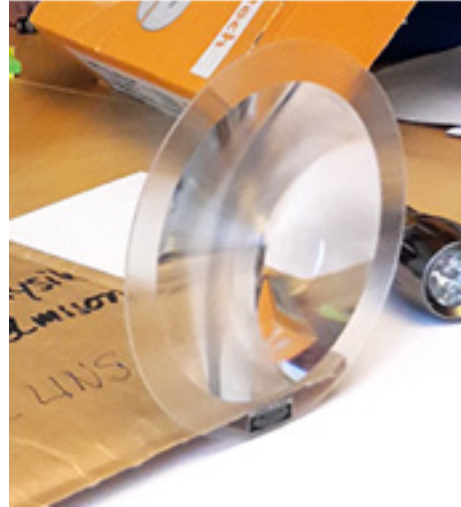
(b) Antag att solen lyser på den konkava spegeln som beskrivs i (a). Bedöm ungefär vilket avstånd från spegeln som är "farligast", alltså var intensiteten i det reflekterade solljuset är som störst! (3p)

(c) Bliir intensiteten hos det reflekterade solljuset så hög på det "farligaste" avståndet från spegeln att det faktiskt kan betraktas som farligt? (3p)

## 2. Vad är sambandet mellan (i) och (ii)?

Flera svar är möjliga. Svara kortfattat med en till två meningar (*ett enda ord* räcker i (a)).

(a) Vad är sambandet mellan ...



(i) ... denna typ av lins, som bara är någon millimeter tjock trots att den är så stark (kort fokallängd) ...

(ii) ...och en metod att beräkna ljuspropagation som bygger på att man var som helst kan sätta in ett plan med icke-fysiska punktkällor som drivs av det infallande fältet? (1p)

**Ledning:** Svara endast med namnet på en person!

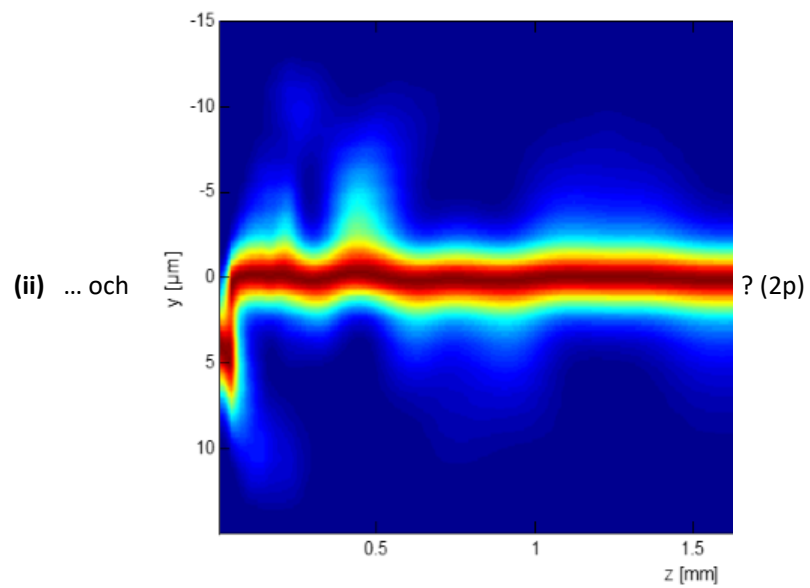
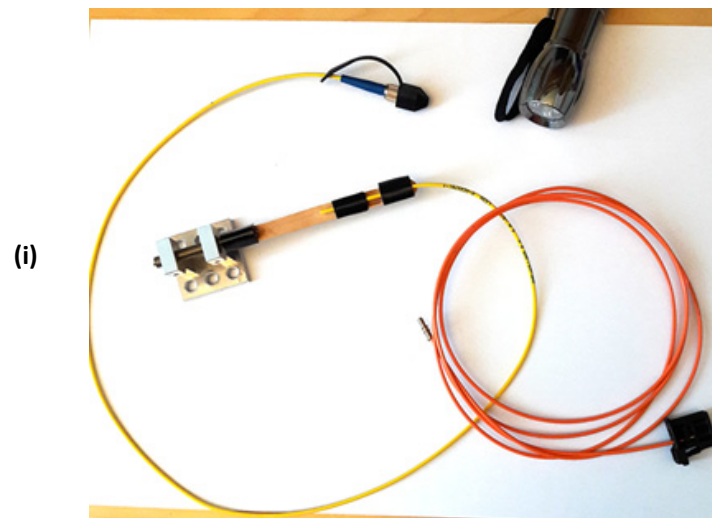
(b) Vad är sambandet mellan ...

(i) ... detta experiment med två laserstrålar...



(ii) ... och ett ofta använt mått på en kikares prestanda? (2p)

(c) Vad är sambandet mellan ...



**Ledning:** Ledning!

### 3. Borde stearinljus förbjudas?

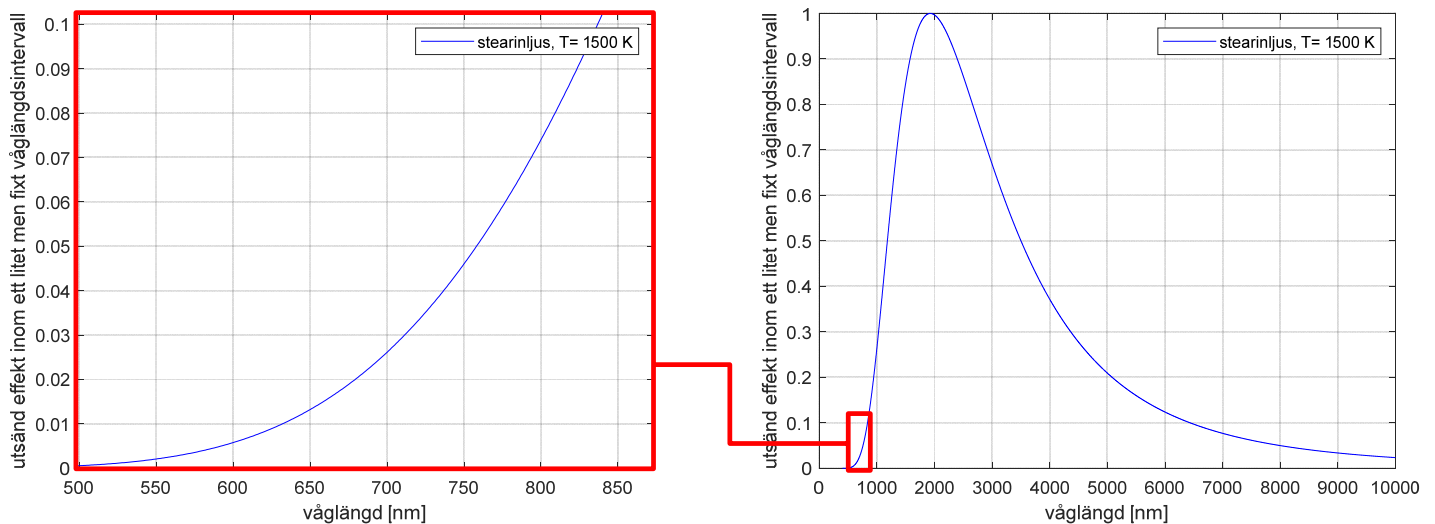


(a) Ett stearinljus har följande data.

- Vikt: 100 gram
- Brinntid: 10 timmar
- Total energiutveckling (ljus+värme) vid förbränning av 1 gram stearin: 46 kJ

Vilken total effektutveckling (ljus+värme) har ljuset, uttryckt i [W]? (2p)

(b) Uppskatta grovt verkningsgraden  $\eta_{synl}$  (andel av den totalt utsända effekten som ligger i synliga området) för stearinljuset, om vi antar att lågan har en temperatur på ungefär 1500 K! I så fall bör den utsända effekten som funktion av våglängden se ut ungefär som i grafen nedan, som visar just denna relation för en svartkropsstrålare med temperaturen 1500K. Vänstra grafen är en inzoomning av den högra. *Borde stearinljus förbjudas?* (6p)



**Ledning:** Utsänd effekt i ett våglängdsintervall fås som "arean under kurvan" i detta intervall.

(c) Så med din uppskattning av  $\eta_{synl}$ , vilken effekt har det *synliga ljuset* som sänds ut från stearinljuset? (1p)

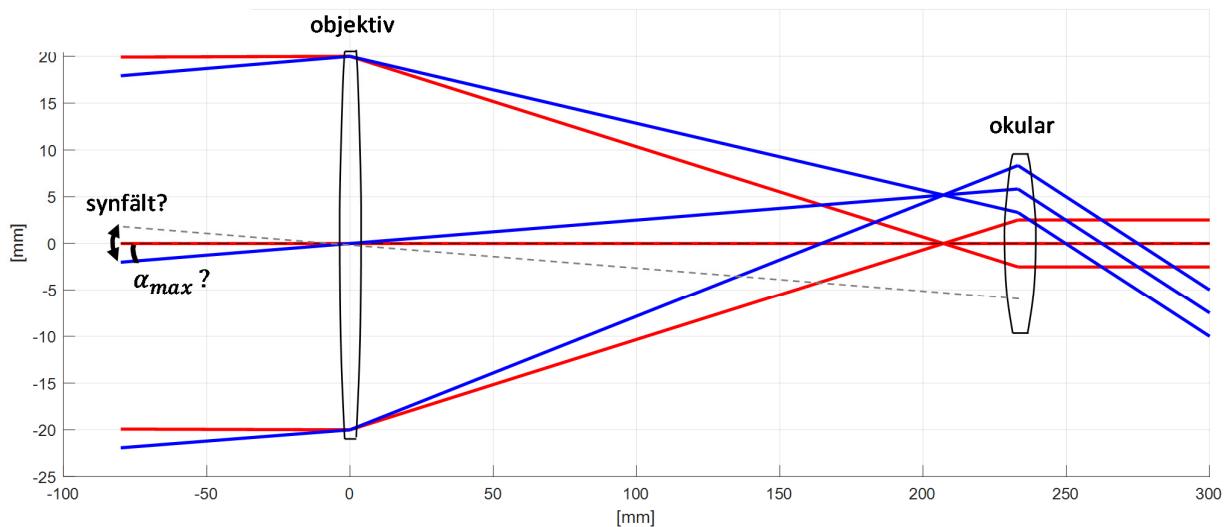
(d) På vilket avstånd från stearinljuset är intensiteten hos det synliga ljuset lika stor som intensiteten hos månsken vid fullmåne? (3p)

**Två minnesregler:** Solsken har en intensitet på cirka  $1000 \text{ W}/\text{m}^2$ . Månsken (fullmåne) har en intensitet som är cirka en halv miljon gånger svagare än solskenet.

## 4. Synfält i Clas-Ohlson-kikaren

En strålgångsanalys för ljuset från två avlägsna punktkällor (en "röd" och en "blå") genom en kikare visas i skissen nedan. Även linserna är utritade med sina korrekta diametrar.

### clas ohlson - åtminstone bättre än JULA



Från skissen ska du nu uppskatta kikarens *synfält*. Med andra ord, ska du bestämma hur snett det "blå" ljuset kan infalla mot objektivet och ändå komma ut genom okularet.

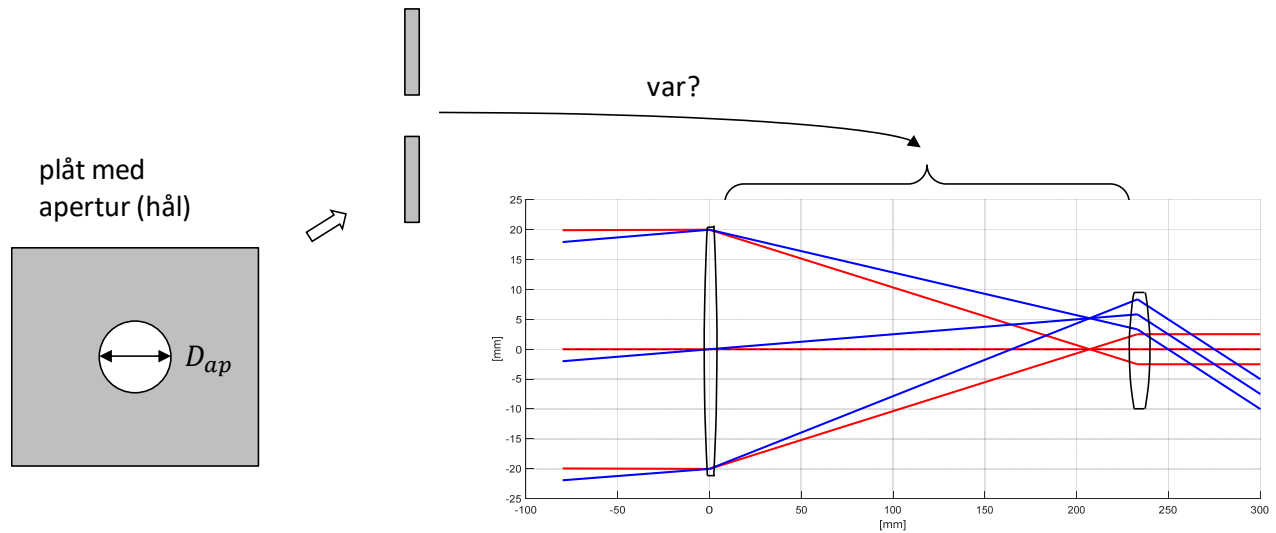
**(a)** Vad är det i denna kikares konstruktion som begränsar synfältet? (2p)

**(b)** Är synfältet distinkt? Alltså, kommer ljus upp till en viss infallsvinkel helt och hållet ut genom okularet, medan ljus som har en större infallsvinkel inte alls kommer ut? (2p)

**(c)** Uppskatta kikarens synfält! Ange synfältet som  $2 \cdot \alpha_{max}$  där  $\alpha_{max}$  är den största infallsvinkel vid objektivet för vilken "hyfsat mycket" av ljuset kommer ut från okularet. (3p)

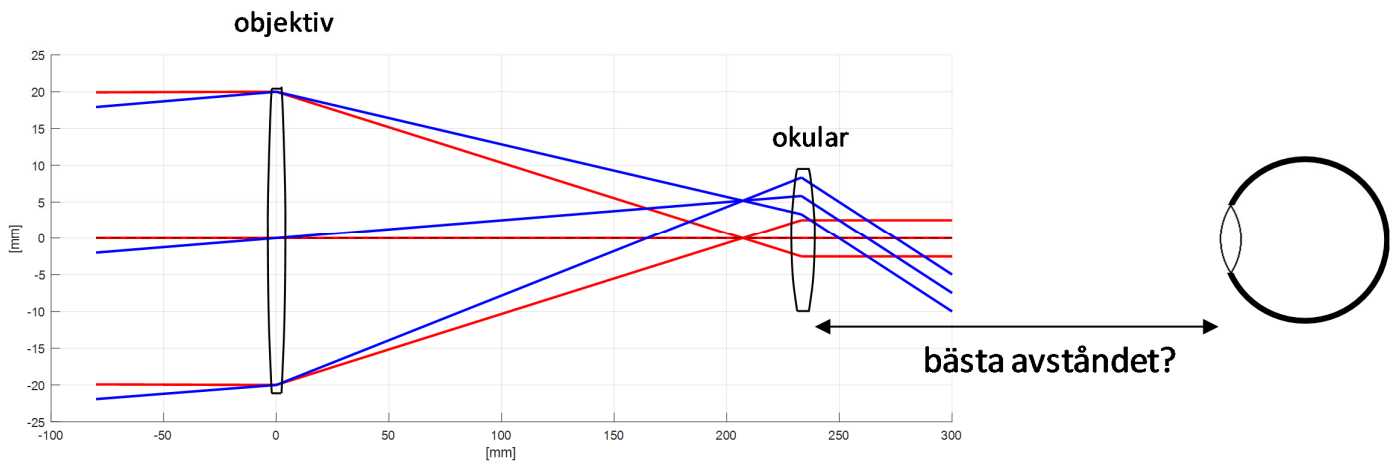
**Ledning:** Välj själv en lämplig, gärna lätt-att-räkna-med, definition av "hyfsat mycket"!

(forts på nästa sida)



(d) För att göra synfältet distinkt enligt definitionen i (b) tänker man sätta in en apertur enligt skissen ovan. Var inuti kikaren ska aperturen sättas? (2p)

(e) Hur stor diameter,  $D_{ap}$ , ska hålet i aperturen ha om man vill ha ett synfält på 0.05 radianer (så att t.ex. ett 5 meter stort föremål på ett avstånd av 100 meter precis ska rymmas i synfältet)? (3p)



(f) Att det snett infallande ljuset kommer ut genom okularet är dock ingen absolut garanti för att det också går igenom ögonlinsen hos observatören (och därmed att hen uppfattar hela synfältet). Kolla på figuren ovan och bedöm vilket avstånd observatören bör ha mellan okularet och sitt öga för att hen, utan att flytta ögat, ska kunna uppfatta ljus med alla infallsriktningar som ligger inom kikarens synfält? (2p)

Norge #2

## 5. Jahn Teigen (1949-2020)

Jahn Teigen är Norges Mr. Melodifestival. Han deltog i den norska uttagningen 14 (!) gånger varav han gick till internationella finalen vid tre tillfällen. I Sverige blev han – något orättvist – mest känd för att han vid ett av de tre tillfällena fick noll poäng totalt, med bidraget "Mil etter mil".



I denna uppgift ska vi betrakta *ljudvågorna* som Jahn sänder ut när han sjunger. *Ljudvågor beter sig på precis samma sätt som ljusvågor*, fast naturligtvis har de en annan (mycket lägre) frekvens och en annan (mycket lägre) utbredningshastighet än ljus.

Antag att Jahn sjunger en ton (ettstrukna c) med frekvensen  $262 \pm 10 \text{ Hz}$ . Som indikerats av " $\pm$ " innehåller den mänskliga rösten flera närliggande frekvenser – den har en viss bandbredd – även om man håller "samma ton".

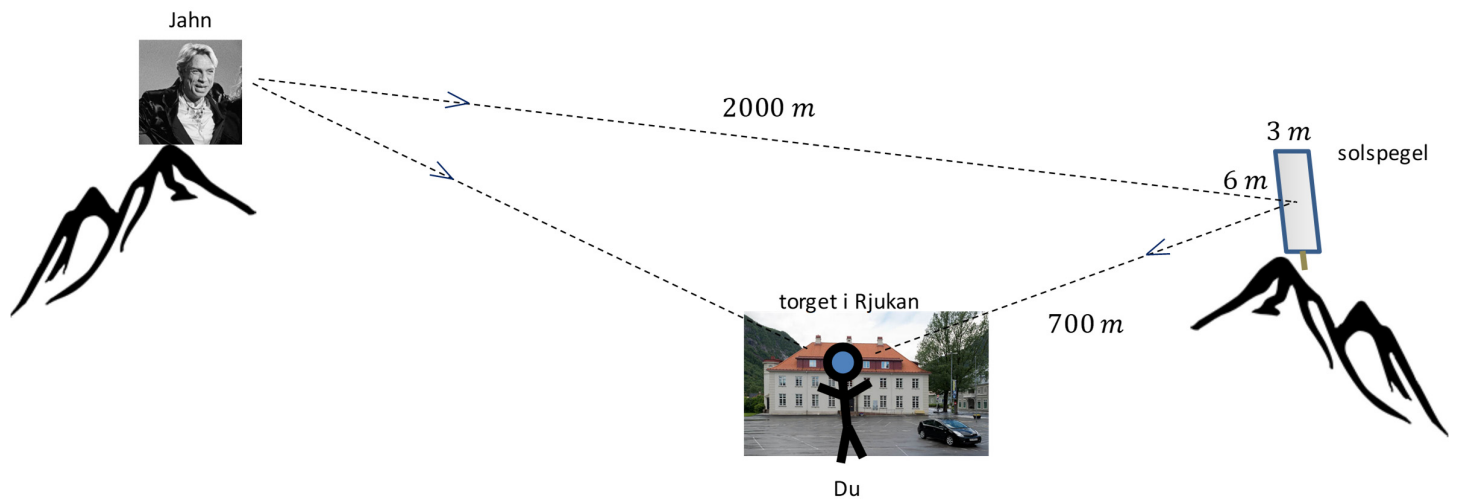
(a) Vad är den ungefärliga våglängden på ljudvågen? (2p)

(b) Hur lång är ljudvågens *temporal* koherenslängd? (2p)

(c) Är ljudvågen som Jahn alstrar *spatiellt* koherent? (2p)

**Ledning:** Tycker ljudvågen att Jahns mun är stor eller liten (nästan som en punkt...)?

(forts på nästa sida)



**(d)** Antag att Jahn står på andra sidan Rjukandalen sett från solspeglarna. Han sjunger sitt ettstrukna c. Du står vid Rjukans torg och försöker höra Jahns kraftfulla stämma från den ljudvåg som färdas direkt från Jahn till dig. Skulle det hjälpa nämnvärt om en solspegel (som vi antar är plan och reflekterar 100% av ljudvågen) vreds optimalt, så att den ljudvåg som kommer till spegeln från Jahn reflekteras mot dig? (6p)

**Ledning:** Ljudvågen från Jahn in på spegeln är i stort sett en plan våg över spegelns area, så även vågen ut från spegeln har plana vågfronter (som en kollimerad laserstråle, fast med ljud). Vad händer med en sådan "stråle" när den propagerar?



## 6. Är fotonen fortfarande både oändligt stor och oändligt liten?



När vi i kursen (motvilligt) tar upp det här med *fotoner* så ställer vi oss den rimliga frågan: Hur stor är denna ljuspartikel? Svaret hittar vi på Wikipedia, men tyvärr får vi motstridiga besked, åtminstone från det som stod att läsa för några år sedan. Då stod det i den svenskspråkiga beskrivningen bland annat

Wiki, svenska: "... fotonen fyller ut hela det rum den kan finnas i..."

medan den engelskspråkiga versionen kontrade med

Wiki, engelska: "... the photon does not spread out as it propagates, and does not divide when it encounters a beam splitter. Rather, it seems to be a point-like particle."

Men detta var alltså taget från Wikipedia för några år sedan. Vad säger den svensk- respektive engelskspråkiga Wikipedia-artikeln i dag om fotonen när det gäller dess utbredning i rummet, alltså dess "storlek"? *Citera några ord från respektive artikel* där detta beskrivs som bäst, i ditt tycke, ungefär som citaten ovan. Har det blivit bättre överensstämmelse mellan den svenska och engelska beskrivningen tycker du? (6p)

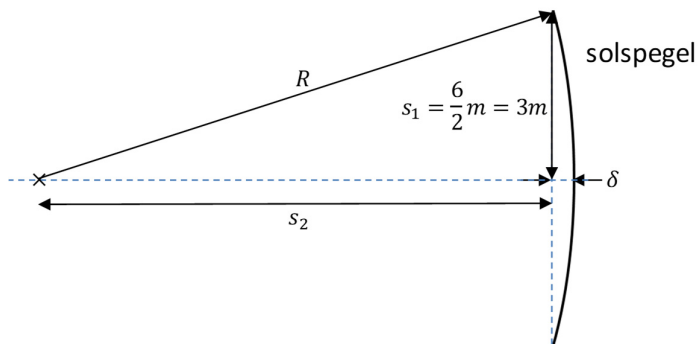
**PS:** Jag har inte själv kollat på Wikipedia nyligen. Om det mot förmodan skulle vara så att beskrivningarna inte har uppdaterats sedan jag hämtade citaten ovan så får du helt enkelt konstatera att inget nytt har hänt i den infekterade frågan om fotonens storlek. Även detta scenario ger förstås full poäng.

Tentamen i Optik FFY091

onsdag 10 juni 2020, kl. 14:00-19:00

1. Farlig spegel i Rjukan?

(a) Vi börjar lämpligen med att bestämma *krökningsradien*  $R$  på den konkava ytan, med geometri:



$$R = s_2 + \delta \Rightarrow R^2 = (s_2 + \delta)^2 = s_2^2 + \delta^2 + 2s_2 \cdot \delta$$

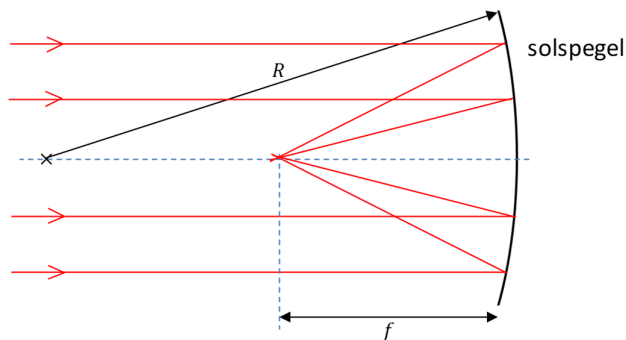
Pythagoras ger vidare

$$R^2 = s_2^2 + s_1^2$$

Sätter vi dessa två uttryck för  $R^2$  lika fås

$$s_2^2 + \delta^2 + 2s_2 \cdot \delta = s_2^2 + s_1^2 \Rightarrow s_2 = \frac{s_1^2 - \delta^2}{2\delta} = \frac{(3m)^2 - (4\text{ mm})^2}{2 \cdot 4\text{ mm}} \approx 1100\text{ m}$$

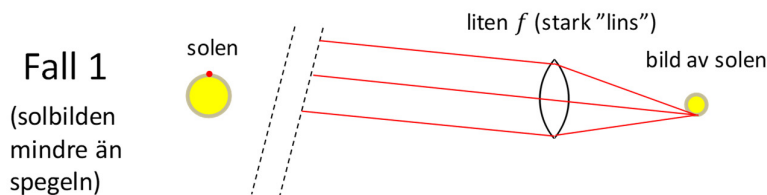
vilket också blir värdet på  $R = s_2 + \delta \approx s_2 = 1100\text{ m}$



Fokallängden  $f$  för en buktig spegel är halva krökningsradien hos den speglade ytan, så

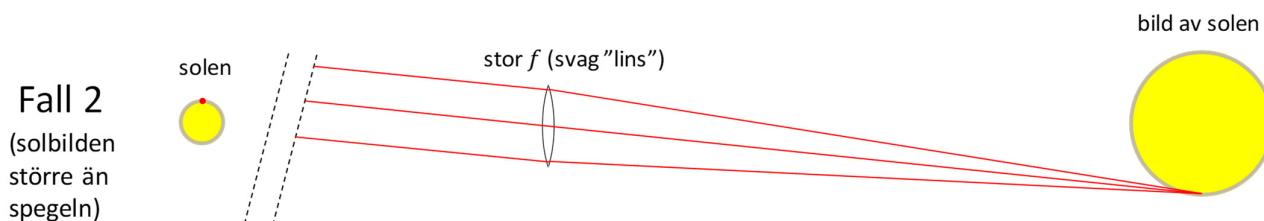
$$f = \frac{R}{2} = \frac{1100\text{ m}}{2} = 550\text{ m}$$

(b) Den buktiga spegeln åstadkommer en avbildning av solen. Om spegeln är hyfsat starkt fokuserande – vilket är fallet om man använder ett ”brännglas” – är det i avbildningen som den högsta intensiteten erhålls, som vi strax kommer att förklara. Detta fall (”Fall 1”) visas i nedanstående figur, där vi vikt ut strålgången från den röda punktkällan på solen genom att ersätta spegeln med en lins:



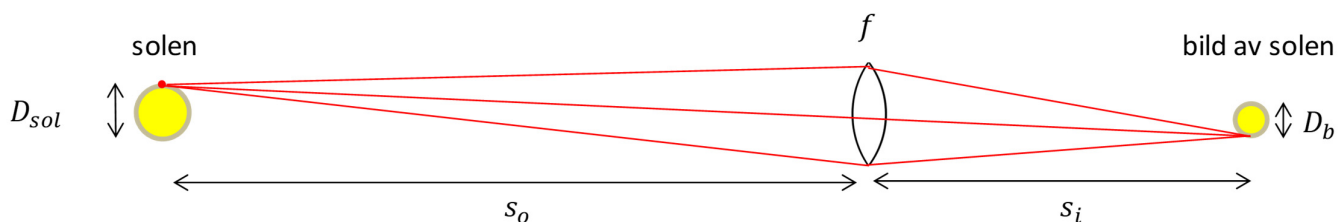
Det korta avståndet från spegel/lins till bildplan gör att bilden av solen blir relativt liten. Fall 1 är därför fallet att bilden av solen är mindre än spegelns/linsens area. Eftersom det ljus som infaller på spegeln hamnar i bilden måste intensiteten hos bilden vara högre än infallande intensitet på spegeln/linsen. Det ”farligaste avståndet” ligger alltså rimligen ungefär på det avstånd där bilden uppstår. Och eftersom objektet (solen) är avlagt uppstår bilden på fokallängds avstånd, så farligaste avståndet  $\approx f$ .

Men vår spegel är ju bara en aning krökt, och därför svagt fokuserande. Så då är det möjligt att följande situation (”Fall 2”) uppstår:



I detta fall är avståndet från spegel/lins till bildplan långt. Bilden av solen blir därför större än spegelns/linsens area, och det ljus som infaller på spegeln/linsen ”späds ut” medan det propagerar till bildplanet. I detta fall är det rimligt att den högsta intensiteten istället inträffar precis efter spegeln/linsen. Där är intensiteten lika hög som den intensitet som infaller på spegeln/linsen, eftersom ljuset inte har spänts ut genom någon nämnvärd propagation (och under antagande om 100% reflektans hos spegelytan).

Så vilket fall har vi? Vi kollar storleken  $D_b$  av solbilden



Vi har

$$D_b = MD_{sol} = \frac{s_i}{s_o} D_{sol} = \frac{f}{s_o} D_{sol} = \frac{550 \text{ m}}{150 \text{ milj km}} 1.4 \text{ milj km} = 5 \text{ m}$$

där vi använde att bilden uppstår på fokallängds avstånd ( $s_i = f$ ) eftersom objektet är så avlägset. Det betyder att solbildens area är

$$A_b = \pi \left( \frac{D_b}{2} \right)^2 = \pi \left( \frac{5 \text{ m}}{2} \right)^2 = 20 \text{ m}^2$$

vilket ju är nästan exakt samma som arean av spegeln

$$A_s = 6 \text{ m} \times 3 \text{ m} = 18 \text{ m}^2$$

Ljuset som faller in på spegeln har alltså fördelat sig på nästan samma area när det kommit fram till bildplanet. Intensiteten som faller in på spegeln och intensiteten i bildplanet bör alltså vara i stort sett samma – vårt fall ligger alltså mitt emellan det som vi kallade Fall 1 och Fall 2 ovan.

Utan att veta hur intensitetsfördelningen ser ut i detalj mellan spegeln och bildplanet kan vi kanske ändå gissa att den på ett mjukt sätt omfördelar sig från en rektangel (vid spegeln) till en cirkelyta (i bildplanet) med nästan samma area. Däremellan kommer den vara lite diffusare i kanten men den belysta arean i varje tvärsnitt kommer inte att ändras mycket. Intensiteten kommer därför med all sannolikhet att vara ungefär densamma i alla tvärsnitt mellan spegel och bildplan. "Farligheten", som ju beror på intensiteten hos ljuset, kommer alltså också att vara i stort sett oförändrad.

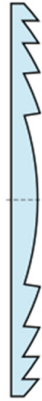
(Om man fortsätter *förbi* bildplanet defokuseras ljuset från varje punktkälla, vilket snabbt leder till att hela det belysta tvärsnittet expanderar, med avtagande intensitet och farlighet som följd.)

**(c)** Intensiteten hos ljuset precis efter reflektion i spegeln (vid 100% reflekterande spegelyta), är samma som intensiteten som faller in på spegeln. Och det som faller in på spegeln är ju det vanliga solljuset i Rjukan, vilket inte är farligt. Så det reflekterade ljuset precis efter spegeln är inte heller farligt.

Och eftersom intensiteten hos det reflekterade ljuset är ungefär densamma i alla tvärsnitt från spegeln ända fram till bildplanet – enligt resonemanget i (b) – *blir det inte farligt någonstans*.

## 2. Vad är sambandet mellan (i) och (ii)?

(a) (i) Bilden visar en Fresnel-lins, uppkallad efter dess uppfinnare, Augustin Fresnel. Linsen kan göras tunn eftersom den är segmenterad:



(ii) Detta är en beskrivning av Huygens-Fresnels princip (HFs princip). Den gemensamma nämnaren mellan (i) och (ii) skulle alltså vara *Fresnel*.

(b) Sambandet är kikarens förstoring. Med "förstoring" för en kikare eller teleskop avses vinkelförstoringen  $M_v$ , alltså hur mycket större vinkel ljuset lämnar kikaren med jämfört med infallande vinkel. I experimentet med två laserstrålar (går förstås även att utföra med en enda laserstråle vars infallsvinkel ändras) ges alltså förstoringen av  $M_v = \beta/\alpha$ . Förstoringen anges vanligen tillsammans med objektivets diameter i specifikationen. Är kikaren markerad t.ex. "8x40" betyder detta att förstoringen är 8 gånger, och objektivets diameter 40 millimeter.

(c) Sambandet är den optiska fibern. Fotot (översta bilden) visar två olika optiska fibrer, eller i alla fall den färgglada plastslang som omger och skyddar själva fibern. Den gula plastslangen gömmer en singelmodfiber för optisk kommunikation, den orangea innehåller en tjock plastfiber för signalöverföring i bilar.

Matlabbild (undre bilden) visar en simulering av ljuspropagationen i just en singelmodfiber, vilken utförs i HUPP 5.

Och tipset i Ledningen, då? Jo, ledning, eller närmare bestämt *vågledning*, är ju det vågfenomen som gör att ljuset kan propagera långa sträckor i en fiber och ändå hålla sig väl samlat i ett litet område runt kärnan i fibern.

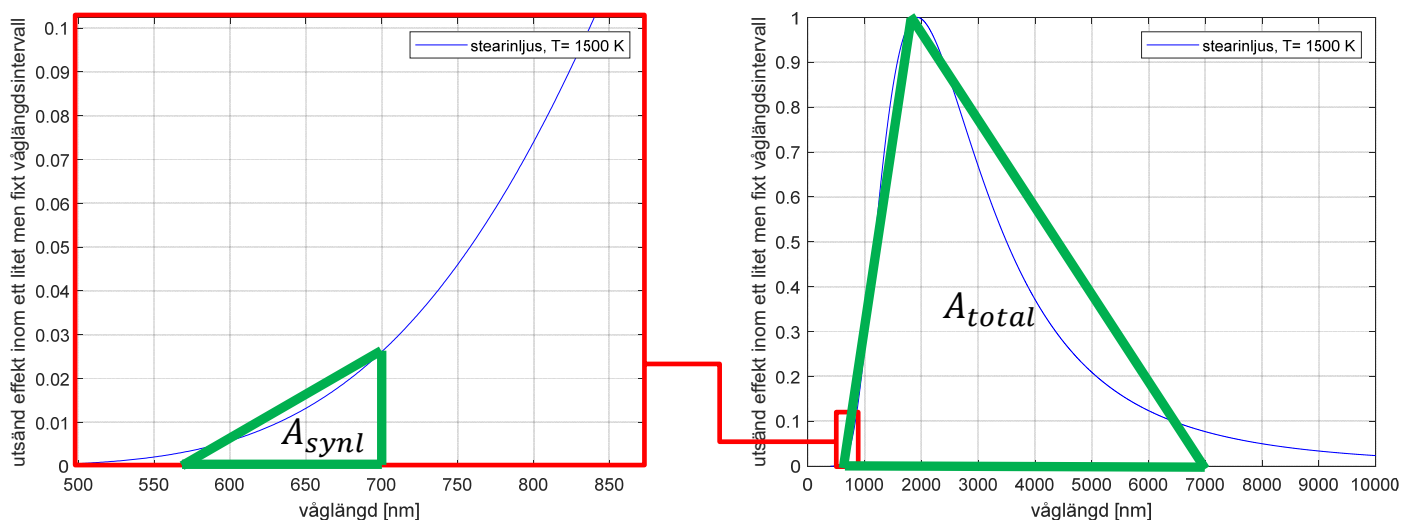
### 3. Borde stearinljus förbjudas?

(a) Total utsänd effekt (ljus+värme) från stearinljuset är

$$P_{total} = \frac{\text{energi som erhålls vid förbränning}}{\text{ljusets brinntid}} = \frac{\text{ljusets vikt [g]} \times \text{energi hos 1g stearin}}{\text{ljusets brinntid}} = \\ = \frac{100 \text{ g} \times 46 \text{ kJ/g}}{10 \text{ h}} = \frac{100 \times 46 \cdot 10^3 \text{ J}}{10 \times 3600 \text{ s}} = 130 \text{ W}$$

Som vi kommer att se utgörs nästan hela denna effekt av värmestrålning, alltså av elektromagnetisk strålning i det infraröda (IR-) området.

(b) Vi utnyttjar de plottade kurvorna, som visar utsänd effekt per våglängdsenhet. Utsänd effekt inom ett ändligt våglängdsintervall blir därför "arean under kurvan" i detta intervall, som sägs i Ledningen.



För synligt ljus säger vi (något godtyckligt) att detta är våglängder upp till 700 nm. Vi ser också att under 500 nm (blågrönt ljus) finns i princip inget utsänt ljus från stearinljuset. Arealen under kurvan i intervallet 500-700 nm, alltså synligt ljus, approximeras med triangelns med gröna konturer som ritats ut i den inzoomade grafen. Mäter vi i figuren fås arean av denna triangel ("basen gånger höjden dividerat med 2", om jag minns rätt) till

$$A_{synl} = \frac{(700 \text{ nm} - 570 \text{ nm}) \times 0.027 \text{ y-enheter}}{2} = 1.8 \text{ nm} \cdot \text{y-enheter}$$

På motsvarande sätt uppskattar vi ur grafen till höger arean under grafen över alla våglängder (vi får gissa lite hur grafen går mot noll för våglängder längre än 10000 nm, men magkänslan säger kanske att den gröna linjen går tillräckligt mycket ovanför kurvan i intervallet 3000-6000 nm för att kompensera för att vi har lite utsänd effekt även för våglängder över 10000 nm).

Arealen under kurvan för alla våglängder blir då ungefär

$$A_{total} = \frac{(7000 \text{ nm} - 700 \text{ nm}) \times 1 \text{ y - enheter}}{2} = 3100 \text{ nm} \cdot \text{y - enheter}$$

Verkningsgraden  $\eta_{synl}$  är utsänd effekt i det synliga området dividerat med totalt utsänd effekt, alltså

$$\eta_{synl} = \frac{A_{synl}}{A_{total}} = \frac{1.8 \text{ nm} \cdot \text{y - enheter}}{3100 \text{ nm} \cdot \text{y - enheter}} = 0.06\% (!)$$

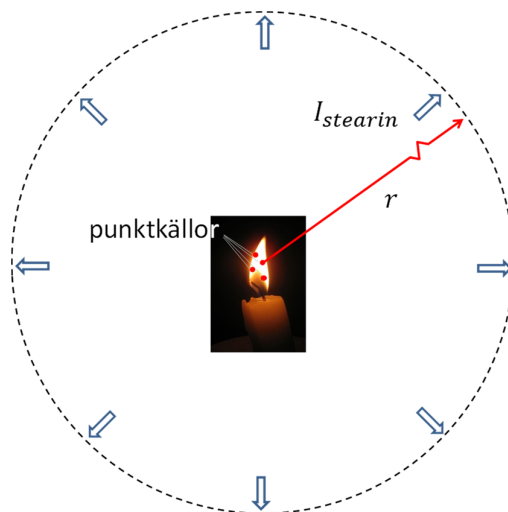
En *extremt* låg verkningsgrad alltså! Jämfört med den förbjudna glödlampan, som har en verkningsgrad på knappt 5%, är ett stearinljus alltså nästan 100 gånger mindre effektivt att skapa ljus. Slutsats:

**Stearinljuset borde ha förbjudits så fort det uppfunnits!**

(c) Den utsända effekten synligt ljus blir

$$P_{synl} = \eta_{synl} \cdot P_{total} = 0.0006 \cdot 130 \text{ W} = 0.08 \text{ W} \approx 0.1 \text{ W}$$

(d) Lågan hos stearinljuset består av uppretade, upphettade molekyler vars elektronmoln svingar ursinnigt och därigenom funkar som små antenner som sänder ut elektromagnetisk strålning. Varje molekyulantenn är en punktkälla (mycket mindre än våglängden) och sänder ut en sfärisk våg som är lika stark i alla riktningar, så att intensiteten är konstant på en sfär med centrum i punktkällan.



De olika molekyulantennerna/punktkällorna i lågan är okorrelerade och den totala intensiteten är därför summan av intensiteterna från alla punktkällor för sig. Ingen märklig interferens uppstår alltså (vilket förhoppningsvis stämmer med din erfarenhet av stearinljus) utan totala intensiteten,  $I_{stearin}$ , är också konstant på en sfär med centrum i ljuslågan. Intensiteten hos det synliga ljuset blir därför

$$I_{\text{stearin}}(r) = \frac{\text{utsänd effekt i det synliga området}}{\text{area av sfär med radie } r} = \frac{P_{\text{synl}}}{4\pi r^2}$$

Intensiteten hos ljuset från fullmånen, å andra sidan, kan enligt Minnesreglerna beräknas som

$$I_{\text{måne}} = \frac{I_{\text{sol}}}{\text{halv miljon}} = \frac{1000 \text{ W/m}^2}{\frac{1}{2} \cdot 10^6} = 0.002 \text{ W/m}^2$$

Frågan gällde på vilket avstånd  $r$  som stearinljuset lyser lika strakt som månskenet, alltså

$$I_{\text{stearin}}(r) = I_{\text{måne}}$$

vilket ger

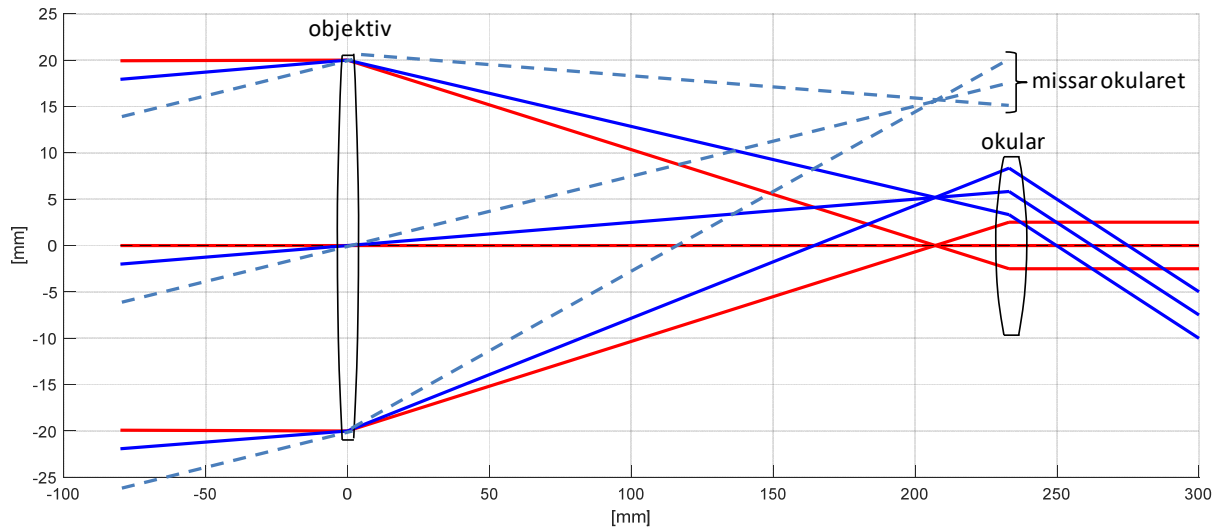
$$\frac{P_{\text{synl}}}{4\pi r^2} = I_{\text{måne}} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{P_{\text{synl}}}{4\pi \cdot I_{\text{måne}}}} = \sqrt{\frac{0.1 \text{ W}}{4\pi \cdot 0.002 \text{ W/m}^2}} = 2 \text{ m}$$

Ett stearinljus på ett avstånd av 2 meter skulle alltså lysa lika starkt som fullmånen. Kan det stämma någotsånär? I denna analys har vi dock inte tagit hänsyn till ögats varierande känslighet för våglängd inom det synliga området, och det faktum att månljus bör ha en annan färgfördelning än ljuset från ett stearinljus. Månljus liknar snarast solljus, vars kurva över utsänd effekt per våglängd har ett maximum i det gröna området (där våra ögon råkar vara mest känsliga!).



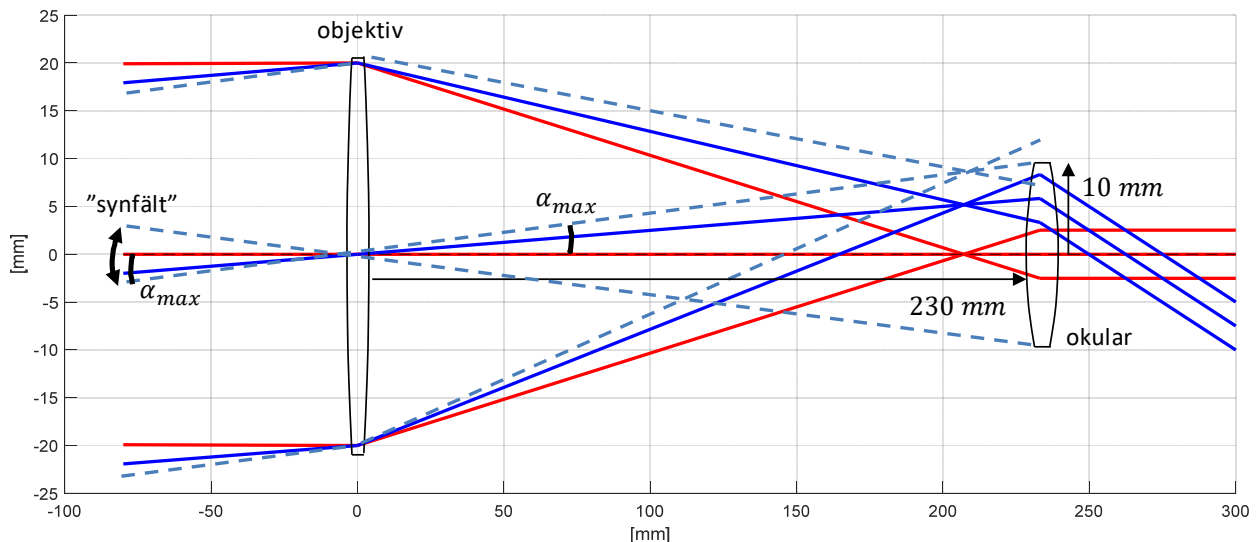
## 4. Synfält i Clas-Ohlson-kikaren

(a) Den visade kikaren består enbart av två linser. Inget annat finns som kan påverka eller hindra propagationen genom kikaren. Så det som händer när ljuset kommer in allt snedare är att det till slut går vid sidan om okularet (och i praktiken faller på kikartubens svartmålade innerväggar och absorberas). Det är detta som händer i figuren nedan med de blå-streckade strålarna från en punktkälla som ligger alltför långt åt sidan:



(b) Nej, synfältet är inte "distinkt" eftersom ljuset från varje punktkälla belyser ett ganska stort område i okularets plan. Det finns därför en övergångszon för infallsvinklar inom vilken successivt allt mindre ljus träffar okularet. För den som använder kikaren yttrar detta sig som att bilden gradvis blir allt mörkare över en viss sträcka i bildens periferi.

(c) Låt oss, godtyckligt, definiera maximalt användbara infallsvinkeln  $\alpha_{max}$  enligt följande, där ljuset som infaller med vinkeln  $\alpha_{max}$  markerats med blåstreckade strålar.



Figuren visar att vi har valt  $\alpha_{max}$  så att strålen genom objektivets centrum träffar kanten på okularet. Uppenbarligen betyder detta att ungefär hälften av ljuset från punktkällan träffar okularet medan hälften kommer utanför. Andra definitioner på  $\alpha_{max}$  är också möjliga, men kanske lite jobbigare att räkna på! Med vår definition – och regeln att ”stråle genom linscentrum inte bryts” – fås genom att mäta i figuren

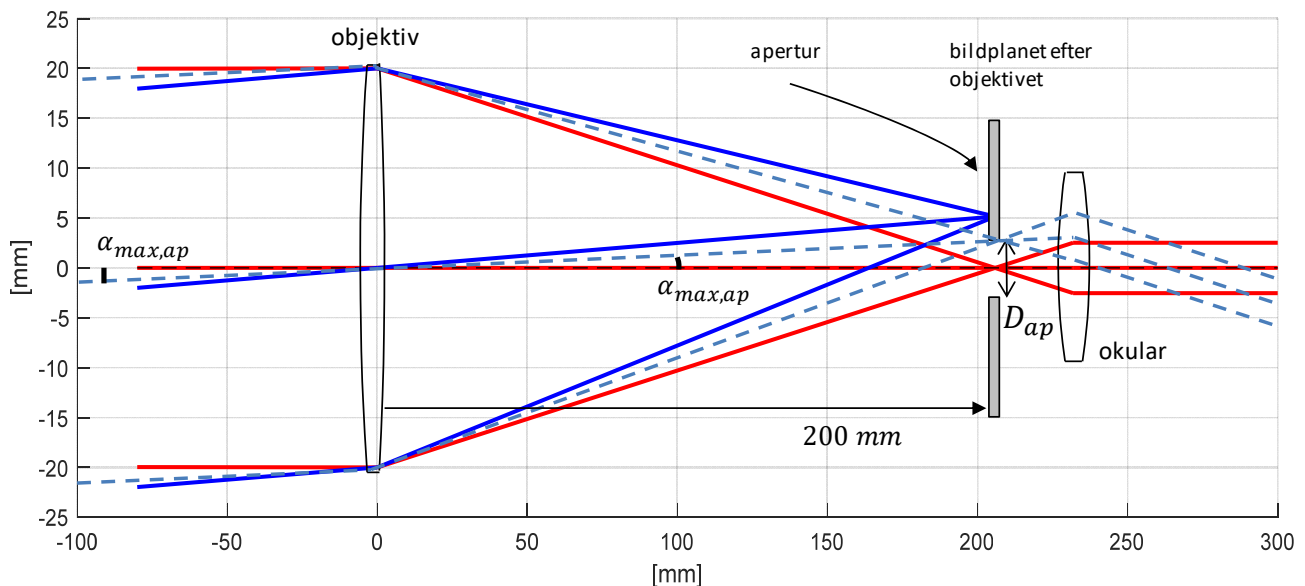
$$\alpha_{max} \approx \frac{10 \text{ mm}}{230 \text{ mm}} = 0.043 \text{ rad} = 2.5^\circ$$

Även ljus som kommer in snett från motsatt håll, ”uppifrån” i figuren, träffar okularet om infallsvinkeln inte är större än  $\alpha_{max}$ . Så synfältet blir

$$\text{synfält} = 2 \cdot \alpha_{max} = 0.087 \text{ rad} = 5.0^\circ$$

**(d)** Var aperturen sätts in visas i figuren nedan. Genom att sätta in aperturen i bildplanet efter okularet, d.v.s. där ljuset från varje punktkälla blir bara en punkt (i geometrisk-optiska modellen) släpper vi igenom allt ljus från alla punktkällor vars fokuserade punkter ligger inom aperturen. Och ljuset från punktkällor vars fokuserade punkter hamnar på plåtmaterialet hindras helt och hållet från att propagera vidare.

(I verkligheten har den fokuserade spoten från varje punktkälla än ändlig, men liten, utbredning, vilket gör att det även i detta fall finns en liten andel punktkällor vars fokuserade punkt delvis hamnar i hålet och delvis blockeras av plåten, men vi bortser från dessa.)



(e) Vi ser att maximala infallsvinkeln som kan ta sig genom kikaren med aperturen insatt (blåstreckad strålgång) blir

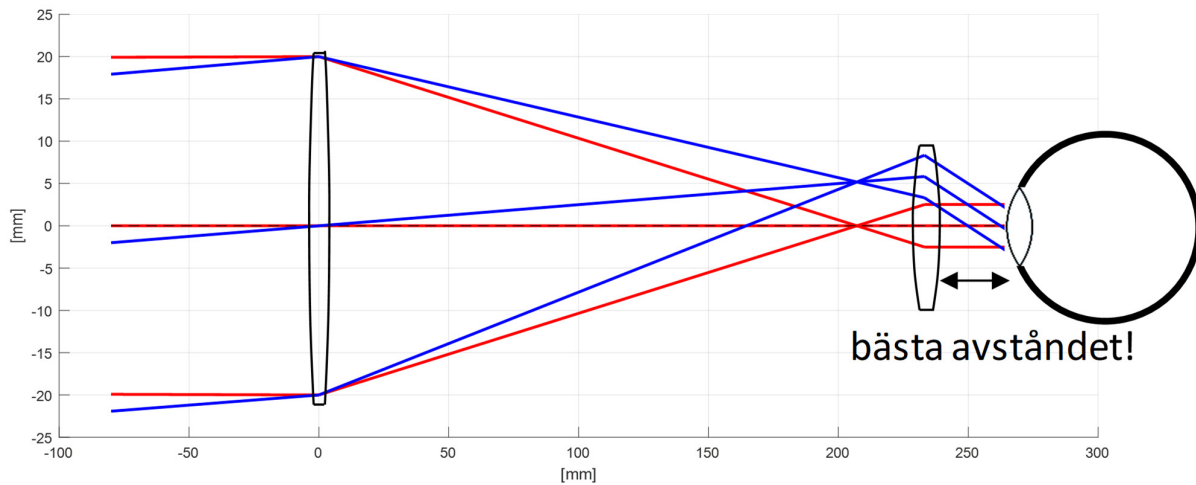
$$\alpha_{max,ap} = \frac{D_{ap}/2}{200\text{ mm}} \Rightarrow D_{ap} = 2\alpha_{max,ap} \cdot 200\text{ mm}$$

där  $D_{ap}$  är aperturdiametern. Detta fall är markerat med streckade blå linjer i figuren ovan. Om vi vill ha ett synfält vars värde är

$$\text{synfält} = 2 \cdot \alpha_{max,ap} = 0.05\text{ rad}$$

(vilket som tur var är klart mindre än det "okularbegränsade" synfältet  $2 \cdot \alpha_{max} = 0.087\text{ rad}$ , eftersom vi inte kan ha ett större synfält än så) ska alltså  $\alpha_{max,ap} = 0.025\text{ rad}$ . Insatt i uttrycket för  $D_{ap}$  ovan fås

$$D_{ap} = 2\alpha_{max,ap} \cdot 200\text{ mm} = 2 \cdot 0.025\text{ rad} \cdot 200\text{ mm} = 10\text{ mm}$$



(f) Det fina med den här typen av kikare, med två positiva linser, är att ljuset som kommer in underifrån (blå strålar) verkar komma ovanifrån när det lämnar kikaren. Det betyder visserligen att bilden blir upp och ned (om man inte inkluderar en "bildvändare" inuti kikaren), men det betyder också att det sneda ljuset efter kikaren propagerar i riktning mot kikarens symmetriaxel, som visas ovan. På det markerade avståndet ("bästa avståndet!") efter okularet samlas därför ljus med olika infallsriktningar till samma plats i rummet. Sätter man ögats öppning (ögonlinsen i vår ögonmodell) där kan man alltså se ljus med alla infallsriktningar som accepteras av kikarens synfält, utan att behöva flytta ögat i sidled. Vi läser direkt ut detta avstånd från figuren ovan:

$$\text{"bästa avståndet"} \approx 30\text{ mm}$$

## 5. Jahn Teigen (1949-2020)

Ljudvågor är longitudinella (i vågens utbredningsriktning) vibrationer hos luftmolekylerna kring sina jämviktslägen. Trots den fysikaliska skillnaden jämfört med ljus, propagerar ljud i allt väsentligt på samma sätt som ljus, så som beskrivs av den skalära modellen för ljus som vi använder i kursen.

**(a)** Ljudvågen har en viss bandbredd, vilket innebär att vibrationerna hos luftmolekylerna inte varierar perfekt sinusformigt med tiden. Precis som för ljus betyder det också att vi inte har en perfekt definierad våglängd (avstånd mellan positionerna där molekylerna har maximal avvikelse från jämviktsläget). Men i genomsnitt är våglängden den som ges av den genomsnittliga frekvensen hos Jahns stämma, alltså

$$\lambda = \frac{\text{vågens propagationshastighet}}{\text{frekvens}} \approx \frac{340 \text{ m/s}}{262 \text{ Hz}} = 1.3 \text{ m}$$

där jag kollade upp ljudhastigheten (vid normalt lufttryck och rumstemperatur) på Wikipedia. Våglängden för ljud är alltså gigantisk jämfört med ljus!

**(b)** Eftersom våglängden inte är perfekt definierad (varierar i tiden) så kan vi inte förutsäga fältet hur länge som helst – ekvivalent kan vi inte förutsäga ljudvågen hur lång sträcka som helst i utbredningsriktningen. Vågen har alltså en viss koherenstid  $\tau_c$ , eller ekvivalent, en viss temporal koherenslängd  $l_c$ .

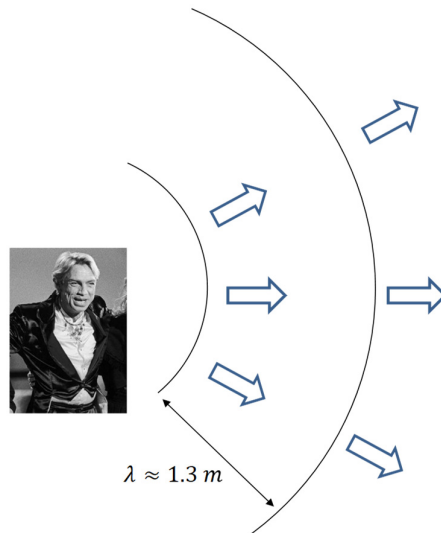
Koherenstiden är ungefär inversen av bandbredden uttryckt i frekvens,  $\Delta\nu$ ,

$$\tau_c \approx \frac{1}{\Delta\nu} \approx \frac{1}{20 \text{ Hz}} = 0.05 \text{ s}$$

där vi tolkade frekvensangivelsen  $262 \pm 10 \text{ Hz}$  som att frekvenserna hos ljudvågen ligger inom ett intervall som sträcker sig  $10 \text{ Hz}$  nedåt och  $10 \text{ Hz}$  uppåt från centralfrekvensen  $262 \text{ Hz}$ . Alltså är det rimligt att sätta bandbredden hos ljudvågen till  $\Delta\nu = 10 \text{ Hz} + 10 \text{ Hz} = 20 \text{ Hz}$ . Temporal koherenslängden blir då

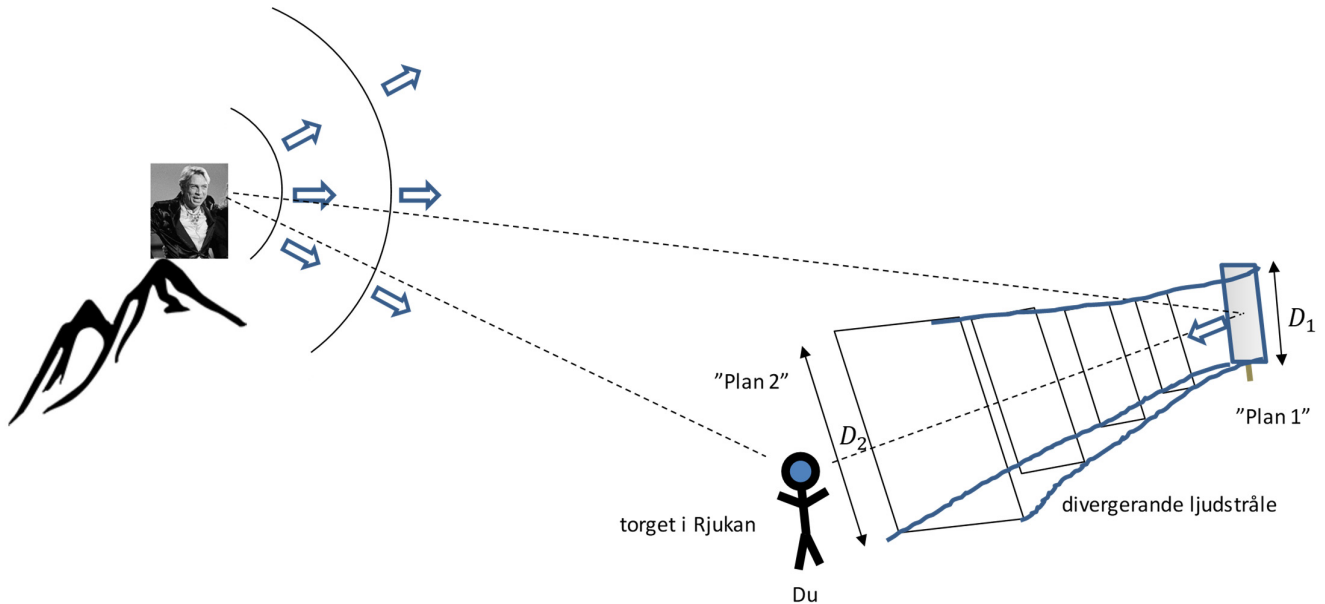
$$l_c = \text{vågens propagationshastighet} \cdot \tau_c = 340 \text{ m/s} \cdot 0.05 \text{ s} \approx 20 \text{ m}$$

Ljudvågen utseende kan alltså förutsägas i cirka  $20 \text{ m}$  i utbredningsriktningen.



**(c)** Är Jahns mun liten? Allt är ju relativt, men när det gäller ljus/ljud-vågor är våglängden måttet att jämföra med. Och eftersom ljudvågen har våglängd på över en meter är munnen jämförelsevis mycket liten – i stort sett bara en punktkälla! Och en punktkälla vet vi att den sänder ut spatiellt koherent ljus/ljud. Eftersom källan bara är en punkt måste den utsända vågen vara lika i alla riktningar, vilket innebär att den utsända vågen är en sfärisk våg.

Det faktum att en mun är en punktkälla för ljud är också det som möjliggör föreläsningar i FB-salen. Tack vare att en punktkälla sprider ljud likadant åt alla håll hörs föreläsarens röst ungefär lika starkt i alla riktningar.



(d) Vi betraktar ljudvågen som reflekterats från spegeln, som figuren ovan visar. Även om spegeln är stor för att vara spegel, är sidlängden bara några få (ljud-)våglängder. Den stråle som lämnar spegeln har alltså en utbredning i sitt tvärsnitt på bara några få våglängder. Detta är att betrakta som *en mycket smal stråle*. En sådan stråle är *starkt divergerande*, som vi nu kommer att se.

Ljudvågen som reflekteras från spegeln har plana vågfronter ("kollimerad ljudstråle") och har därför minsta möjliga divergensvinkel  $\theta_{min}$ . Men divergensvinkeln är alltså ändå stor eftersom ljudvåglängden är så gigantisk att ljudstrålen är smal räknat i våglängder. Vi har från våra tumregler

$$\theta_{min} \approx \frac{\lambda}{D_1} = \frac{1.3 \text{ m}}{6 \text{ m}} = 0.2 \text{ rad}$$

där vi för fältets utbredning i Plan 1,  $D_1$ , använde spegelns längsta sida, så beräkningen gäller egentligen divergensen i en riktning parallell med spegelns längsriktning. Divergensvinkeln blir i detta fall  $0.2 \text{ rad} = 12^\circ$ , så divergensen är inte försumbar. Så fältets utbredning i Plan 2, vid dig på Rjukans torg, i spegelns längsriktning, alltså ungefär det  $D_2$  som illustreras i figuren, blir

$$D_2 \approx \theta_{min} \cdot \text{propagationssträcka mellan Plan 1 och Plan 2} = 0.2 \text{ rad} \cdot 700 \text{ m} = 140 \text{ m}$$

I riktningen parallellt med spegelns kortsida är divergensen ännu större (vilket jag försökt skissa kvalitativt genom att låta rektanglarna i figuren ovan öka snabbare i bredd än i höjd med avståndet från spegeln) eftersom  $D_1$  där bara är  $3 \text{ m}$ .

I vilket fall ser vi att utbredningen av fältet i Plan 2 är betydligt mer än en faktor 10 större än i Plan 1 ( $D_2/D_1 > 10$ ) vilket areamässigt innebär att ljudeffekten som kommer in på spegeln fördelas på en area vid Rjukans torg som är mer än 100 gånger större än spegeln. *Intensiteten* hos ljudet vid torget är alltså mindre än en hundradel av ljudintensiteten vid spegeln.

Om vi antar att avstånden från Jahn till dig på torget och från Jahn till solspegeln är ungefär lika, så att den ljudintensitet du mottar direkt från Jahn är lika med den ljudintensitet som infaller på spegeln, så skulle alltså den reflekterade ljudintensiteten från spegeln hos dig på torget vara mindre än en hundradel av den du mottar direkt från Jahn. Slutsatsen är uppenbar:

Solspegeln hjälper dig inte att höra Jahn bättre 😞

## 6. Är fotonen fortfarande både oändligt stor och oändligt liten?

Examinatorn har ingen aning, men är nyfiken på vad kursdeltagarna har hittat hos Wikipedia i denna fråga! Innerst inne hoppas examinatorn att den svenska och engelska beskrivningen fortfarande motsäger varandra, eftersom det på något sätt stärker hans tes att fotoner är ett vilseledande koncept som får även mycket visare storheter än examinatorn själv (som t.ex. Wikipedia eller Albert E.) att leverera ironiska kommentarer.