

Tentamen i Optik FFY091 - måndag 26 augusti 2019, kl. 14:00-18:00

Examinator och jourhavande lärare Jörgen Bengtsson, tel. 031-772 1591, **finns på plats ca kl 15 och 17** för att svara på frågor. För betyg 3, 4, 5 krävs 30, 40 resp. 50 p, inkl. bonus, av max 60 p, se vidare Kursinformation på kurshemsidan. På kurshemsidan publiceras även lösningsförslag efter tentan. Visning/uthämtning av tenta sker efter överenskommelse via e-mail.

Tillåtna hjälpmedel: Typgodkänd räknare, linjal, samt ett ark (två sidor) A4-papper med egenhändigt handskrivna, valfria anteckningar.

Alex fötter

översidan av Alex huvud

1. Ett äpple om dagen – ger brännskador av tredje graden?

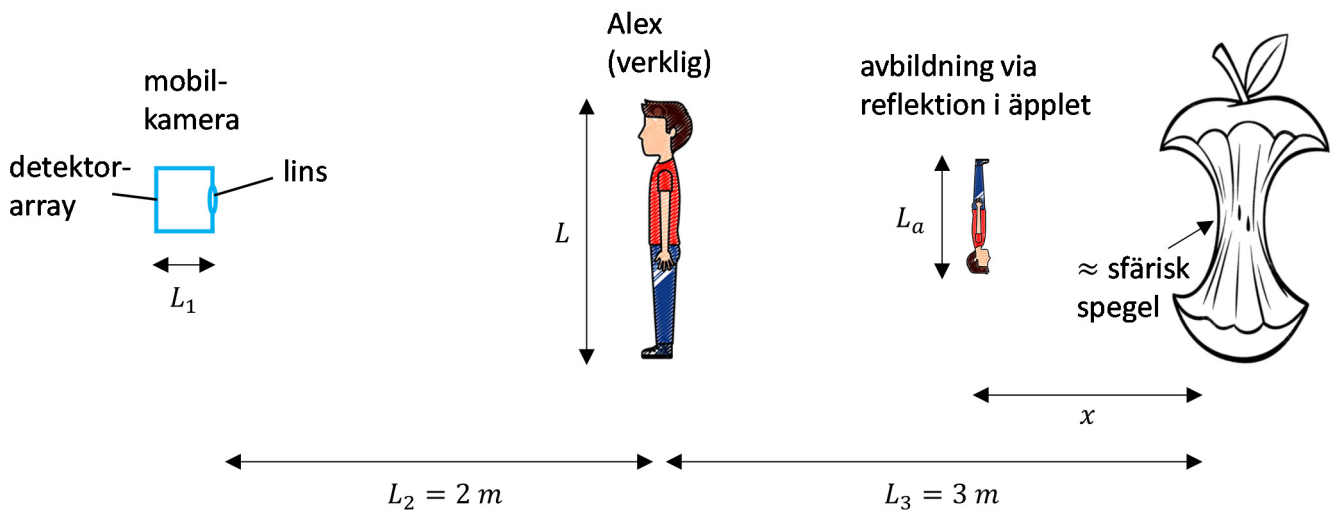
Vid entrén till Fysikcentrum på Chalmers står ett blankpolerat halvätet äpple i rostfritt stål (konstverket heter *Geniezeit* och är skapat av Bigert & Bergström).

Låt oss anta att ytan på äpplet funkar som en konkav (fokuserande) sfärisk spegel, och att paraxiella förhållanden råder.

Vi vill först bestämma ytans krökningsradie. Därför låter vi Alex, en blivande medarbetare i optikkursen, posera framför äpplet. Vi tar en bild av honom, och spegelbilden av honom, med en mobilkamera. För tydlighets skull har jag markerat i spegelbilden var Alex börjar och slutar.

(Uppgiften fortsätter på nästa sida)





Figuren ovan (ej skalenlig) visar situationen när bilden tas. Spegeln (äpplet) åstadkommer en avbildning av Alex.

(a) Om verkliga Alex har längden L , hur lång är då avbildningen L_a av Alex, om den uppstår sträckan x från spegeln (äpplet)? I ditt svar, använd beteckningar från figuren ovan utan att sätta in några siffrvärden. (2p)

(b) Både verkliga Alex och hans avbildning avbildas samtidigt på mobilkamerans detektorarray. Hur många gånger längre, på detektorarrayen, blir bilden av verkliga Alex jämfört med bilden av avbildningen? (4p)

Ledning: Använd beteckningar från figuren ovan; den sökta kvoten bör kunna skrivas som någonting i stil med $\frac{L_3 \cdot (\dots)}{\dots}$ om du använder uttrycket för L_a du tog fram i (a).

(c) Mät i kamerabilden på föregående sida, och använd resultatet från (b) samt värdena på L_2 och L_3 angivna i figuren ovan, för att bestämma sträckan x (uttryckt som ett siffrvärde)! (4p)

(d) Bestäm krökningsradien hos den speglade ytan på äpplet! Tänk efter så att den inte är helt orimlig! (2p)

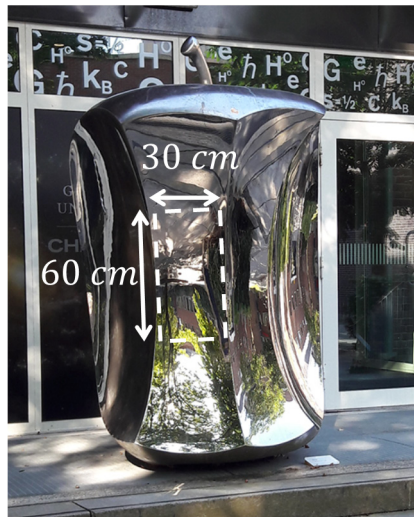
Undersök nu om äpplet rentav kan vara farligt för en morgonpigga F-are! Antag att solen står vid horisonten och belyser äpplet. Avståndet till solen är 150 miljoner km och solens diameter är 1.4 miljoner km.

(e) Vilket avstånd från äpplet skulle vara farligast att ha sin arm eller sitt ben på, d.v.s. var skulle det reflekterade solljuset ha sin högsta intensitet? (2p)

(f) Vilken intensitet skulle man kunna uppnå i det reflekterade solljuset på det avstånd från äpplet som beräknades i (e)? Kan det vara farligt? (5p)

Ledning 1: Antag att när solen står vid horisonten är solljusets intensitet bara 100 W/m^2 (ungefär 10% av maxvärdet).

Ledning 2: Antag vidare att bara en central area av cirka $30 \times 60 \text{ cm}$ av metallytan är tillräckligt nära sfärisk för att bidra till intensiteten i "det heta området":



Ledning 3: För bedömning av farlighet, jämför med "intensiteten" hos en spisplatta med 25 cm diameter och maxeffekt på 3 kW, vilken definitivt är farlig att sätta handen på!

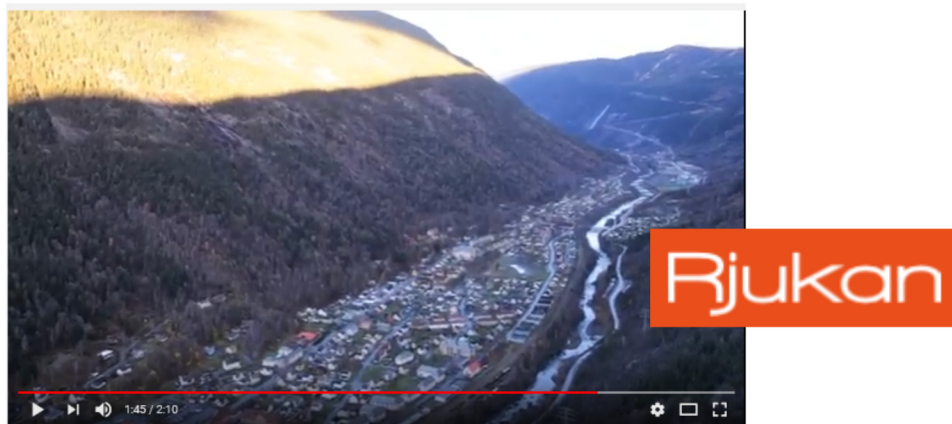


Aj!

2. Norsk optikk



Svara med ett eller några få (<10) ord på valfritt skandinaviskt språk.



(a) Rjukan är en liten ort i Norge som ligger i en djup dalgång. Fram till år 2013 fick Rjukan därför inget solsken på vintern. Vad är Rjukan känt för? (svaret kan variera beroende på om du är en norsk patriot eller seriös Optik F2-deltagare) (1p)

(b) På Wikipedia, sökord *Optikk*, förekommer följande text under rubriken *Diffraksjon*:

”Dette mønsteret er kjent som en såkalt *airy mønstre*, på norsk «luftig mønster»,...”
 (“Detta mönster är känt som ett så kallat airy mönster, på norska «luftigt mönster»,...”)

Vad har den som skrivit detta möjligen missförstått? (1p)



(c) Oksøy fyr ligger på en ö längs Norges sydkust. Fyren är känd för att den var den första fyren i världen, utanför Frankrike, som blev utrustad med en speciell lins (år 1832). Linsen är uppkallad efter sin uppfinnare som också är känd för sin framgångsrika vågteori för ljus (och som *inte* är norrman). Vad kallas linsen? (1p)

(d) Varför är den speciella linsen så lämplig just i fyror, jämfört med en konventionell lins? (2p)

Ledning: Fyror kräver *stora* linsen, oftast över en meter i diameter, som samtidigt ska vara starka (relativt kort fokallängd).

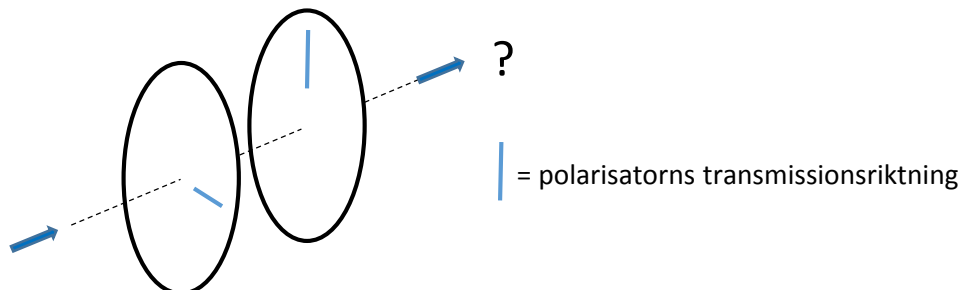
3. Korta frågor – superkorta svar

Inget av svaren behöver motiveras, förutom till uppgifterna (d) och (g).

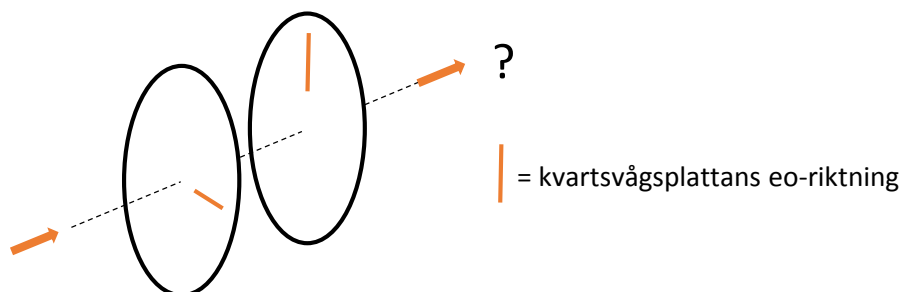


(a) *Polarisatorn* och *kvartsvågsplattan* är två optiska komponenter som är viktiga t.ex. i 3D-glasögon på biografen. En av dessa två komponenter är betydligt känsligare för våglängdsvariation än den andra (vilket kan vara ett problem på 3D-bio eftersom bilderna som visas innehåller färger ur hela det synliga spektret, alltså ett brett våglängdsintervall). Vilken komponent är speciellt våglängdskänslig? Behöver ej motiveras. (1p)

(b) Vad kan denna våglängdskänslighet leda till för oönskad effekt när man kollar på 3D-bio? (Olika svar är möjliga beroende på om biografen tagit hänsyn till våglängdskänsligheten när man installerade projektorerna.) Ditt svar behöver ej motiveras. (1p)



(c) *Korsade polarisatorer* innebär att man har två polarisatorer efter varandra, där den ena är vriden 90° jämfört med den andra. Vad har korsade polarisatorer för effekt på infallande ljus, d.v.s. hur skiljer sig ljuset efter polarisatorerna från ljuset före? Behöver ej motiveras. (1p)



(d) *Korsade kvartsvågsplattor* är ett mindre vanligt begrepp, men vi antar att detta innebär att man har två identiska kvartsvågsplattor efter varandra, där den ena är vriden 90° jämfört med den andra. Vad har korsade kvartsvågsplattor för effekt på infallande ljus? Motivera mycket kortfattat! (3p)

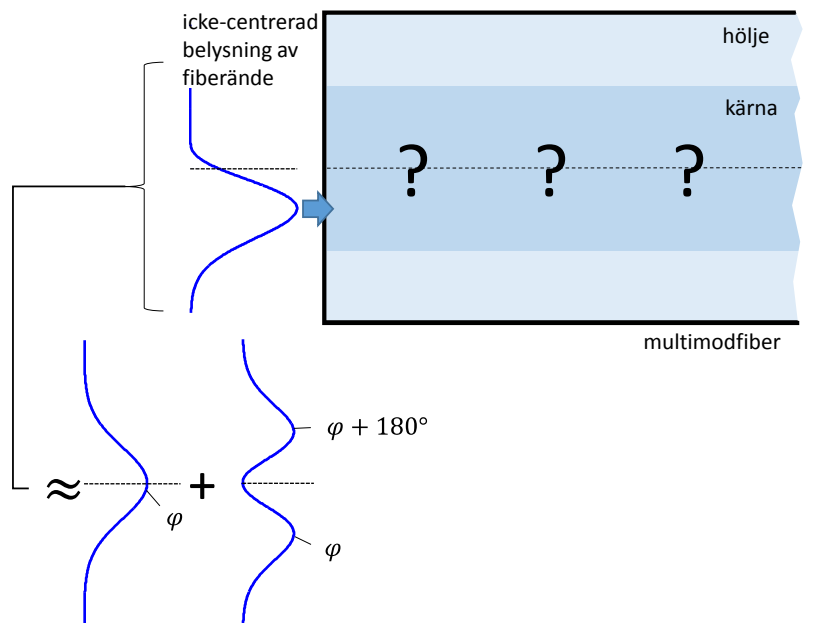


(e) Vad är utmärkande för utseendet hos den s.k. *point spread function* (PSF) för ett bra avbildande system, som ger skarpa bilder, jämfört med utseendet hos PSFen för ett dåligt avbildande system, som ger suddiga bilder? (2p)

(f) Vad kan det bero på att man får en dålig PSF i ett avbildande system, nämn två möjliga orsaker. (2p)

Ledning: i. närsynthet

ii. HiRISE-teleskopet som kollar ner på Marsytan, och som simulerades i en HUPP.

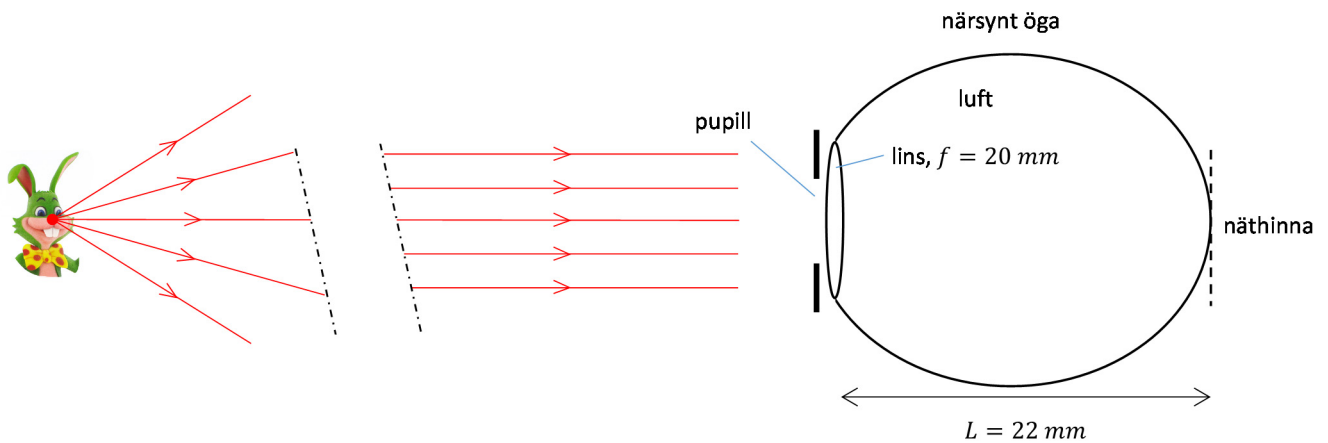


(g) Ena änden på en optisk *multimodfiber* belyses med en ocentrerad ljustråle. Med en god approximation kan den ocentrerade strålens fält ses som en summa av två moder hos fibern – fundamentalmoden och första högre ordningens mod – så som visas i figuren. Vid fiberändan interfererar fundamentalmoden konstruktivt med nedre loben hos högre ordningens mod, och destruktivt med övre loben, vilket totalt ger det ocentrerade fältet.

Intensitetsfördelningen inuti fibern kommer att ha ett karakteristiskt utseende, som man inte skulle få i en singelmodfiber. Gör en *grov* skiss där detta utseende framgår (inga ord behövs)! Förklara sedan ytterst kortfattat hur de två modernas något *olika effektiva brytningsindex* orsakar detta utseende. (3p)

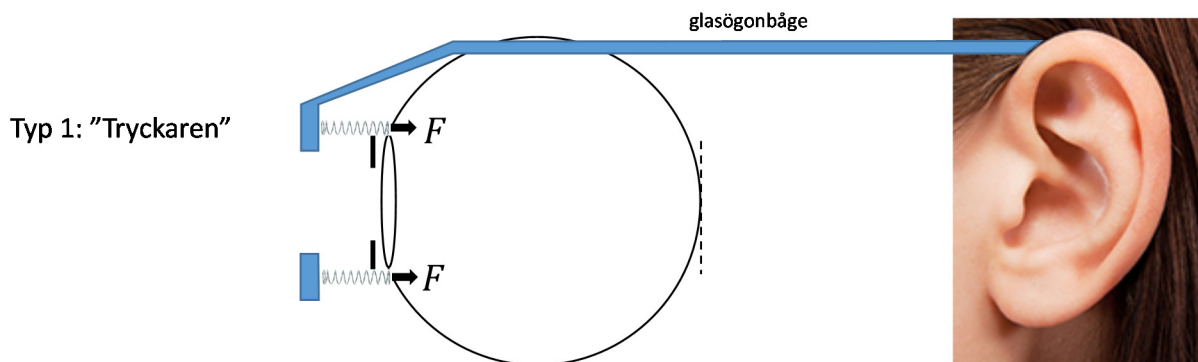
4. Glasögon är dyra – studenter är fattiga

Många (de flesta?) chalmester är närsynta. Här nedanför ser du en bild av det närsynta öga vi studerar i denna uppgift. (Med dessa värden skulle personen behöva glasögon/kontaktlinser med en styrka på runt -4.5 dioptrier, vilket innebär en rejäl men inte alls extrem närsynthet.)



(a) Skissa grovt strålgången i ögat från en avlägsen punktkälla i rakt-fram-riktningen! (Skissen behöver ej vara skalenlig, utan endast kvalitativt korrekt, så att man ser "vad som är fel" i det närsynta ögat.) (1p)

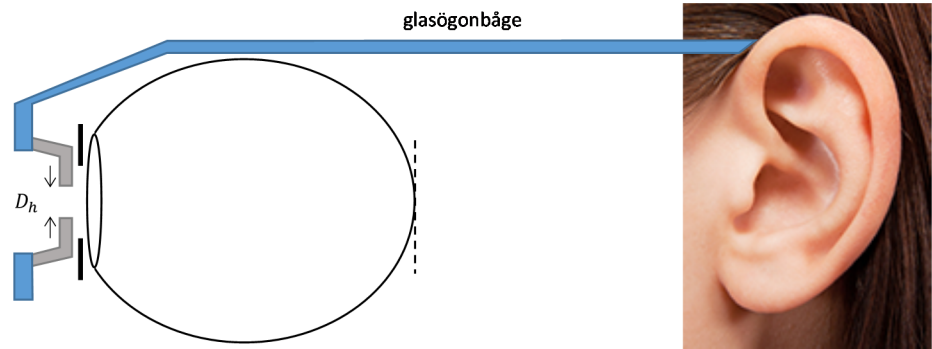
Det är dyrt med glasönglas. Därför har några studenter på Tjalpers entreprenörskola utvecklat 2 nya typer av glasögon *utan* glas, som åtminstone i teorin borde kunna förbättra synskärpan.



Glasfria glasögon typ 1: "Tryckaren". Bågen är utrustad med tryckfjädrar som ändrar formen på det närsynta ögat.

(b) Vad är tanken med de förmodligen ganska smärtsamma glasögonen av typ 1 – varför skulle man se mindre suddigt? (Vi kan anta att linsen är opåverkad av tryckfjädrarna, medan resten av ögat trycks ihop lite i längsled.) (1p)

Typ 2: "Lilla hålet"



Glasfria glasögon typ 2: "Lilla hålet". Bågen håller en ogenomskinlig platta med ett litet hål omedelbart framför pupillen. Hålet har en diameter, D_h , betydligt mindre än pupilldiametern.

(c) Vad är tanken med glasögonen av typ 2 – varför skulle man se mindre suddigt? (2p)

(d) Skissa strålgången i det närsynta ögat, från en avlägsen punktkälla i rakt-fram-riktningen, när man använder dessa glasögon! Markera på något sätt i skissen vad som skiljer från skissen i (a)-uppgiften. (2p)

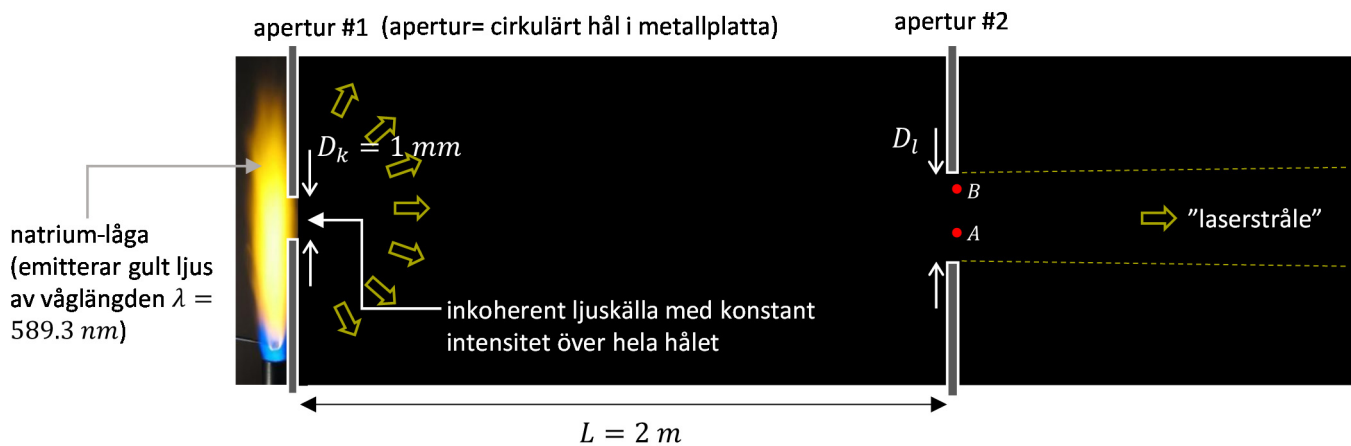
(e) Principen "ju mindre hål, desto skarpare bild" gäller dock inte hur långt som helst. Uppskatta grovt den håldiameter D_h för vilken suddigheten börjar öka när vi gör hålet mindre, för det närsynta ögat som vi studerar i denna uppgift! (5p)

5. "Merde, om jag bara haft en laser!"



François Arago
Utförde experimentet

Vågteorin för ljus bekräftades en gång för alla genom ett berömt experiment, utfört i Frankrike 1819. Experimentet kräver "laserljus", men tyvärr var lasern inte uppfunnen än. Jag känner inte till vilken apparat man använde för att skapa ljuset, men vi antar i denna uppgift att det var uppställningen som visas nedan. Den innehåller enbart en intensiv brinnande låga och två aperturer.



Hålet intill lågan, apertur #1, fungerar precis som en vanlig inkoherent ljuskälla med en diameter lika med håldiametern. Antag att ljuskällans diameter $D_k = 1 \text{ mm}$ och att den utsända ljuseffekten från hålet är 1 W (det låter kanske inte mycket, men eftersom hålet bara är 1 mm i diameter betyder detta att ljuset vid hålet är cirka 1000 gånger intensivare än solljus vid Jorden). Antag vidare att det ganska långa avståndet mellan aperturerna $L = 2 \text{ m}$.

(a) Vad menas med att en ljuskälla är inkoherent? (2p)

(b) Ljusstrålen som kommer ut från denna apparat – efter apertur #2 – är identisk med en laserstråle om fasskillnaden hos fältet i två godtyckliga punkter A och B i strålens tvärsnitt är konstant i tiden (t.ex. kan fälten i A och B *alltid* vara i fas eller *alltid* vara ur fas). Vad kallas ett fält som har denna egenskap? (1p)

(c) Kan verkligen fältet ha egenskapen i (b) om ljuskällan är inkoherent? (1p)

(d) Uppskatta hur stor öppningen D_l högst får vara, om fältet efter apertur #2 ska ha egenskapen i (b), alltså vara en "laserstråle". (4p)

(e) Uppskatta effekten hos den här "laserstrålen"! Jämför med effekten hos strålen från de HeNe-lasrar som demonstrerades på föreläsningarna och användes i Labb D, som ligger på runt 1 mW. Har jag rätt i mitt antagande att experimentet kan ha gått till som beskrivs här? (4p)

--- SLUT PÅ TENTAN ---

Tentamen i Optik FFY091

måndag 26 augusti 2019, kl. 14:00-18:00

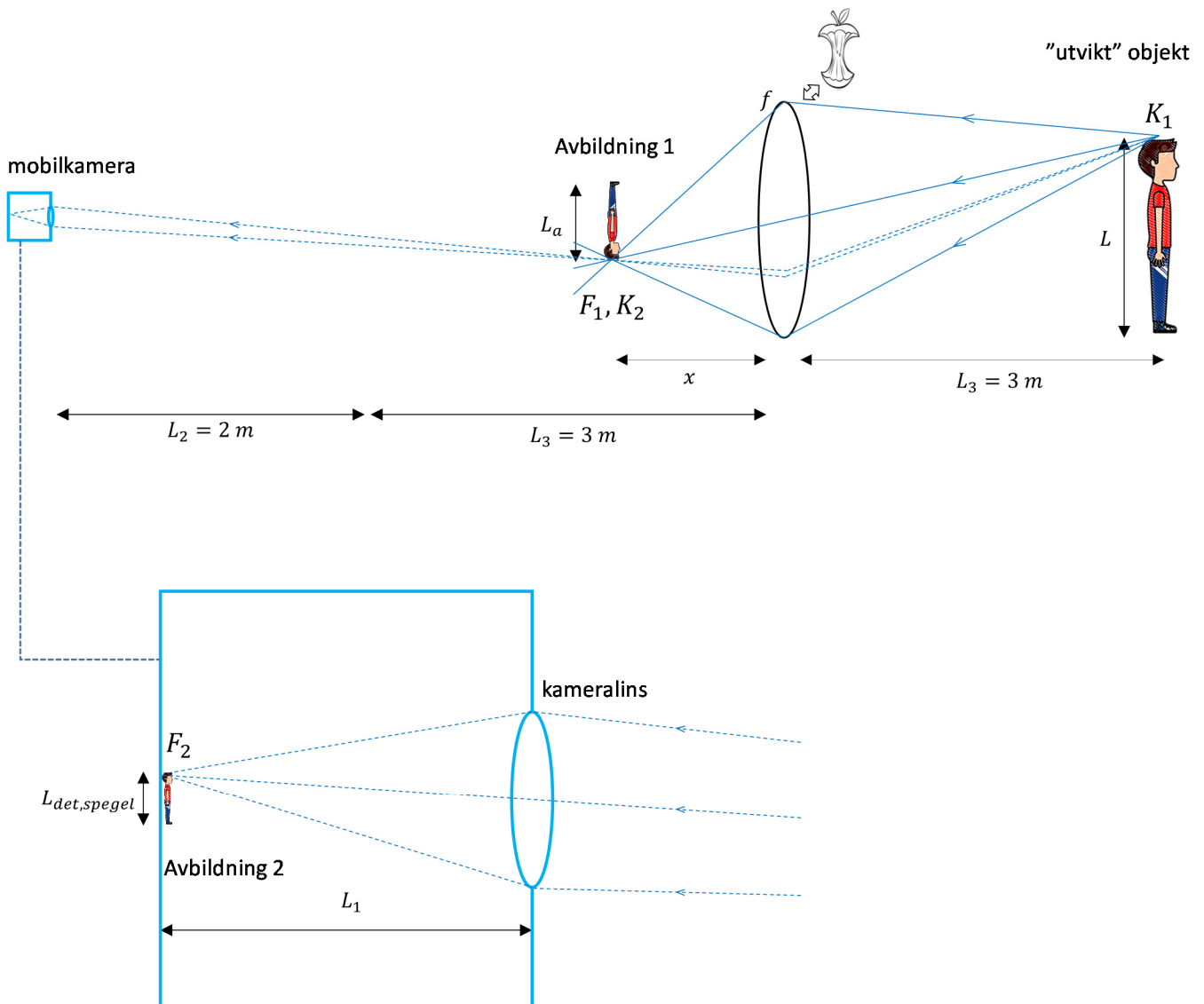
1. Ett äpple om dagen – ger brännskador av tredje graden?

Fotografiet på tentatesen visar intensitetsfördelningen på mobilkamerans detektorarray. Alex avbildas på den via kameranlinsen. Även spegelbilden avbildas på mobilkamerans detektorarray via kameranlinsen. Men spegelbilden är i sin tur en avbildning av Alex i spegeln (äpplet).

(a) Vi börjar med att kolla på avbildningen av Alex i spegeln, Avbildning 1 i figuren nedan. Alex står med ryggen mot den avbildande linsen/spegeln. Jag väljer att vika ut strålgången och ersätta spegelytan med en lins med samma (än så länge okända) fokallängd. I det här fallet väljer jag att vika över objektet, och ljuset från objektet, till högersidan av linsen, så att avbildningen och kameran fortfarande är till vänster, som i ursprungsskissen.

Observera att den konkava spegelytan svarar mot en positiv lins (båda har en fokuserande verkan, vill alltså "samla ihop" ljuset)!

Utvikta strålgång. OBS, ljuset går från höger till vänster!



Punktkällan K_1 på objektet (Alex) sänder ut divergent ljus, som av linsen fokuseras till ett reellt fokus F_1 på sträckan x . Det uppstår en avbildning vars storlek L_a fås från avbildningens förstoring (eller, ekvivalent, ur likformiga trianglar med strålar från Alex fot och huvud genom linsens centrum):

$$L_a = \text{"förstoring} \cdot L" = \left(-\right) \frac{s_i}{s_o} L = \frac{x}{L_3} L$$

där s_i och s_o är de vanliga beteckningarna för avstånd från lins till avbildning respektive objekt (eftersom ljuset ovanligt nog går från höger till vänster blir teckenkonventionerna för s_i och s_o omvända mot normalfallet, så både s_i och s_o är positiva). Här och i fortsättningen skippar vi minustecken på förstoringen eftersom vi bara är intresserade av storleken av avbildningarna.

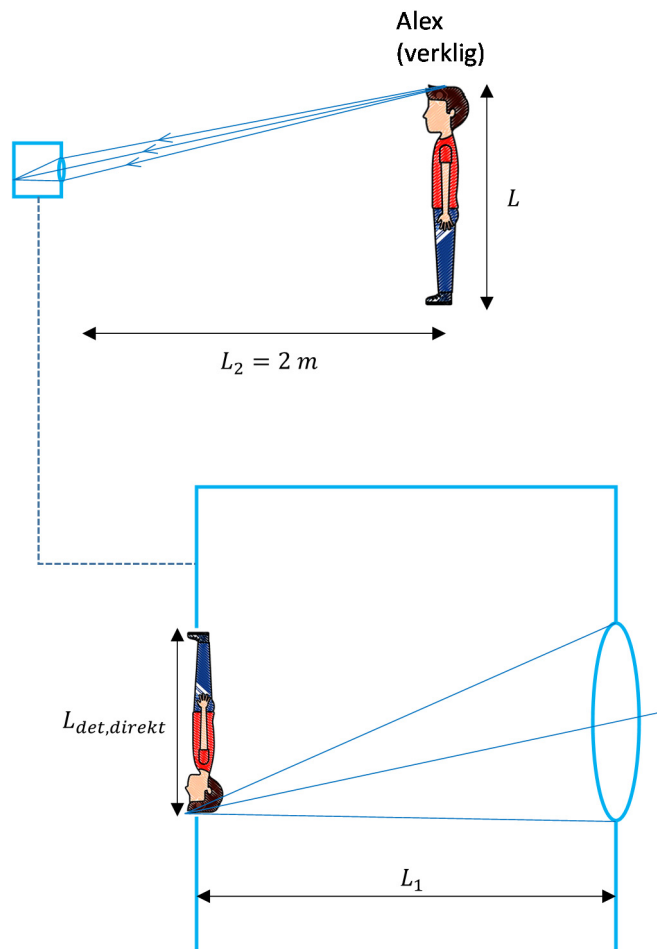
(b) Om vi fortsätter i bilden ovan så avbildas spegelbilden, Avbildning 1, av mobilkamerans lins på kamerans detektorarray. Denna avbildning kallar vi Avbildning 2. Storleken av Avbildning 2, $L_{det,spiegel}$, fås från avbildningens förstoring,

$$L_{det,spiegel} = \text{"förstoring} \cdot L_a" = \frac{L_1}{(L_2 + L_3 - x)} L_a$$

som om vi sätter in vårt tidigare erhållna uttryck för L_a blir

$$L_{det,spiegel} = \frac{L_1 \cdot x \cdot L}{L_3(L_2 + L_3 - x)}$$

Detta ska jämföras med den direkta avbildningen av verklig Alex på mobilkamerans detektorarray:



Storleken av avbildningen fås från avbildningens förstoring,

$$L_{det,direkt} = \text{"förstoring"} \cdot L = \frac{L_1}{L_2} L$$

Vi jämför med bilden av spegelbilden genom att bilda kvoten

$$\kappa = \frac{L_{det,direkt}}{L_{det,spiegel}} = \frac{\left(\frac{L_1}{L_2} L\right)}{\left(\frac{L_1 \cdot x \cdot L}{L_3(L_2 + L_3 - x)}\right)} = \frac{L_3(L_2 + L_3 - x)}{L_2 \cdot x}$$

Detta är alltså hur många gånger längre den "direkta" bilden av Alex är, jämfört med bilden av spegelbilden.

(c) Vi mäter upp kvoten κ ur fotografiet, jag använder den bifogade linjalen och mäter $L_{det,direkt}$ som Alex längd, och $L_{det,spiegel}$ som separationen mellan de två röda pilarna, som ju indikerar spegelbildens längd.



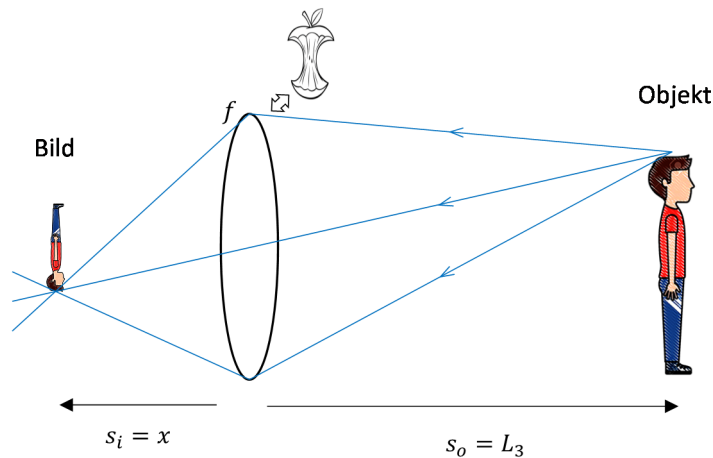
Båda längderna gäller "på detektorarrayen" eftersom det är intensitetsfördelningen på detektorarrayen som vi får från mobilkameran. Mätningen ger

$$\kappa = \frac{L_{det,direkt}}{L_{det,spiegel}} = \frac{10.5 \text{ längdenheter}}{1.7 \text{ längdenheter}} \approx 6.2$$

Ur formeln för κ som vi härledde i (b) löser vi ut sträckan x , och sätter in värden, inklusive det uppmätta värdet på κ

$$x = \frac{L_3(L_2 + L_3)}{(L_2 \cdot \kappa + L_3)} = \frac{3m(2m + 3m)}{(2m \cdot 6.2 + 3m)} = 0.97 \text{ m}$$

(d) Eftersom vi nu känner sträckan x kan vi använda Gauss linslag för avbildningen via spegeln, för att ta reda på spegelns fokallängd f



Gauss linslag ger

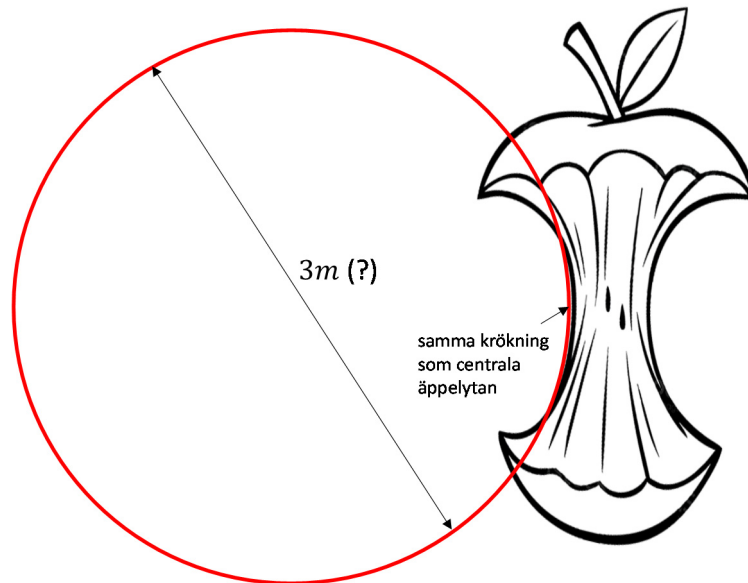
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{L_3} + \frac{1}{x} = \frac{1}{3m} + \frac{1}{0.97m} \Rightarrow f = 0.73 \text{ m}$$

Detta är en *stark* lins/spegel, eftersom den har en kort fokallängd, cirka 73 cm (detta är nog minst en värdesiffra för mycket, med tanke på mätningarnas noggrannhet, men vi kör så här!), i förhållande till sin utsträckning i tvärsled (äpplets storlek). Det betyder att det bara råder paraxiella förhållanden för ljuset som träffar äpplet hyfsat i mitten. Det är bl.a. därför vi bara tar med en begränsad, central, del av den speglande ytan i beräkningarna i uppgift (f).

Krökningsradien R_s för en speglande yta fås ur dess fokallängd som

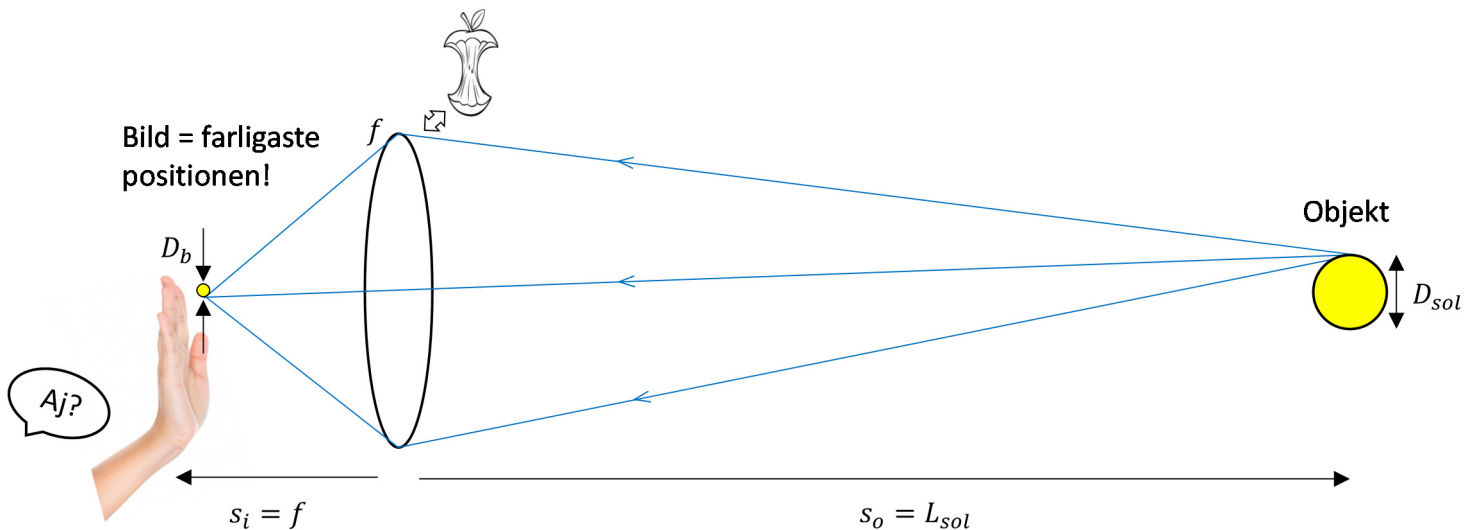
$$R_s = 2f = 1.45 \text{ m} \approx 1.5 \text{ m}$$

Man kan alltså tänka sig att äppelytan, åtminstone den centrala delen, utgör insidan av ett sfäriskt skal, gjort av ett tunt, reflekterande material, med en diameter av $2R_s = 3 \text{ m}$:



Det verkar förhoppningsvis inte orimligt, om man betänker hur äpplet ser ut.

(e) Att "fokusera" en utsträckt ljuskälla som solen (och alla andra icke-laserkällor) innebär att ljuset från varje punktkälla på ytan av källan fokuseras. Man gör alltså en *avbildning* av den utsträckta ljuskällan. Eftersom solen är mycket avlägsen uppstår bilden på fokallängds avstånd:



Farligaste avståndet från reflekterande ytan på äpplet att ha sin arm eller sitt ben på är alltså f , d.v.s cirka 73 cm (detta värde innehåller osunt många värdesiffror, som påpekats tidigare).

(f) Vi räknar enbart med det ljus som infaller på en central del av äppelytan med arean $30 \times 60 \text{ cm}$. Effekten hos solljuset som infaller på denna yta är

$$P_{in} = 100 \text{ W/m}^2 \cdot 30 \text{ cm} \cdot 60 \text{ cm} = 18 \text{ W}$$

eftersom solstrålningen antas ha intensiteten 100 W/m^2 . Om vi antar att den reflekterande ytan reflekterar allt ljus kommer denna effekt att fördela sig över bildens yta, med intensitet

$$I_b = \frac{P_{in}}{\pi \left(\frac{D_b}{2}\right)^2}$$

Solavbildningens diameter fås från avbildningens förstoring

$$D_b = \text{"förstoring"} \cdot D_{sol} = \frac{f}{L_{sol}} D_{sol} = \frac{0.73 \text{ m}}{150 \text{ milj. km}} \cdot 1.4 \text{ milj. km} = 6.8 \text{ mm}$$

som insätts i uttrycket för I_b

$$I_b = \frac{18 \text{ W}}{\pi \left(\frac{6.8 \text{ mm}}{2}\right)^2} = 5 \cdot 10^5 \text{ W/m}^2 = 500 \text{ kW/m}^2$$

Detta jämför vi med intensiteten hos en spisplatta, diameter $D_{platta} = 25 \text{ cm}$, på maxeffekt $P_{platta} = 3 \text{ kW}$,

$$I_{platta} = \frac{P_{platta}}{\pi \left(\frac{D_{platta}}{2}\right)^2} = \frac{3 \text{ kW}}{\pi \left(\frac{25 \text{ cm}}{2}\right)^2} = 6 \cdot 10^4 \text{ W/m}^2 = 60 \text{ kW/m}^2$$

Fysik-äpplet skulle alltså kunna vara upp till ~ 10 gånger farligare än en spisplatta på full effekt!

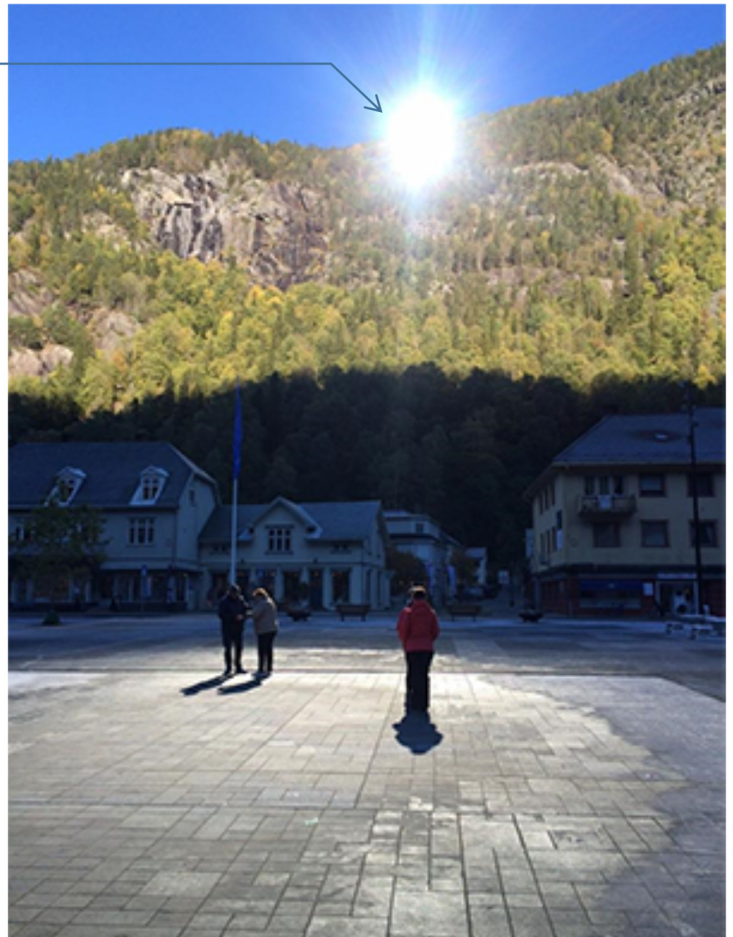
2. Norsk optikk

Svarsforslagen ges enbart i en svenskspråkig version.

(a) Rjukan har en central plats i Norges moderna hjältehistoria. Under andra världskrigets ockupation lade tyskarna beslag på Norsk Hydros tungvattenanläggning i Rjukan. Tyskarna skulle använda tungt vatten till sitt atomvapenprogram. Anläggningen sprängdes delvis av norska motståndsmän under en nattlig räd, dessa har blivit kända som

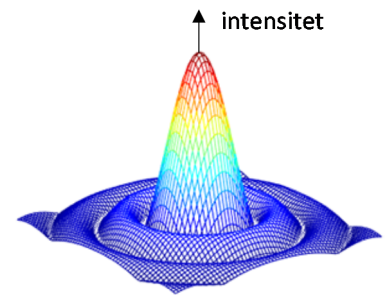


Vi i Optik F2 känner dock Rjukan främst som *hemorten för de fiffiga solspeglarna*, med vars hjälp ett förvånansvärt stort antal tentauppgifter har konstruerats genom åren:

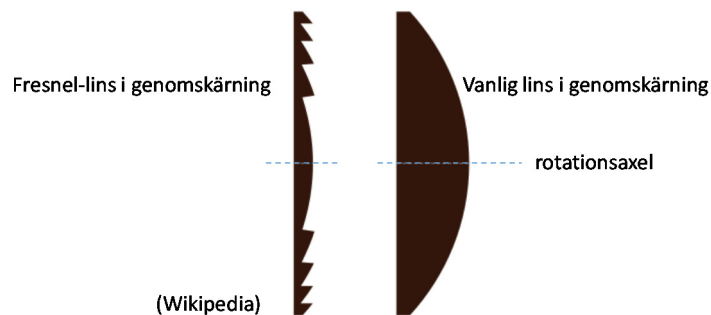


Lägg märke till hur frosten smälter på det belysta området av torget!

(b) Airy-mönstret är förvisso ett berömt diffraktionsmönster (fjärrfältet från ett cirkulärt konstant fält), men är uppkallat efter den brittiske fysikern och astronomen George Biddell Airy (1801-1892). Mönstret är alltså inte "luftigt".



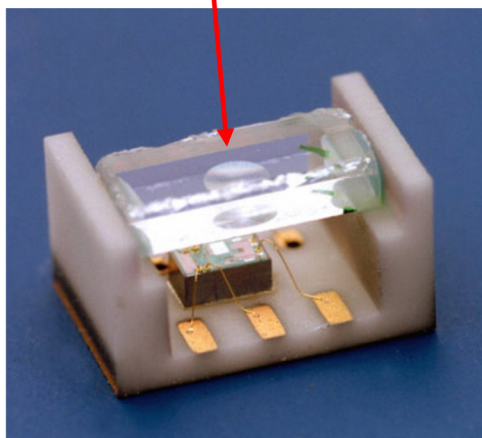
(c) Den speciella linsen uppfanns av vågteorins hjälte – Augustin Fresnel (1788-1827). Linsen kallas därför för Fresnel-lins. Fresnel insåg att ljusbrytningen när ljus går från luft till glas, och vice versa, är den viktiga funktionen i en lins. Propagationen inuti linsen är av mindre betydelse. Alltså konstruerade han en lins med samma lutning på ytorna som en vanlig lins, men mycket tunnare. "Förtunningen" åstadkoms genom att linsen indelas i segment, med abrupta språng i linsens relief.



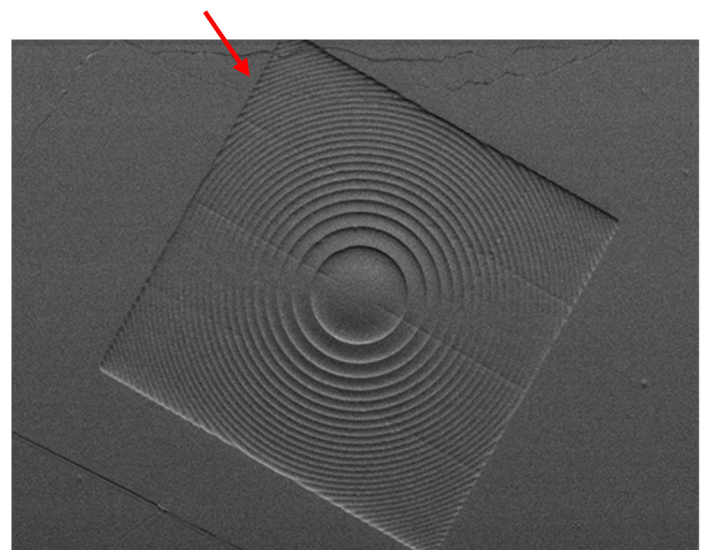
(d) En starkt fokuserande lins är kraftigt buktig och därför tjock på mitten. Har den dessutom stor diameter blir den ohyggligt tung. *Fresnel-linsen är tunn och därför mycket lättare.* Fresnel-linsen är därför populär när man vill fokusera/kollimera ljus med hjälp av en stor lins i tillämpningar där inte kraven på optisk kvalitet är alltför höga (man ska ju inte använda fyr-linsen till avbildning). De abrupta sprången i ytprofilen introducerar oundvikligen störningar som bl.a. leder till ökad ljusspridning.

Anmärkningsvärt nog är Fresnel-linser också populära när man vill göra *riktigt små linser* – mindre än en millimeter i diameter. Det beror på att linsen är tunn och därmed enkel att göra med vanliga processer för mikrofabrikation. Här är två exempel på Fresnel-linser som är tillverkade i MC2s renrum på Chalmers:

Fresnel-lins på glasbitens undersida (kollimerar ljuset från halvledarlasern på chippet under)



Fresnel-lins i ytan på en halvledare



3. Korta frågor – superkorta svar

(a) Polarisatorn är nästan inte alls känslig för våglängden. Dess grundläggande funktion, att tillåta fria elektroner att röra sig åt ett håll, men inte åt det vinkelräta hållet, med hjälp av "metallremsor" eller avlånga ordnade molekyler är inte våglängdsberoende.

Kvartsvågsplattan, däremot, bygger på att ljus i två ortogonala polarisationsriktningar (eo-riktningen och o-riktningen) får olika fasändringar när de går genom plattan. För en kvartsvågsplatta ska skillnaden i fasändring uppgå till 90° . Men fasändringen beror på "fasändring per längdenhet", $k_0 \cdot n_{eo/o} = (2\pi/\lambda) \cdot n_{eo/o}$, som uppenbarligen är våglängdsberoende, och därmed är även skillnaden i fasändring mellan de två ortogonala polarisationsriktningarna våglängdsberoende på samma sätt. En kvartsvågsplatta har därför alltid en specificerad designvåglängd.

(b) Som vi simulerar i HUPP 2 kan icke-ideala kvartsvågsplattor, med en fasförskjutning som avviker från 90° , ge upphov till en *spökbild* när vi sitter med 3D-glasögon på biografen; alltså att den bild som ska ses av t.ex. höger öga också kan uppfattas svagt med vänster öga (och vice versa).

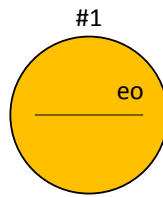
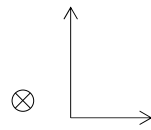
Man kan åtgärda detta genom att ändra orienteringen av projektorns kvartsvågsplatta+polarisator relativt observatörens 3D-glasögon. Man slipper då spökbilden, men å andra sidan får man en viss förlust av intensitet i den önskade bilden genom absorption i 3D-glasögonen. Detta är dock ett mycket mindre problem, i den mån det ens går att uppfatta av biobesökaren, men kan åtgärdas genom att projektorn överdriver intensiteten hos de färger som absorberas mest i 3D-glasögonen (de färger som ligger längst ifrån kvartsvågsplattornas designvåglängd, förmodligen "extremfärgerna" blått och rött i det synliga spektrumet).

(c) Korsade polarisatorer släcker ut allt ljus. Efter den första polarisatorn är ljuset linjärpolariserat i dess transmissionsriktning. Det betyder att inget ljus efter första polarisatorn är polariserat i andra polarisatorns transmissionsriktning eftersom denna är vriden 90° . Inget ljus går därför igenom andra polarisatorn.

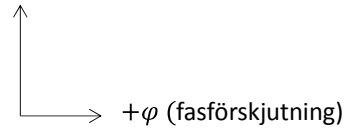
(d) Korsade identiska retarders/vågplattor (t.ex. kvartsvågsplattor) har ingen effekt alls på ljusets polarisation. Vi kan tänka oss ett koordinatsystem med x-axeln längs första vågplattans eo-riktning och y-axeln längs andra vågplattans eo-riktning. Efter första vågplattan har det x-polariserade fältet fått en extrafas φ (vågplattans fasförskjutning; för en kvartsvågsplatta är $\varphi = 90^\circ$) jämfört med det y-polariserade, eftersom eo-riktningen är i x-led. Men den andra fasplattan ger i stället det y-polariserade fältet en extrafas φ eftersom eo-riktningen är i y-led. Totalt genom båda vågplattorna har fält av båda polarisationerna fått samma extrafas, vilket betyder att fasrelationen dem emellan är samma som före vågplattorna. Polarisationstillståndet ändras inte av korsade kvartsvågsplattor. Med en figur kan vi säga samma sak så här:

”korsade vågplattor”

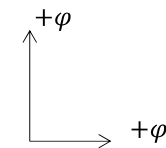
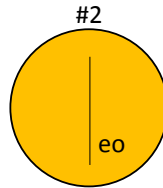
Infält på retarder #1



efter retarder #1



efter retarder #2



∴ Korsade identiska vågplattor (retarders) ”neutraliserar” varandra (oavsett φ)

(e) Som namnet antyder talar PSFen om hur mycket en ”point” (punktkälla på objektet) ”spreads” (sprider ut sig) i bildplanet. I en ideal avbildning ska ljuset från en punktkälla på objektet bli en enda punkt i bildplanet, då har vi en perfekt avbildning som är lika detaljrik som objektet. Detta är omöjligt p.g.a. ljusets vågnatur, men PSFen ska under alla omständigheter vara så liten som möjligt, alltså ha en så liten utbredning som möjligt i bildplanet, för skarpast möjliga bild. Och i ett dåligt avbildande system har följaktligen PSFen en relativt stor utbredning i bildplanet – den är en stor blaffa som överlappar blafforna från många andra punktkällor på objektet, både de mest närbelägna och dem lite längre bort, och skapar en suddig bild.

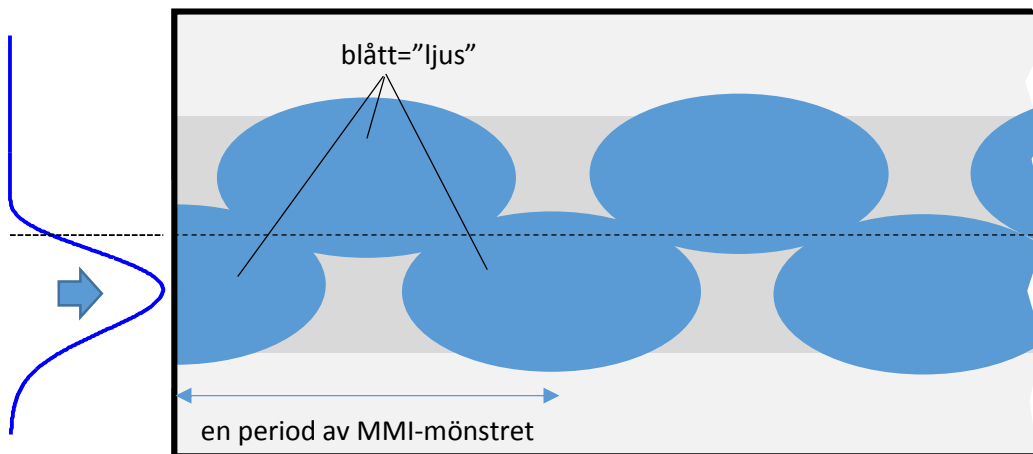
(f) Anledningen till att man får en dålig PSF (d.v.s. en PSF med onödigt stor utbredning i bildplanet) så att man får en suddig avbildning kan t.ex. vara

(i) Att bildplanet inte sammanfaller med ”bästa bildplanet”, som istället ligger lite framför eller bakom. Detta beror på att avståndet mellan lins (linser) och bildplan inte är exakt rätt inställt. Ett mycket vanligt exempel på detta är närsynta ögon där bildplanet (nähinnan) ligger för långt från ögonlinsen, så att bästa bildplanet inträffar någon millimeter eller så framför nähinnan (d.v.s. inuti ögat).

(ii) Imperfekta linser, d.v.s. att linsernas fasmoduleringsfunktion inte är korrekt. Inga linser är naturligtvis helt perfekta, men ett mer extremt exempel var vår studie av HiRISE-teleskopet i HUPP3b där vi först felaktigt antog att linsens fasmodulering kunde beskrivas med vanliga uttrycket från paraxiell teori. Detta gav en gravt icke-optimal PSF, med en väldigt stor utbredning i bildplanet (teleskopets detektorarray), som skulle resultera i en mycket suddig avbildning av ytan på planeten Mars.

(g) Istället för att säga att du lyser med ett icke-centrerat fält på fiberändan kan du alltså lika gärna säga att du belyser fiberändan med två fält som svarar mot var sin mod i fibern. Dessa två moder kommer att börja propagera i fibern och ger då upphov till multimodinterferens (MMI) som innebär att intensiteten inuti fibern "hoppas" uppåt och nedåt i fibern enligt ett periodiskt mönster.

Exakt hur mönstret ser ut beror på fibern och på hur mycket av ljuset som finns i ena moden jämfört med den andra. MMI simuleras mer exakt med BPM-metoden i HUPP 5, men väldigt skissartat kan MMI-mönstret se ut så här, där de blå blubborna markerar områden med hög intensitet:



MMI är ett interferensmönster mellan de två moderna. Vid fiberändan interfererar moderna så att de är identiska med det icke-centrerade fältet, dvs den nedre loben av högre ordningens mod interfererar konstruktivt med fundamentalmoden.

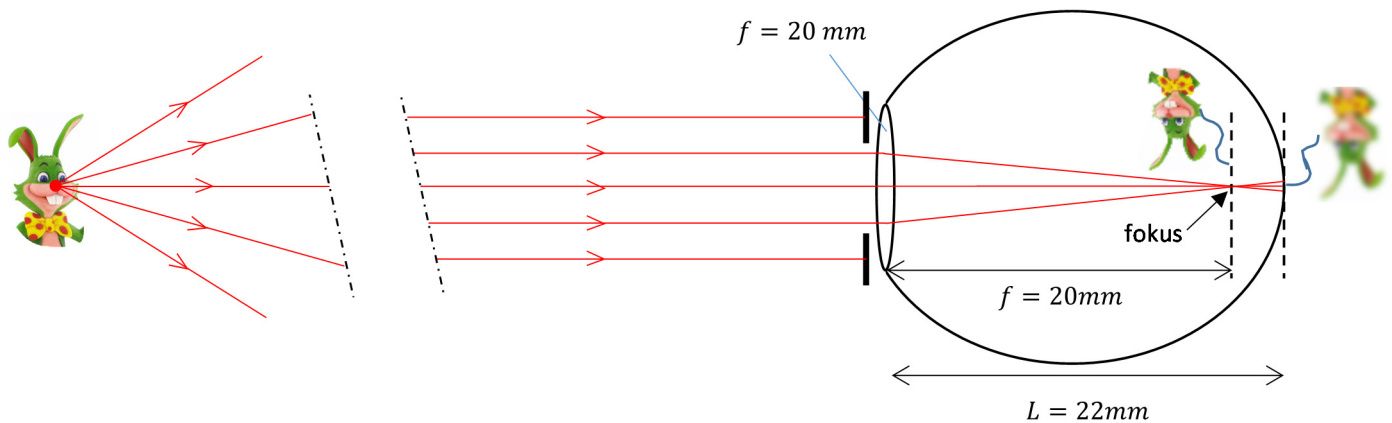
Så varför ser inte fältet ut så här hela vägen i fibern? Det beror på att de två moderna har lite olika effektiva brytningsindex, vilket är samma sak som att säga att "fasändringen per längdenhet" i fiberns längsriktning är lite olika för moderna. När ljuset har propagerat en viss sträcka är därför inte längre den nedre loben av högre ordningens mod i fas med fundamentalmoden, utan den övre loben (som alltid är 180° ur fas med nedre loben). Konstruktiv interferens mellan de två moderna sker nu alltså mellan övre lob och fundamentalmod, med nettoresultat att intensiteten är högst ovanför symmetriaxeln – ljuset tycks ha gjort ett språng uppåt.

Efter en ytterligare sträcka är fasrelationen mellan moderna densamma som vid fiberändan igen (modulo 2π), så att en hel period av MMI-mönstret har fullbordats – och så fortsätter det.

4. Glasögon är dyra – studenter är fattiga

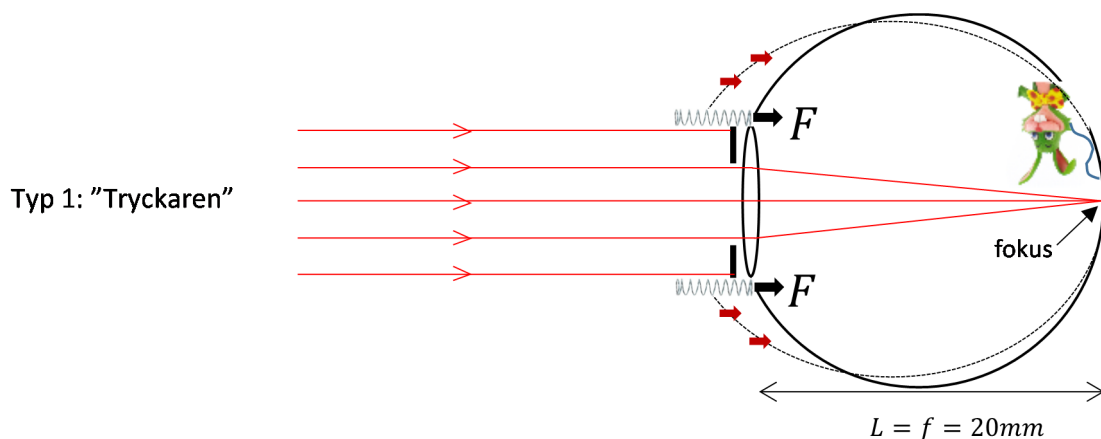
(a) Ett närsynt öga är för långt. (Optiskt sett skulle man lika gärna kunna säga istället att det är ögonlinsen som är för stark, men det visar sig att närsynta personer verkligen har "förlängda" ögon.)

Ljuset från punktkällan på den avlägsna lisebergskaninens nos kommer att komma till ett fokus på fokallängds avstånd från linsen, alltså efter 20 mm, och sedan divergera under de återstående 2 mm fram till näthinnan. Det blir alltså en ljusblaffa på näthinnan som är större än minsta möjliga, och därmed blir hela bilden suddigare än i fokusplanet.



(b) Eftersom närsynta ögat är för långt är den naturliga åtgärden att göra ögat kortare. Sagt och gjort, den föreslagna glasögonstypen "Tryckaren" är en förmodligen mycket obekvämlösning på detta problem: man applicerar ett tryck fram till på ögat för att trycka ihop ögat så att det blir kortare.

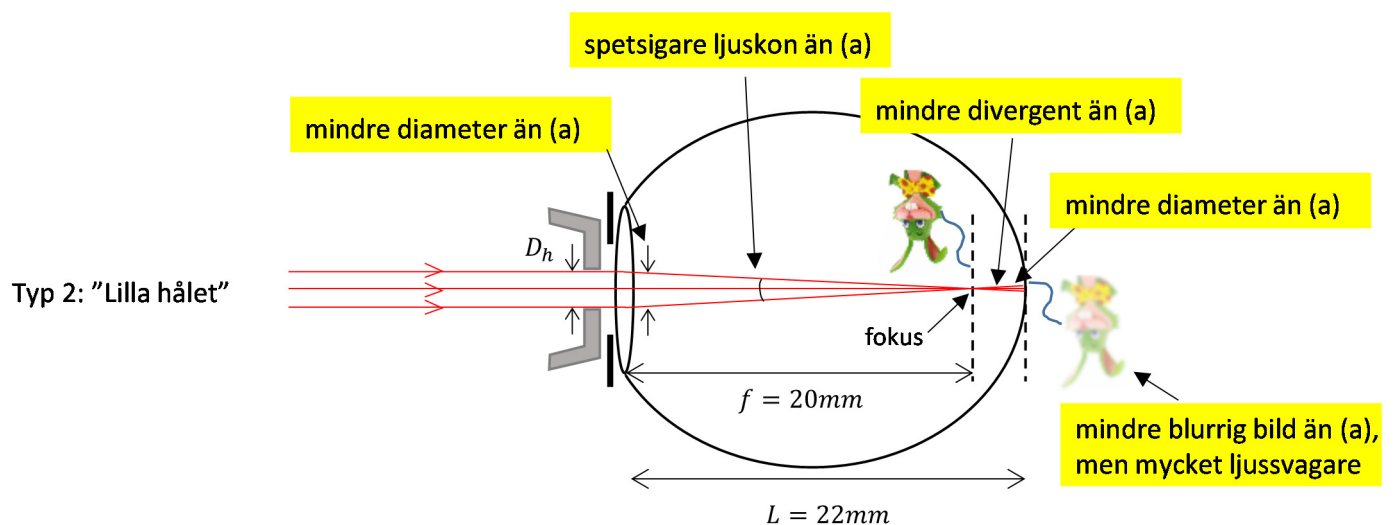
Strålgången blir som tidigare, bara att nu ligger näthinnan i fokusplanet i stället för ett stycke bakom. I teorin har vi nu skarpast möjliga bild av kaninen.



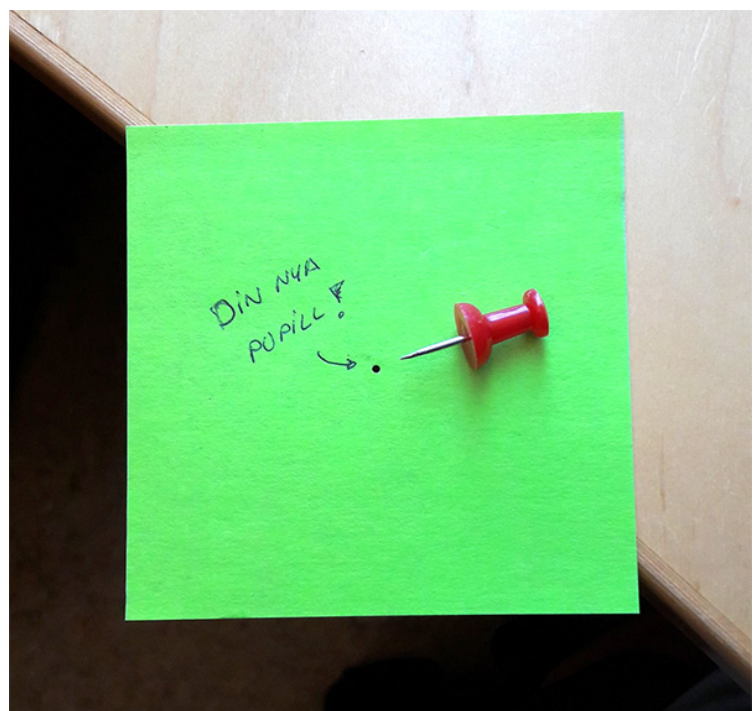
Om du är närsynt kan du prova denna metod genom att trycka med fingrarna; ett finger strax ovanför och ett strax under pupillen (låt ögonlocken vara mellan finger och hornhinna så blir det mindre obekvämligt). Du ska då möjligen kunna se att omvärlden blir lite skarpare, men tyvärr deformerar man samtidigt ögat, så man kommer inte att få till någon riktigt bra synskärpa. I praktiken är detta ingen bra metod.

(c) För glasögonen av Typ 2 ligger näthinnan lika långt bakom fokusplanet som för det närsynta ögat utan glasögon. Men man kan minska storleken av ljusblaffan på näthinnan genom att försöka minska divergensen på ljuset efter fokusplanet. Detta gör man genom att minska pupilldiametern. I praktiken funkar vårt hål som pupill eftersom den har mindre diameter än den verkliga pupillen. Genom att minska pupilldiametern blir ljuskonen inuti ögat spetsigare – ljuset blir mindre konvergent före fokus och mindre divergent efter. Därför hinner det inte expandera lika mycket från fokusplanet till näthinnan, blaffan på näthinnan blir mindre, och därmed hela bilden skarpare.

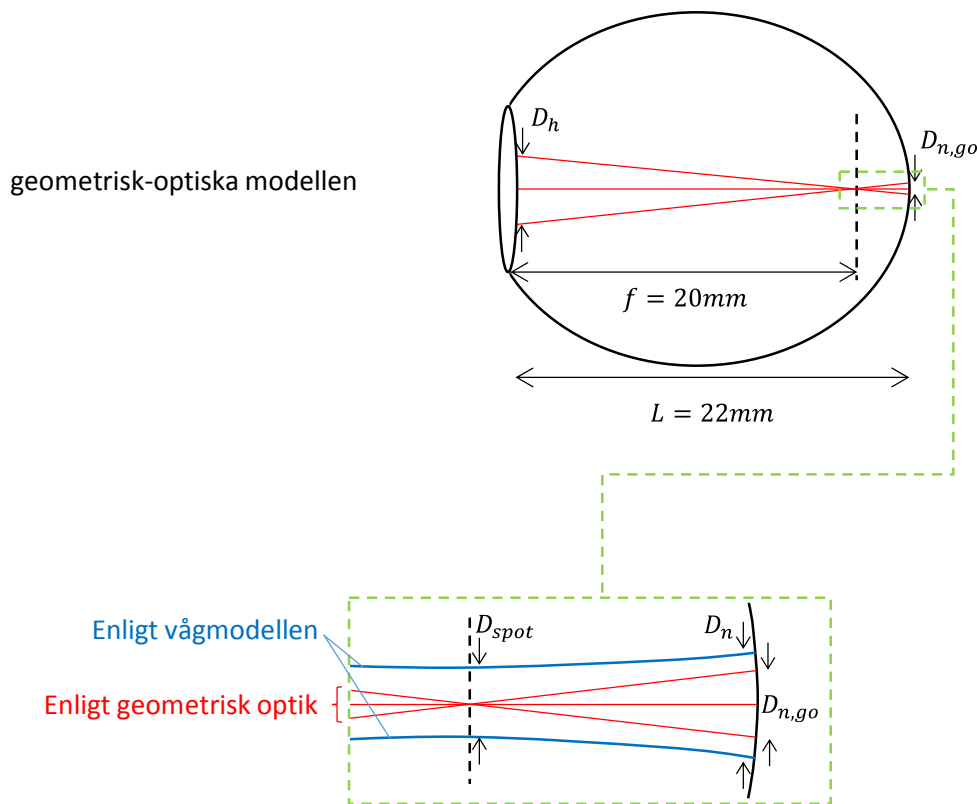
(d) I skissen över strålgången har skillnaden jämfört med fall (a), d.v.s. utan glasögon, markerats med gult:



Den här principen att se skarpare fungerar faktiskt alldeles utmärkt (till skillnad från "Tryckaren"). Tag bara ett papper eller en bit aluminiumfolie och gör ett litet hål med en nål. Sätt pappret/folien precis framför ögat och titta genom hålet! Är du rejält närsynt kan du få en *stor* förbättring, du kan t.ex. läsa text på avstånd som är helt omöjliga när du tar bort pappersslappen/folien framför ögat. Nackdelen är dock också uppenbar: hålet släpper igenom så lite ljus jämfört med din ordinarie pupill att bilden blir mycket ljussvagare.



(e) Våra resonemang hittills bygger på geometrisk optik. Vi tänker oss att ljuset går som raka strålar inuti ögat. Strålarna bildar en kon, "ljuskon", med spetsen i fokusplanet.



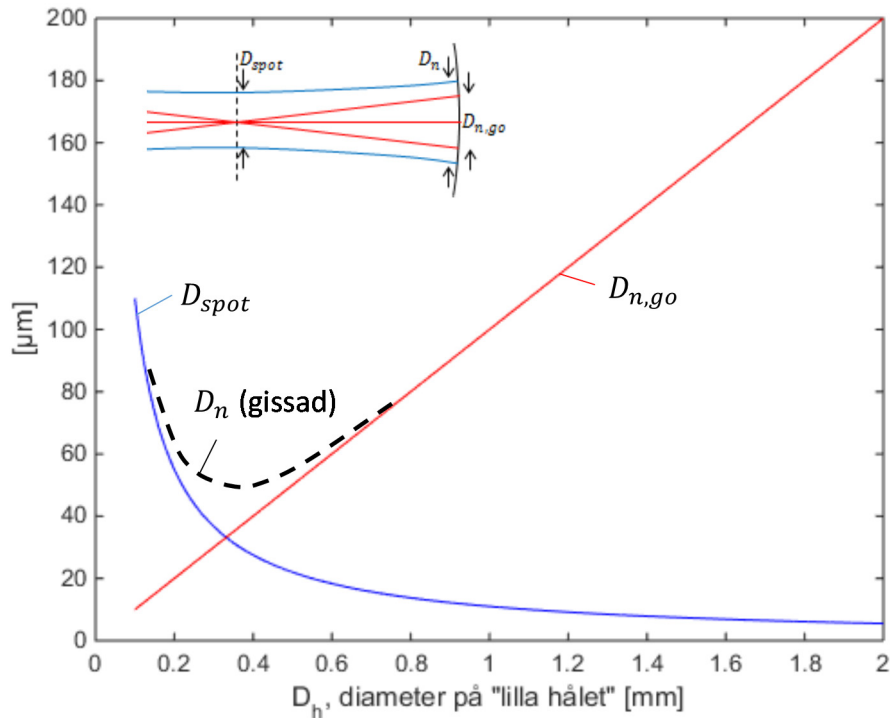
Genom att göra startdiametern på konen, D_h , tillräckligt liten kan vi också få ljusfläcken på näthinnan att bli godtyckligt liten; likformighet ger

$$D_{n,go} = \frac{L - f}{f} D_h$$

där subscript "go" betecknar "enligt geometrisk optik". Vi vet ju dock att inte ens i fokusplanet kan ljusfläcken bli oändligt liten. Om linsen är perfekt ges storleken av ljusfläcken i fokusplanet, D_{spot} , av tumregeln för minsta spotsize för ett fält som är perfekt fokuserat på avståndet f ,

$$D_{spot} \approx \frac{\lambda}{D_h} f$$

Dessa två samband är utritade som den röda respektive blå kurvan i grafen nedan ($\lambda = 550\text{nm}$ valdes som värde för våglängden, ungefär mitt i det synliga spektrumet).



Om D_h är mycket liten blir ljuskonen väldigt spetsig och enligt den korrekta vågmodellen blir fokuset långsträckt i propagationsriktningen, ungefär så som visas i figuren ovan. Ljuset divergerar väldigt lite från fokusplanet till näthinnan, så ljusfläckens verkliga storlek på näthinnan, D_n , är bara obetydligt större än ljusfläckens storlek i fokusplanet, D_{spot} . Därför låter jag i min gissning D_n -kurvan ansluta till D_{spot} -kurvan när D_h blir mycket liten.

Å andra sidan vet jag att geometrisk optik ger en bra approximation av D_n när D_h blir större, så att vi har en distinkt ljuskon inuti ögat. Så jag låter min gissade D_n -kurva ansluta till $D_{n,go}$ -kurvan för större värden på D_h .

Frågan i uppgiften gällde hur länge vi kan minska diametern på lilla hålet, D_h , och fortfarande få en skarpare bild, alltså mindre värde på D_n . Svaret är att det går ända ned till D_n -kurvans minpunkt. Rimligen bör den ligga nära skärningspunkterna för D_{spot} - och $D_{n,go}$ -kurvorna, som framgår av grafen ovan. D_h -värdet i skärningspunkten ges av

$$D_{n,go} = D_{spot} \Rightarrow \frac{L-f}{f} D_h \approx \frac{\lambda}{D_h} f \Rightarrow D_h \approx \sqrt{\frac{\lambda}{L-f}} \cdot f \approx \sqrt{\frac{550 \text{ nm}}{22 \text{ mm} - 20 \text{ mm}}} \cdot 20 \text{ mm} \approx 0.3 \text{ mm}$$

vilket onekligen är ett ganska litet hål (betydligt mindre än pupilldiametern)! Förmodligen är du tvungen att ha ett större hål än så för att inte ljusstyrkan ska bli alltför låg (om du observerar ett solbelyst scenario kan dock ljusstyrkan vara tillräcklig) så den enkla praktiska regeln för inomhusbruk blir

Använd *minsta möjliga hål* som gör ljusstyrkan tillräckligt hög!

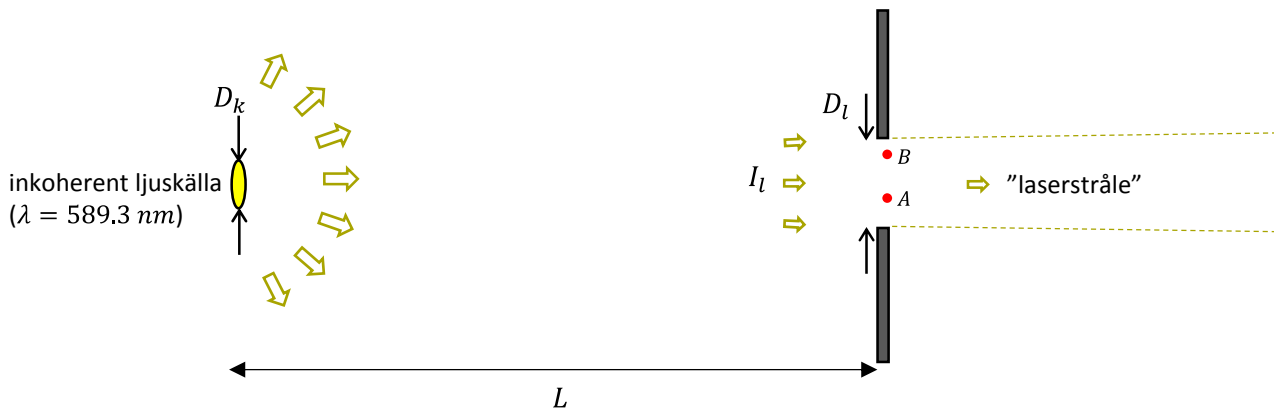
5. "Merde, om jag bara haft en laser!"

(a) En *inkoherent* ljuskälla har punktkällor på sin yta (atomer/molekyler med sina elektronmoln) som sänder ut sfäriska vågor oberoende av varandra. Man säger att punktkällorna är okorrelerade. Den viktigaste konsekvensen av detta är att faserna hos fälten från olika källor driver (fluktuerar) mycket snabbt relativt varandra, även när källorna sänder ut ljus med nominellt samma våglängd/frekvens. Alla vanliga (icke-laser) ljuskällor är inkoherenta.

(b) Fältet i punkterna A och B har en fix relation. Ett sådant fält sägs vara *koherent* (åtminstone över ett avstånd som svarar mot separationen mellan A och B). Eftersom i detta fall en linje mellan A och B ligger ungefär vinkelrätt mot fältets utbredningsriktning kallas denna koherens för *rumskoherens* (*spatiell* koherens). Detta till skillnad mot koherens längs ljusets huvudsakliga utbredningsriktning som kallas tidskoherens (temporal koherens).

(c) På denna ledande fråga bör man definitivt svara ja, gärna följt av ett utropstecken! Man måste skilja på själva ljuskällan, d.v.s. samlingen av okorrelerade punktkällor, och det ljus som propagerat iväg från källan. *Ljus har alltid en viss grad av koherens*, både rums- och tidskoherens, och *rumskoherensen ökar med avståndet* som ljuset propagerat från källan. Detta beror på att synvinkeln som ljuskällan upptar minskar med avståndet, och det visar sig leda till ökad rumskoherens hos ljuset.

(d) Hålet funkar som en helt vanlig ljuskälla, vi kan alltså tänka oss en fysisk ljusutsändande yta med diameter D_k , så som illustreras i bilden nedan:



Som alla inkoherenta källor sänder den ut sitt ljus i alla riktningar i en halvsfär – det är därför alla i FB-salen kan se föreläsaren (och alla andra föremål) oavsett vinkeln till föremålet. Och som sagt, den spatiella koherenslängden, l_s , ökar med avståndet från källan. Vi kan använda tumregeln för spatiell koherenslängd från en inkoherent ljuskälla för att grovt beräkna l_s

$$l_s \approx \frac{\lambda}{D_k} L$$

där D_k är ljuskällans utbredning (diameter) och L är avståndet från källan. Vi beräknar l_s för ljuset när det propagerat fram till den andra aperturen, alltså då $L = 2m$,

$$l_s \approx \frac{589.3nm}{1mm} 2m = 1.2 mm \approx 1 mm$$

Om aperturen har en diameter $D_l \approx 1 mm$ (eller mindre) ligger punkterna A och B på ett avstånd som är mindre än den spatiella koherenslängden och har därför en hyfsat fix fas- och amplitudrelation. Fältet efter aperturen utgörs då av en "laserstråle"!

(e) Den inkoherenta ljuskällan sänder ut effekten $P_k = 1W$. Denna sänds ut jämnt i en halvsfär, så intensiteten hos ljuset på avståndet L från källan är

$$I = \frac{P_k}{\left(\frac{4\pi L^2}{2}\right)}$$

där uttrycket inom parentes är arean av en halvsfär med radien L . Vid den andra aperturen är avståndet från ljuskällan $L = 2m$, så intensiteten hos laserstrålen blir

$$I_l = I(L = 2m) = \frac{1W}{\left(\frac{4\pi(2m)^2}{2}\right)} = 0.04 W/m^2$$

Effekten P_l hos laserstrålen är dess intensitet multiplicerat med dess area, alltså

$$P_l = I_l \cdot \pi \left(\frac{D_l}{2}\right)^2 = 0.04 W/m^2 \cdot \pi \left(\frac{1 mm}{2}\right)^2 = 3 \cdot 10^{-8} W = 30 nW$$

Detta är en oerhört liten effekt, cirka 30000 gånger lägre effekt än i en HeNe-laserstråle (som har en effekt på cirka $1 mW$). Den rimliga slutsatsen är att det *knappast var så här deras försök gick till!* Är det någon som har någon information om hur experimentet faktiskt gick till, hör gärna av dig!