

# Tentamen i Optik FFY091

onsdag 12 juni 2019, kl. 14:00-18:00

Examinator och jourhavande lärare Jörgen Bengtsson, tel. 031-772 1591, **finns på plats ca kl 15 och 17** för att svara på frågor. För betyg 3, 4, 5 krävs 30, 40 resp. 50 p, inkl. bonus, av max 60 p, se vidare Kursinformation på kurshemsidan. På kurshemsidan publiceras även lösningsförslag efter tentan. Visning/uthämtning av tenta sker efter överenskommelse via e-mail.

**Tillåtna hjälpmedel:** Typgodkänd räknare, linjal, samt ett ark (två sidor) A4-papper med egenhändigt handskrivna, valfria anteckningar.

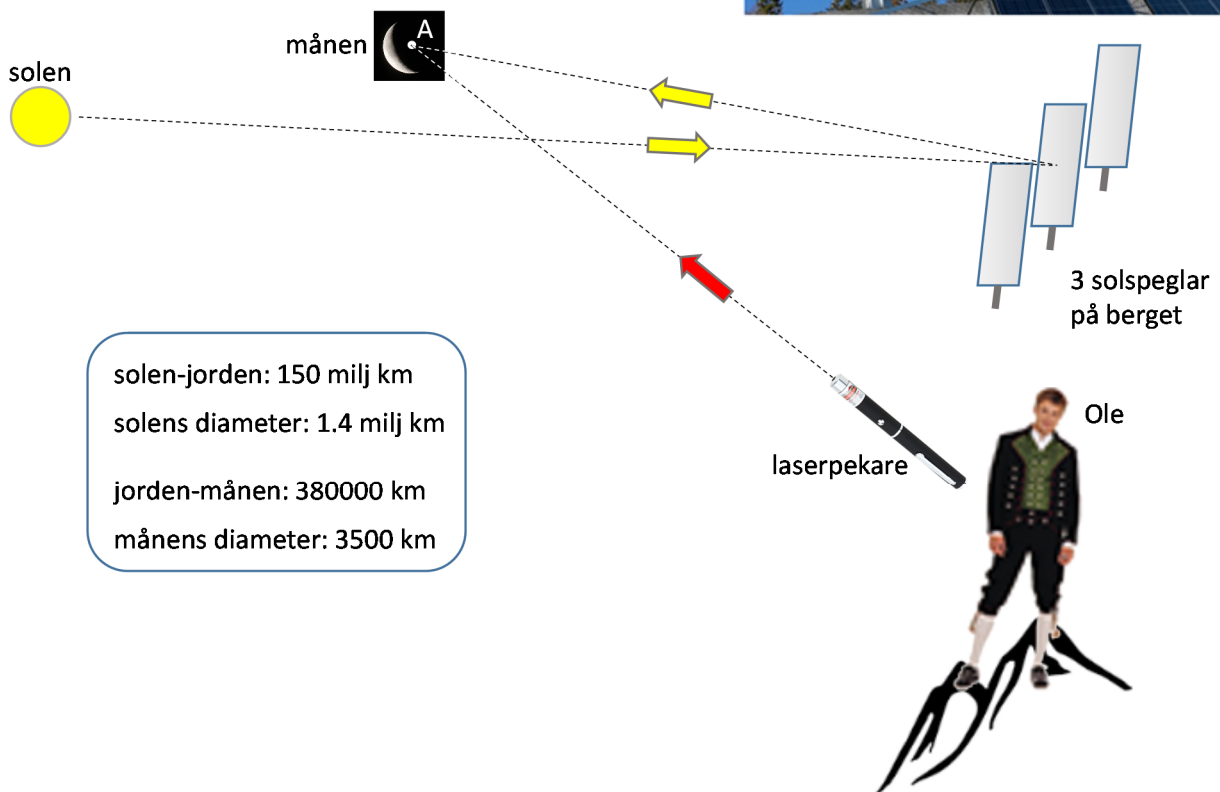
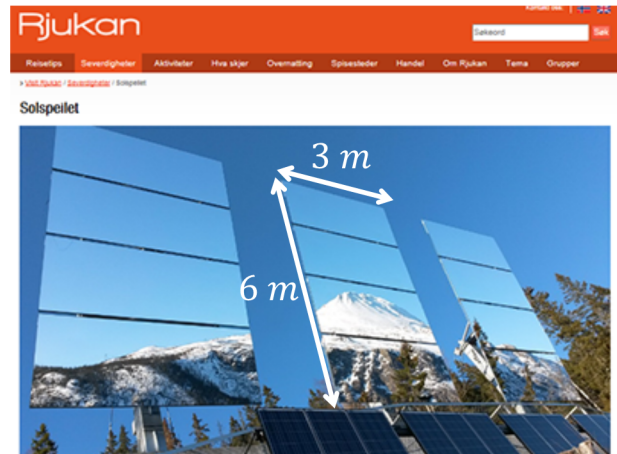
## 1. Rjukan - alltid verdt et besøk! ~~besøk!~~ optikkproblem!

Byn Rjukan i Norge ligger i en dal dit solens strålar aldrig når ner under vintern. För att få solljus har man därför satt upp tre stora, plana, rörliga speglar på bergskammen ovanför byn. Varje spegel har måtten  $3 \times 6$  m. På sommaren, när inte speglarna behövs för att belysa byn, kan man istället roa sig med att belysa månen!

(a) Det råder nymåne en sommarkväll i Rjukan. Strax innan solen går under horisonten riktas solspeglarna så att solreflexen från varje spegel centreras i punkten A mitt på månen, se figur nedan. Hur hög blir intensiteten i punkten A? Antag att solljuset in på speglarna har intensiteten  $500 \text{ W/m}^2$ , och att solen-månen-Rjukan ligger på ungefär rät linje. (7p)

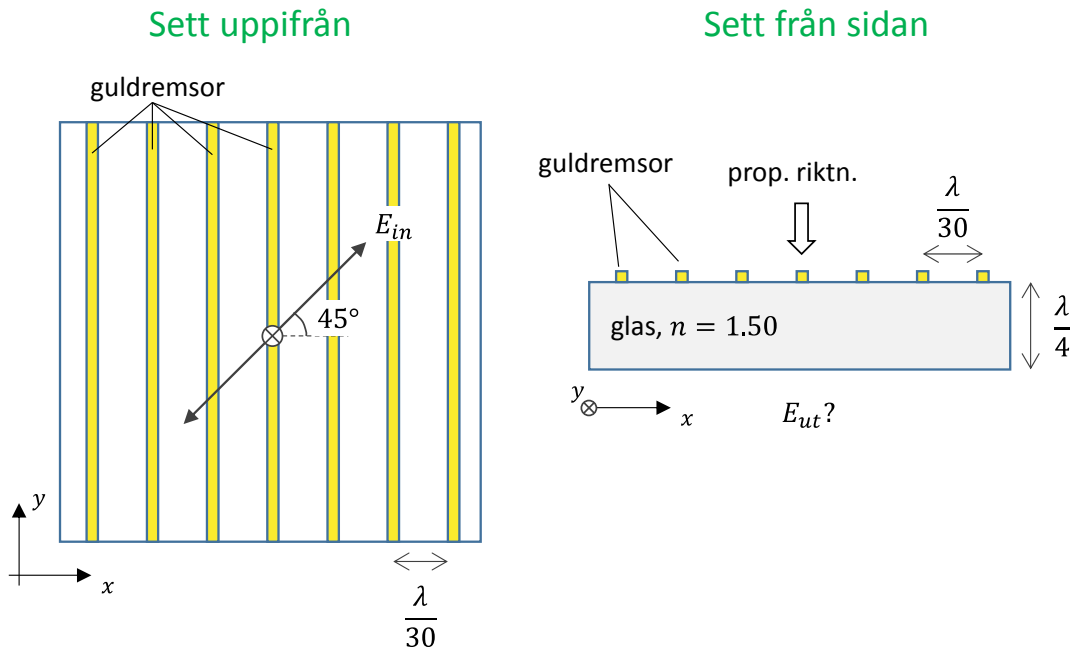
(b) Jämför din beräknade intensitet i punkt A på månen med intensiteten hos månskens på jordytan (från fullmåne)! Utnyttja den gamla tumregeln att fullmånens sken är cirka en halv miljon gånger svagare än solskens. (1p)

(c) Den osympatiska lasergutten Ole ogillar solspeglarna och vill visa att han minsann kan belysa månen bättre. Han riktar därför sin olagligt starka röda laserpekare mot punkt A på månen. Effekten hos laserstrålen är  $10 \text{ mW}$ , vilket är ungefär 10 gånger starkare än tillåtet för en laserpekare. När laserstrålen lämnar laserpekaren är den kollimerad (parallell), och har en diameter av ungefär  $2 \text{ mm}$ . Blir intensiteten i punkt A större från Oles laser än från solspeglarna? (4p)



## 2. Polarisationsändrande TOK

En glasplatta (gjord av *isotrop* material, d.v.s. samma egenskaper i alla riktningar) har belagts med ett tunt lager guld (som är en *metall*, d.v.s. en god men ej perfekt elektrisk ledare). Guldlaget är tillräckligt tjockt för att inget ljus ska komma igenom. Delar av guldsiktet etsas därefter bort så att det bildas ytterst smala och tätliggande remsor av guld på glasplattan, som visas i figuren. Figuren anger också avståndet mellan remsorna och tjockleken på glasplattan uttryckt i våglängden  $\lambda$ .

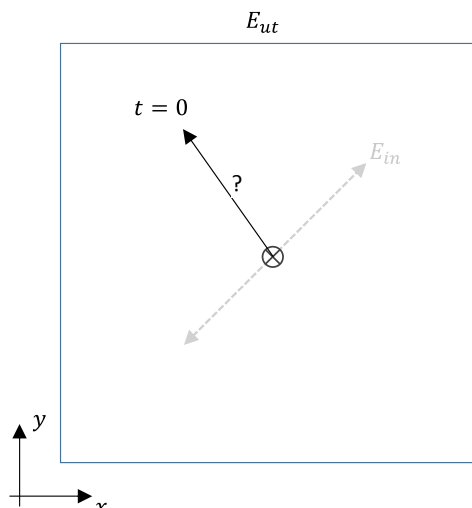


Komponenten belyses med en kollimerad röd laserstråle (våglängd  $\lambda = 633\text{nm}$ ). Det normalt infallande ljuset (fältet  $E_{in}$ ) är linjärpolariserat  $45^\circ$  mot  $x$ -axeln.

**(a)** Vad är polarisationstillståndet hos ljuset som passerat genom komponenten (fältet  $E_{ut}$ )? Beskriv polarisationstillståndet genom att rita E-fältets vektor vid fem tider  $t$ , nämligen

$$t = n \cdot \frac{T}{4}; \quad n = 0, 1, 2, 3, 4$$

där  $T$  är periodtiden för fältets oscillationer. Rita i ett diagram som ser ut ungefär som det här nedan (fältpilen för  $t = 0$  är enbart en illustration). Välj själv vilken tid du definierar som  $t = 0$ . (6p)



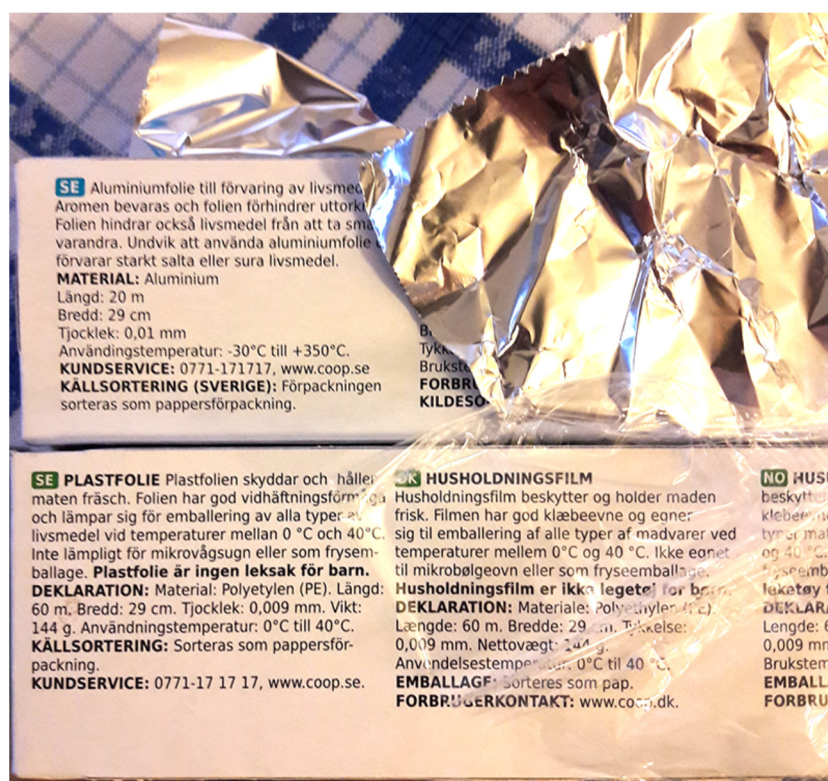
PS: Innan du tänker för mycket, kolla uppgift (c)!

(b) Guldremsorna utgör en en-dimensionell periodisk struktur. Komponenten borde alltså funka som ett gitter, vilket som bekant skickar ut ljus i olika riktningar (diffraktionsordningar). Något sådant fenomen observerar man dock inte, allt ljus går bara rakt fram efter komponenten. Varför? (4p)

**Ledning:** Vilken diffraktionsvinkel skulle första diffraktionsordningen ha i detta fall?

(c) Skulle den här komponenten kunna existera som fristående komponent i verkligheten, eller har någon av dess parametrar tilldelats ett helt orealistiskt värde för att frågeställaren vill lura stackars tentander att tänka på en annan typ av polarisationsändrande TOK som inte alls är aktuell i denna uppgift? (2p)

**Ledning:** Kolla data för den sladdriga plast- och aluminiumfolie som jag köpt på Coop!



### 3. Lasergutten Ole är elak mot djur och svenskar

Du studerar en myra genom ett rör med två linser, se bild nedan. Plötsligt kommer elake Ole och puttar bort myran med sin olagligt starka laserpekare (samma 10 mW-laser som i uppgift 1), och lyser rakt in i röret! Blir det farligt för dig?

Antag att det blir farligt om följande två villkor är uppfyllda

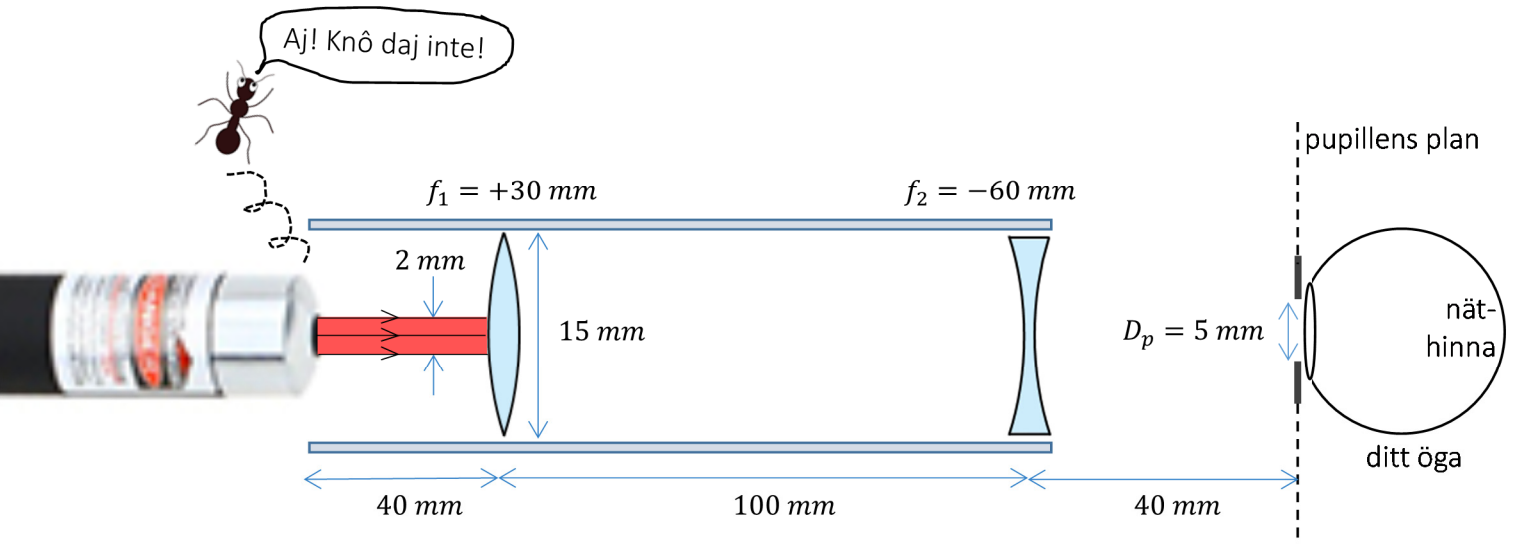
- (1) Lasereffekten som träffar din pupill (och alltså fortsätter in i ögat) är minst 1 mW.
- (2) Din ögonlins kan ställa in sin styrka så att laserljuset som kommer genom pupillen fokuseras till minsta möjliga ljusfläck på näthinnan.

Kolla båda villkoren (1) och (2)! (12 p)

**Ledning för villkor (1):** Var hamnar fokus  $F_1$  efter första linsen (fokallängd  $f_1$ ) om infallande ljus är en kollimerad (=”parallella strålar”) laserstråle? Var hamnar  $F_2$  för ljuset som gått igenom andra linsen (fokallängd  $f_2$ )? Rita stråldiagram fram till ögat!

Uppskatta sedan storleken av det belysta området i pupillens plan. Antag att hela detta område är jämnt belyst.

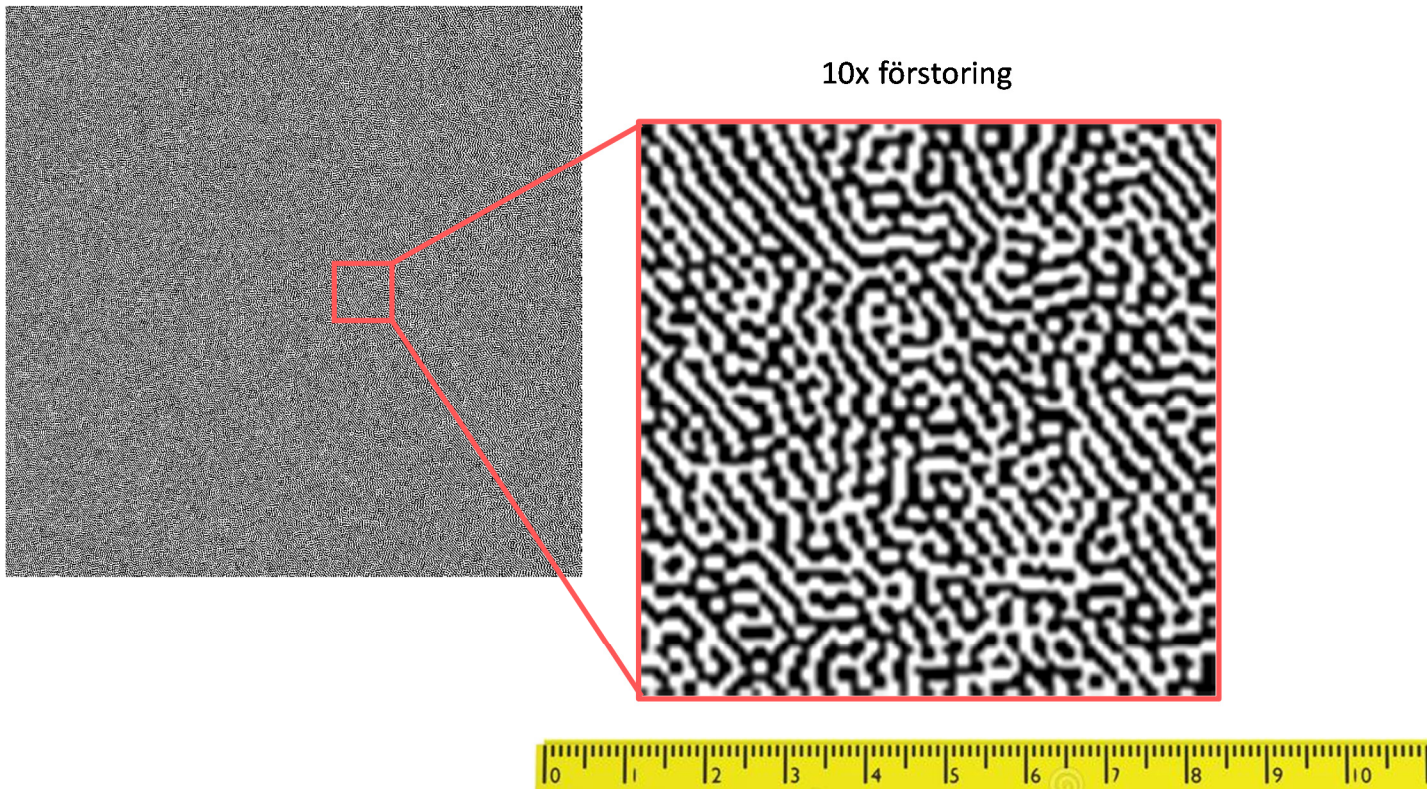
**Ledning för villkor (2):** Använd stråldiagrammet du ritade nyss! Du behöver kanske också göra ett enkelt experiment på dig själv, om du inte gjorde det i samband med att du HUPP-ade.



## 4. DOE

I Labb D förekommer ett datorberäknat diffraktivt optiskt element (DOE), designat för att skapa en viss intensitetsfördelning i fjärrfältet. Bilden nedan visar DOEn samt en inzoomad del av DOEn i 10 gångers förstoring (vitt: DOEn är genomskinlig, svart: DOEn blockerar ljus).

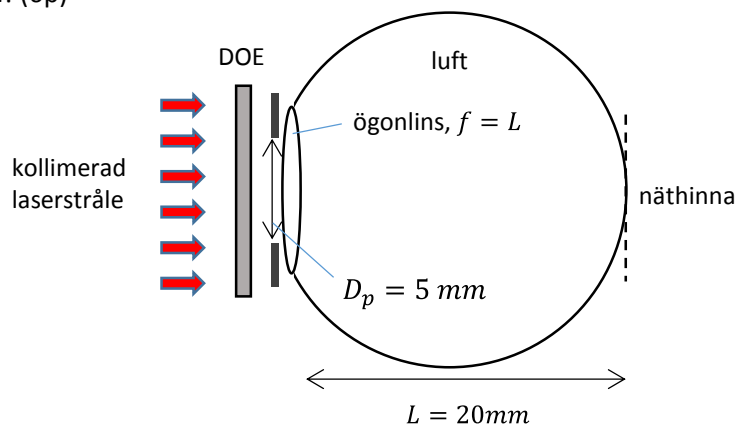
Utskriven DOE i naturlig storlek (ca 7x7cm)



10x förstoring

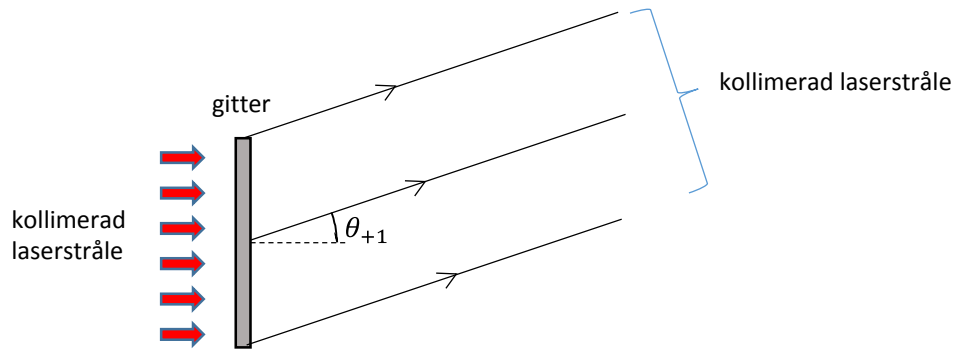
Linjal i naturlig storlek

(a) Antag att DOEn hålls direkt framför ögat som visas i figuren nedan. Hela DOEns yta belyses med en expanderad parallell röd laserstråle. Uppskatta grovt storleken av det belysta området på näthinnan! (6p)



**Ledning:** En ingenjör skulle förmodligen säga att DOEn borde funka som ett gitter, bara lite mindre exakt. Och de flesta gitter skickar ut det mesta av sitt ljus i nollte och  $\pm 1$ :a diffraktionsordningarna.

Om infallande ljus på gittret är en kollimerad laserstråle är också varje utgående diffraktionsordning en kollimerad laserstråle med en viss utbredningsriktning, här nedan illustrerat för +1:a diffraktionsordningen:



**(b)** Antag att DOEn är designad för att skapa en intensitetsfördelning i form av ett textmeddelande "Fresnel är snäll" i fjärrfältet (eller, ekvivalent, på fokallängds avstånd efter en lens). Har man en chans att läsa meddelandet genom att sätta DOEn direkt framför ögat som i (a)? (6p)

**Ledning 1:** Om texten "Fresnel är snäll" ska rymmas inom det belysta området på näthinnan vars storlek du bestämde i (a), bedöm grovt hur liten en "detalj" i texten blir. Detta kräver inga optikkunskaper, men det kan vara bra att komma ihåg att fjärrfältet till en amplitudmodulerande DOE alltid uppvisar en spegelbild, vilket begränsar den användbara delen av det belysta området.

**Uppföljning till Ledning 1:** Är så små detaljer möjliga att åstadkomma med ljuset som faller på näthinnan?

## 5. Lasern möter Michelson

I Labb D använder man den gamla hederliga HeNe-lasern i sin vanliga variant, med rött ljus, men också i en lite ovanligare variant som sänder ut grönt ljus.



**(a)** Bilden ovan visar en röd HeNe-laser. Laserljuset sänds ut från röret, men vad är syftet med burken som står bakom (med en nyckel). Varför kan det vara speciellt bra i detta fall att det krävs nyckel för att sätta burken i ON-läge? (2p)

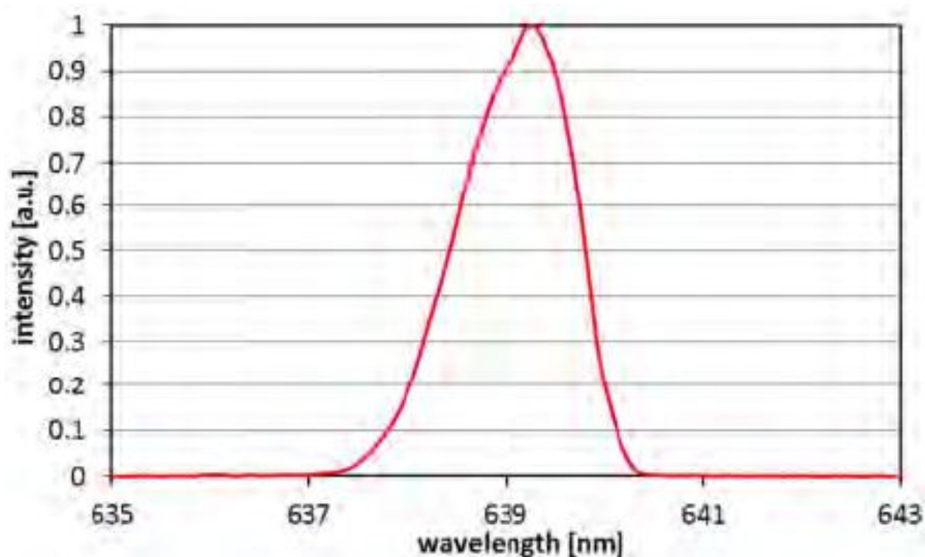
**(b)** Hur kommer det sig att HeNe-lasern kan skicka ut laserljus av olika färg trots att lasermediet är detsamma i båda fallen? (2p)

**Ledning:** Det är högt exciterade atomer som sänder ut laserljuset.

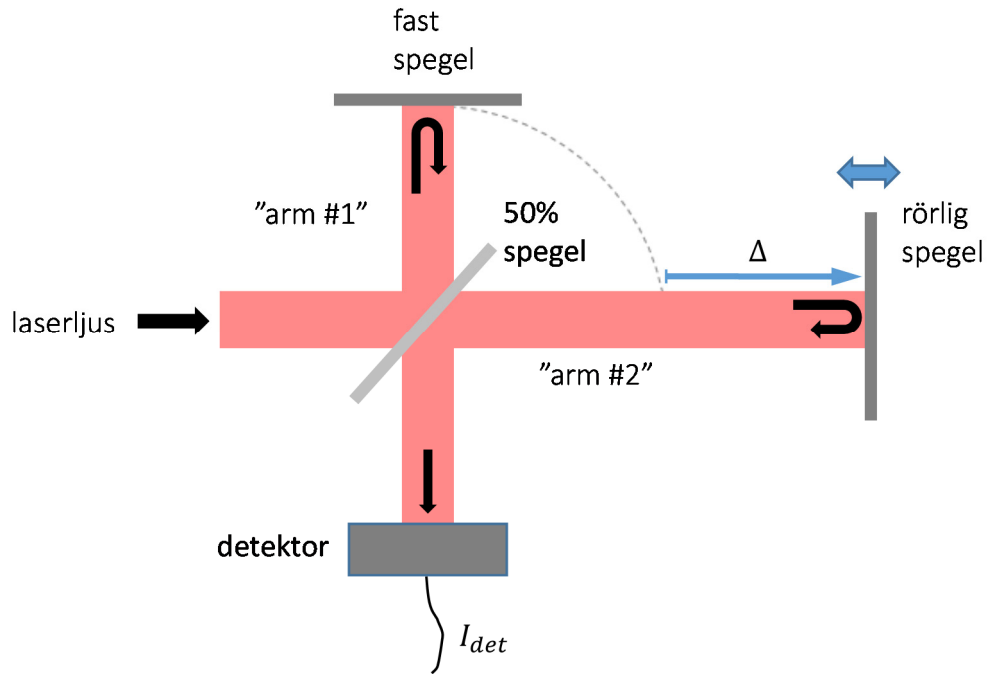
**(c)** Vad är den fysiska skillnaden i konstruktion mellan en grön och en röd HeNe-laser, d.v.s hur gör lasertillverkaren för att få en grön och inte en röd laser? (2p)

**Ledning:** Hur *stimulerar* man emissionen av gröna fotoner?

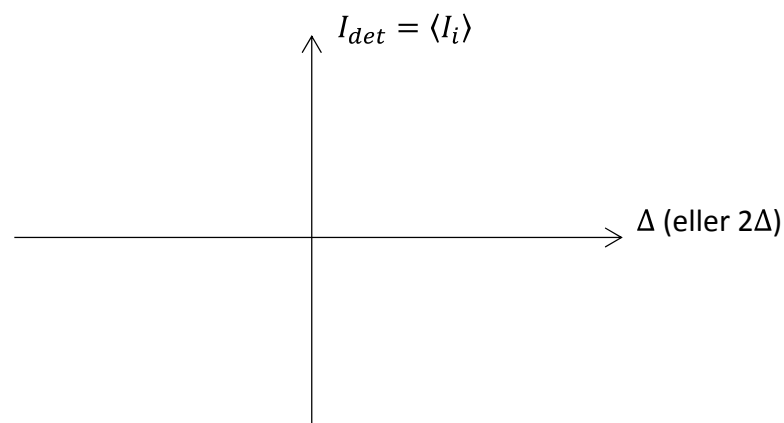
En annan typ av laser är *halvledarlasern*. Bilden nedan visar spektrum ("ljusinhåll per våglängd") för laserljuset från en halvledarlasern som sänder ut rött ljus.



Ljuset från halvledarlaseren analyseras med hjälp av en Michelson-interferometer, som visas i skissen nedan. När den rörliga spegeln befinner sig i position  $\Delta=0$  är ljusets gångväg i "arm #2" identisk med den i "arm #1". Detektorn ger en signal som är (proportionell mot) tidsmedelvärdet av den instantana intensiteten in på detektorn.



(d) Skissa kvalitativt (ej korrekt i detaljerna) detektorns signal,  $I_{det}$ , som funktion av spegelpositionen  $\Delta$ ! Gör skissen i ett diagram med axlar som ser ut ungefär som det som visas nedan. Inga motiveringar krävs, skissa bara  $I_{det}$ -kurvan! (3p)



(e) Ange storleksordningen hos  $\Delta$  för vilken variationen hos  $I_{det}$  tydligt ändrat karaktär jämfört med hur  $I_{det}$  varierar nära  $\Delta = 0$ . (3p)

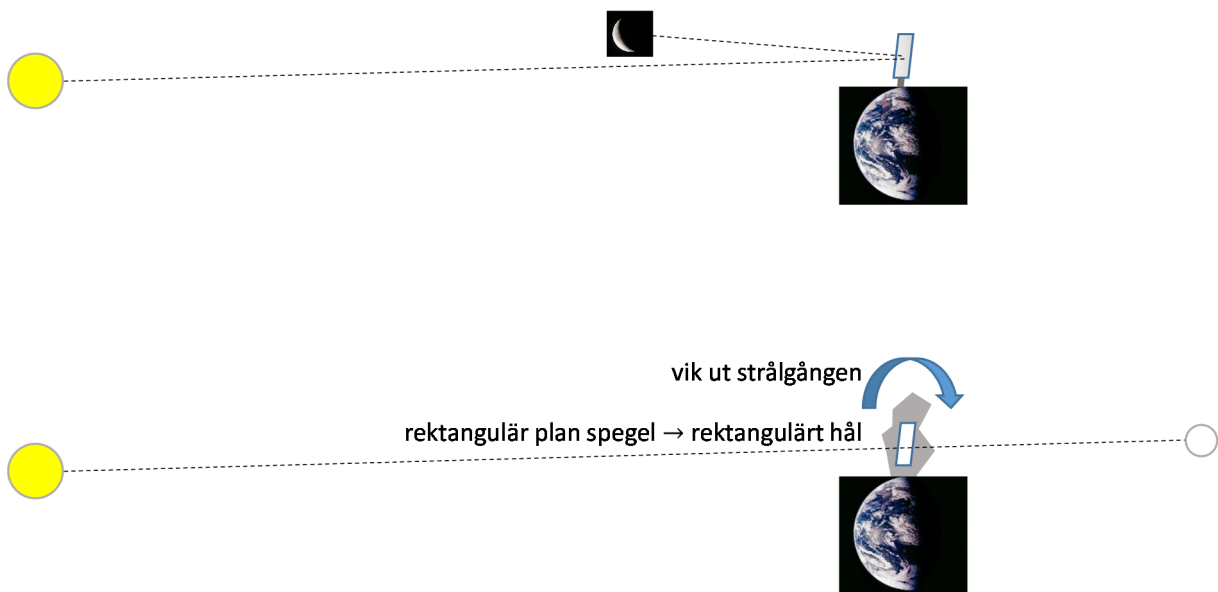


# Tentamen i Optik FFY091

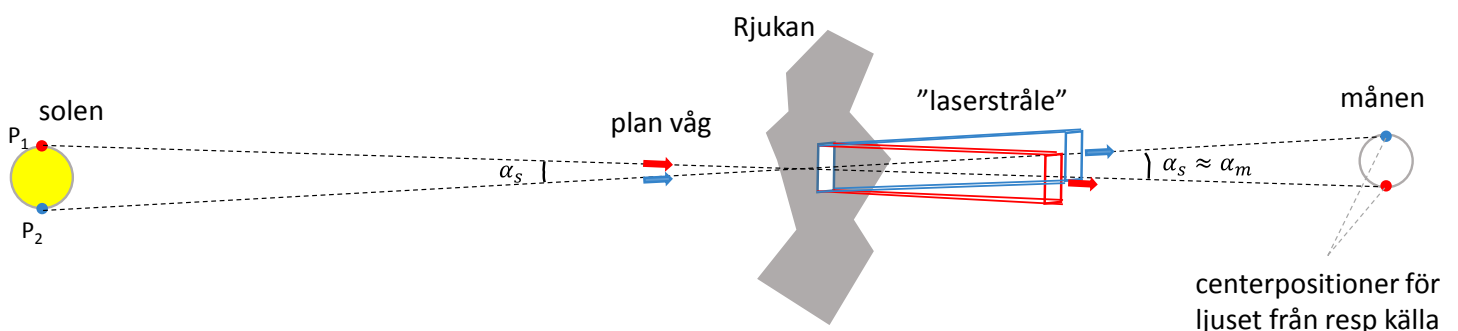
Onsdag 12 juni 2019, kl. 14:00-18:00

## 1. Rjukan – alltid värt ett optikproblem!

(a) Vid nymåne ligger solen-månen-jorden på en nästan rät linje. Vi väljer för omväxlings skull att vika ut strålgången efter reflektion i spegeln, d.v.s. vi ersätter spegeln med en lins med samma fokallängd. Eftersom spegeln är plan har den oändlig fokallängd, och svarar därför mot en lins med oändlig fokallängd, d.v.s. en lins alls utan bara ett rektangulärt hål.



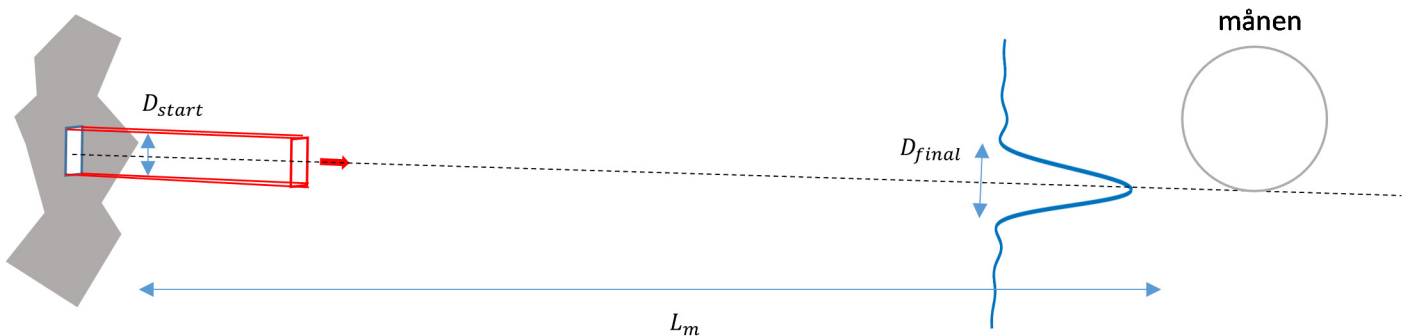
I Rjukan är ljuset från punktkällorna  $P_1$  och  $P_2$  på solen med god approximation två plana vågor som propagerar med vinkeln  $\alpha_s$  relativt varandra:



För varje plan våg skär det rektangulära hålet ut en laserstråle med tvärsnittet  $6 \times 3$  meter, med samma utbredningsriktning som vågen före hålet. Laserstrålen kommer att breddas på sin väg till månen, men centrum av laserstrålen kommer att hamna nästan perfekt på kanten av månen, som visas i figuren, eftersom det råkar slumpa sig så att månen och solen ser nästan exakt lika stora ut sett från jorden,

d.v.s. månen upptar synvinkeln  $\alpha_m \approx \alpha_s$ . Centerpositionerna hos laserstrålarna från alla punktkällor på solen är alltså utspridda så att de precis täcker hela månens yta.

Hur stort område belyser varje laserstråle när den kommer till månen? Vågfronterna direkt efter det rektangulära hålet är plana, eftersom infallande fält var en plan våg. Är ett sådant fält optimalt fokuserat på en punkt på månen, så att vi kan använda tumregeln om minsta spotsize? Vi kanske minns något exempel från föreläsningarna med en laserpekare som riktades mot månen där så var fallet, men här har vi en laserstråle med mycket större tvärsnittsarea.



Det finns flera sätt att kolla om fältet är optimalt fokuserat, t.ex.

1. Kolla att alla HF-källor i det rektangulära hålet har samma gångväg (mer precist: gångvägsskillnad  $\ll$  våglängden) till centerpositionen på månen. Detta, tillsammans med det faktum att alla HF-källorna är i fas (ty fältet som kommer till hålet har plana vågfronter) gör att HF-källorna interfererar konstruktivt i centerpositionen.
2. Kolla att det vanliga sättet att fokusera parallellt ljus – alltså att sätta in en lins precis efter hålet, med fokallängd lika med avståndet till månen – bara skulle lägga på en insignifikant fasmodulering av fältet, d.v.s. linsen skulle inte ”förbättra” fokuseringen.

Vi kollar med ovanstående metod 2: Linsens maximala fasmodulering fås när avståndet  $r$  i formeln för linsens fasmodulering är så stort som möjligt, alltså i något av hörnen av det rektangulära hålet,

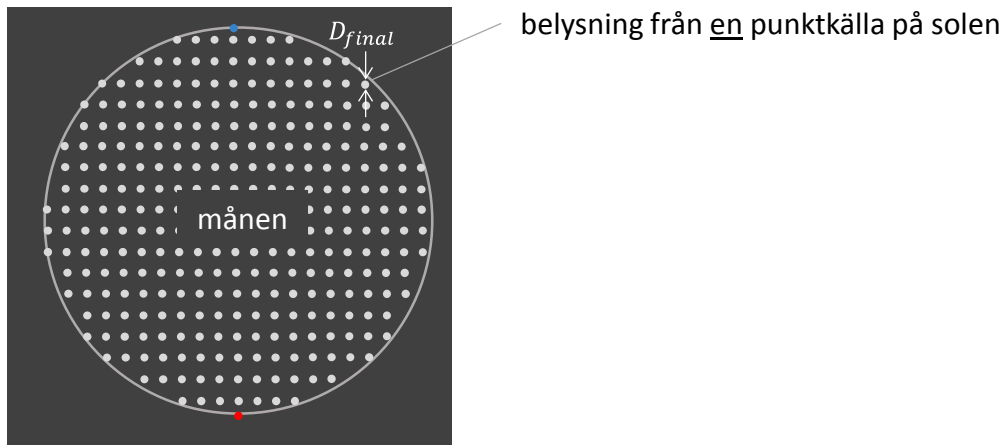
$$\varphi_{lins,max} = -k \frac{r_{max}^2}{2f} = -\frac{2\pi}{550 \text{ nm}} \cdot \frac{\left(\frac{6m}{2}\right)^2 + \left(\frac{3m}{2}\right)^2}{2 \cdot 380000 \text{ km}} = (-)0.2 \text{ rad} \ll \pi \text{ rad}$$

där våglängden valdes godtyckligt i mitten av det synliga området,  $\lambda = 550 \text{ nm}$ . Vi ser att fasmoduleringen från linsen maximalt skulle bli 0.2 radianer vilket vi bedömer som insignifikant, även om det börjar närma sig ett gränfall: hade spegeln varit ett par gånger större hade fältet inte varit optimalt fokuserat och då hade  $D_{final}$  inte getts av tumregeln om spotsize (fältet vid månen hade då inte varit fjärrfältet till fältet efter hålet – trots den långa propagationen till månen – och hade därför inte riktigt börjat expandera linjärt med avståndet, d.v.s.  $D_{final} \approx D_{start}$ ). Men i vårt fall är alltså fältet hyfsat optimalt fokuserat, så att

$$D_{final} \approx D_{spot} \approx \frac{\lambda}{D_{start}} L_m = \frac{550 \text{ nm}}{6m} 380000 \text{ km} \approx 30 \text{ m}$$

i den riktning som visas i figuren, alltså parallell med rektangelns långsida. Spotsize "vinkelrätt mot papperet" blir cirka dubbelt så stor eftersom den riktningen är parallell med rektangelns kortsida.

Allt detta förutsätter att spegeln är fantastiskt plan (höjdvariationer  $\ll$  våglängden) över hela ytan vilket är praktiskt omöjligt. I verkligheten blir säkerligen  $D_{final} > 30 \text{ m}$ , men så länge  $D_{final}$  är mycket mindre än månens diameter spelar det ingen roll, eftersom det då är utbredningen av centerpositionerna över hela månytan som bestämmer det upplysta området (alltså lika med hela månytan):



Bilden ovan visar ett godtyckligt ritat exempel där, om man uppskattar grovt ur bilden,  $D_{final}$  kanske är en hundra del av måndiametern, alltså av storleksordningen  $50 \text{ km}$  eller så.  $D_{final}$  är alltså mycket större än idealvärdet  $D_{spot}$  men betydligt mindre än måndiametern, så den totalt belysta ytan på månen är ändå med god approximation utbredningen av centerpositionerna. (Att den belysta månytan verkar prickig i bilden beror på att vi bara tar med belysningen från ett mindre antal punktkällor på solen - tar man med alla punktkällor blir hela månytan jämnt belyst, om vi bortser från effekten av eventuella stora solfläckar på solytan.)

Intensiteten på månytan blir

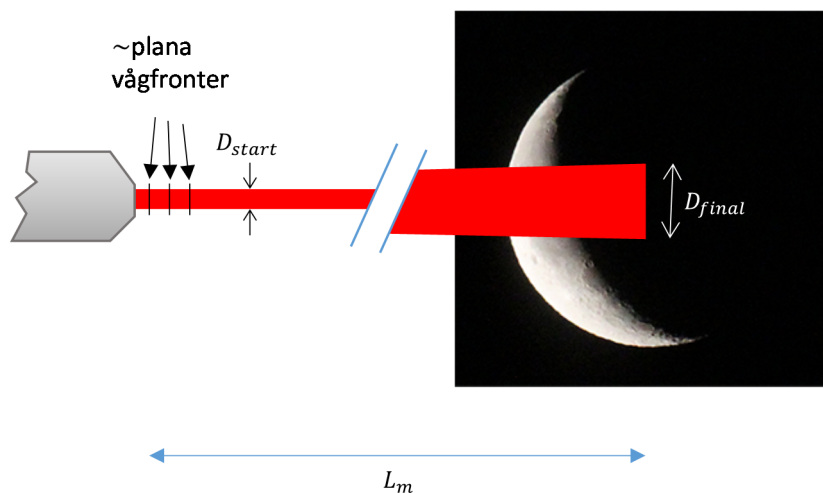
$$I_{belyst} = \frac{P_{spegel}}{A_{belyst}} = \frac{3 \times 500 \text{ W/m}^2 \times (6\text{m} \times 3\text{m})}{\pi \left(\frac{3500\text{km}}{2}\right)^2} = 3 \cdot 10^{-9} \text{ W/m}^2 = 3 \text{ nW/m}^2$$

där  $P_{spegel}$  är ljuseffekten ut från speglarna (den första faktorn 3 är för att vi har tre stycken solspeglar), och  $A_{belyst}$  är den yta som denna effekt fördelas på, alltså hela månskivans yta i detta fall. Intensiteten  $I_{belyst}$  blir extremt låg, inget som eventuella måninånare kan uppfatta!

(b) Eftersom intensiteten hos månskenet (från fullmåne) på jordytan,  $I_{\text{månsken}}$ , är en halv miljon gånger svagare än solljuset fås

$$I_{\text{månsken}} = \frac{I_{\text{solsken}}}{\frac{1}{2} \cdot 10^6} = \frac{500 \text{ W/m}^2}{\frac{1}{2} \cdot 10^6} = 1 \text{ mW/m}^2 \gggg I_{\text{belyst}}$$

Månsken är alltså mycket starkare än  $I_{\text{belyst}}$ , med ungefär samma faktor som solsken är starkare än månsken.



(c) Är fältet från laserpekaren optimalt fokuserat på månen? Ja, i uppgift (a) konstaterade vi att en kollimerad (plana vågfronter) laserstråle med det gigantiska tvärsnittet  $6 \times 3$  meter var optimalt fokuserad i en punkt på månen. Då är också en likaledes kollimerad laserstråle fast med mycket mindre tvärsnitt (2 mm diameter) optimalt fokuserad i samma punkt. Tumregeln om minsta spotsize kan användas, så vi får

$$D_{\text{final}} \approx D_{\text{spot}} \approx \frac{\lambda}{D_{\text{start}}} L_m = \frac{640 \text{ nm}}{2 \text{ mm}} 380000 \text{ km} = 100 \text{ km}$$

Bilden nedan visar ganska skalenligt hur belysningen av månytan blir



Intensiteten på den belysta månytan blir

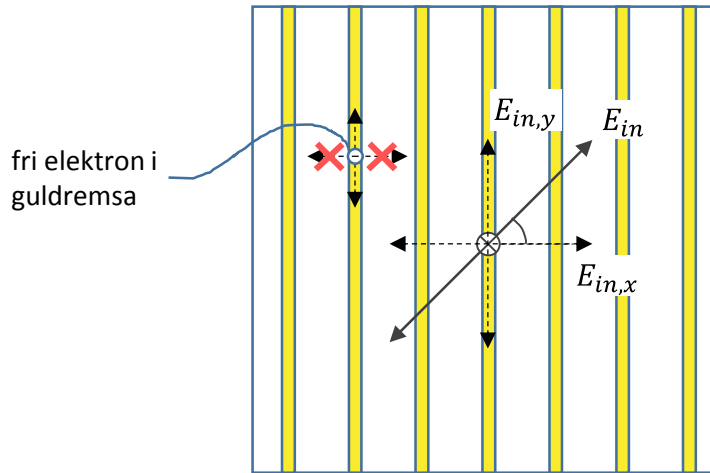
$$I_{belyst} = \frac{P_{laser}}{A_{belyst}} = \frac{10 \text{ mW}}{\pi \left(\frac{100 \text{ km}}{2}\right)^2} \approx 10^{-12} \text{ W/m}^2 = 1 \text{ pW/m}^2$$

Ohyggligt låg intensitet! Som vi ser faktiskt en storleksordning 1000 gånger svagare än intensiteten från solspeglarna, trots att det senare ljuset sprids över hela månytan. Vi drar den viktiga och tillfredsställande slutsatsen...

... elake Ole har inte en chans!

## 2. Polarisationsändrande TOK

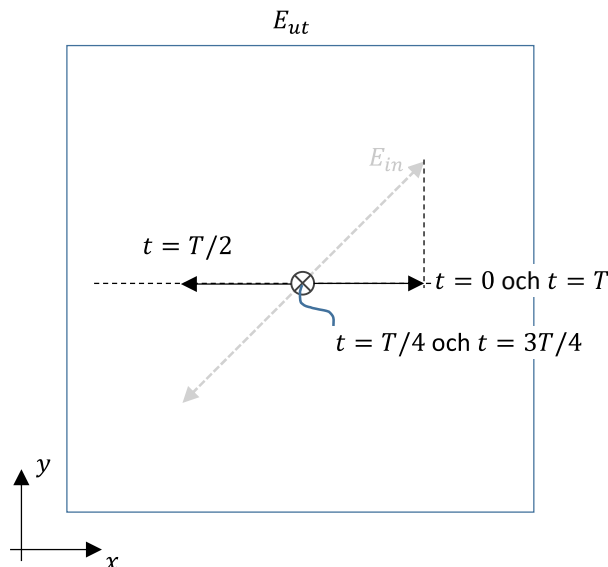
(a) Glasplattan består av ett isotropt material, som alltså inte är dubbelbrytande. Polarisations-tillståndet ändras därför inte vid propagation genom själva glasplattan.



Vid passagen genom guldremorna kan däremot polarisationstillståndet ändras. Att guldsnittet är ogenomskinligt innan vi etsat fram remorna beror på att infallande fältet absorberas (den del som inte reflekteras) p.g.a. att fältet sätter de fria elektronerna i guldskiktet i rörelse – det uppkommer en elektrisk ström – och denna rörelse kräver energi eftersom strömmen känner en viss resistans och värmer upp guldet en aning.

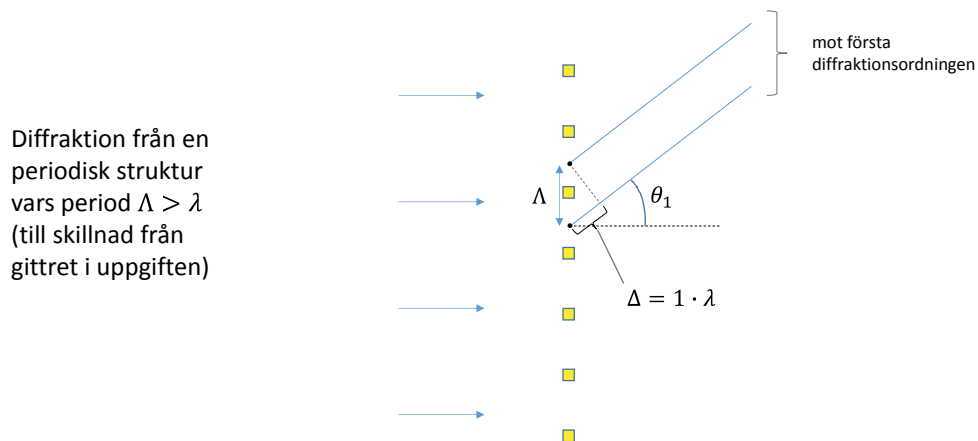
Med de smala guldremorna är denna rörelse endast möjlig i  $y$ -led. Rörelsen orsakas av det  $y$ -polariserade fältet, som utövar en kraft på elektronerna i  $y$ -led, och som därför förlorar energi och dämpas ut. Det  $x$ -polariserade fältet orsakar (idealt) ingen elektronrörelse och förlorar därför ingen energi, utan passerar oförändrat genom metallremorna.

Guldremorna fungerar alltså som en polarisator med transmissionsriktningen i  $x$ -led.  $E_{ut}$  är alltså linjärpolariserat i  $x$ -led:



I figuren ovan är  $t = 0$  godtyckligt vald att vara den tid då fältet har sitt maxvärde "åt höger". Alla andra val av  $t = 0$  går också bra, det viktiga är bara att  $E$ -fältvektorn rör sig fram och tillbaka i  $x$ -led under periodtiden  $T$ .

**(b)** Att ljuset sänds ut i olika riktningar från ett gitter beror på konstruktiv interferens hos ljuset från positioner på gittret som är separerade med gitterperioden  $\Lambda$ . För första diffraktionsordningen, som illustreras i figuren nedan, innebär detta att gångvägsskillnaden  $\Delta$  ska vara lika med våglängden  $\lambda$  för ljuset. Men om gitterperioden  $\Lambda < \lambda$  (ett *subvåglängdsgitter*), som var fallet i uppgiften, inser man att gångvägsskillnaden  $\Delta$ , som ju aldrig kan bli längre än  $\Lambda$  av geometriska skäl, alltid är kortare än  $\lambda$  så att interferensvillkoret för diffraktionsordningarna aldrig kan uppfyllas (utom för nollte diffraktionsordningen). Man får därför ingen uppdelning av ljuset i olika riktningar, utan ljuset propagerar som om inte den periodiska strukturen hade funnits.



Försöker man använda *gitterekvationen* på ett subvåglängdsgitter kommer man till samma slutsats: endast nollte diffraktionsordningen kan existera, alla andra ordningar skulle kräva att  $|\sin \theta_m| > 1$  vilket är omöjligt.

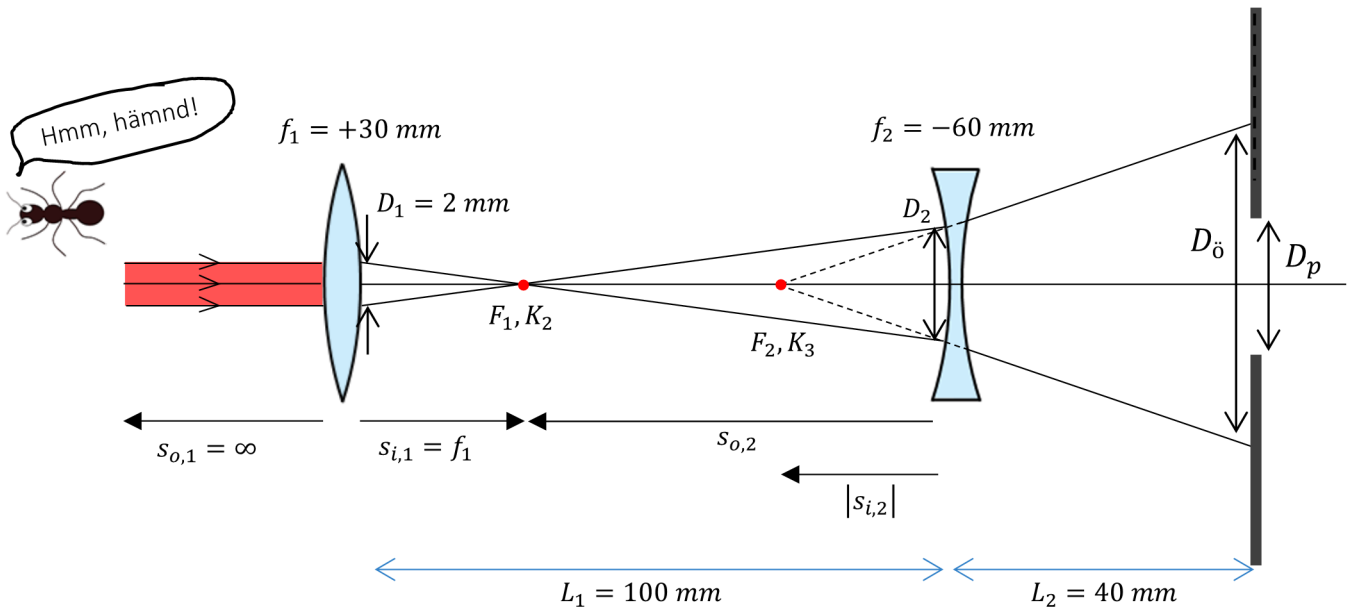
**(c)** Frågeställaren försöker luras genom att ange glasplattans tjocklek till  $\lambda/4$ , alltså "en kvarts våglängd". Därigenom kommer man kanske att tänka på en "kvartsvågsplatta". Detta är tyvärr en felaktig association: en kvartsvågsplatta kräver ett *anisotrop* material där fältet känner olika brytningsindex beroende på polarisationsriktningen. (Dessutom är inte kvartsvågsplattan  $\lambda/4$  tjock, utan dess tjocklek beror på skillnaden i brytningsindex i eo- och o-riktningen. Namnet "kvartsvågsplatta" kommer av att skillnaden i fasändring mellan eo- och o-polariserat ljus när de propagerar genom plattan uppgår till  $90^\circ = \lambda/4$ .)

Ledningen skulle ge en hint om att en glasplatta som är  $\lambda/4 \approx 100 \text{ nm}$  tjock i själva verket är *extremt tunn* och knappast kan existera (med mindre än att den i sin tur är "klistrad" på en mycket tjockare platta som ger stadga). Den sladdriga plastfolien och aluminiumfolien från Coop har ju som synes en tjocklek på cirka  $0.01 \text{ mm} = 10 \mu\text{m} = 10000 \text{ nm}$ , alltså runt 100 gånger tjockare än glasplattan i uppgiften!

### 3. Lasergutten Ole är elak mot djur och svenskar

Vi följer strålgången genom det optiska systemet.

**Lins 1:** Det är förmodligen bekant att infallande parallellt (kollimerat) ljus fokuseras på fokallängds avstånd från linsen. Fokuset  $F_1$  för ljuset som lämnar lins 1 ligger alltså  $f_1 = 30 \text{ mm}$  till höger om lins 1. Alternativt kan man använda Gauss linslag, de infallande parallella strålarna kan tänkas komma från en punktkälla oändligt långt bort, d.v.s.  $s_{o,1} = \infty$ . (Att avståndet från laserpekaren till första linsen är  $40 \text{ mm}$  saknar betydelse – det är ju inte någon punktkälla på laserpekarens yta som vi följer genom systemet.)



**Lins 2:** Fokuset  $F_1$  är samtidigt punktkällan  $K_2$  för ljuset som infaller på lins 2. Sträckan  $s_{o,2}$  blir

$$s_{o,2} = L_1 - s_{i,1} = 100 \text{ mm} - 30 \text{ mm} = 70 \text{ mm}$$

Ljuset in på lins 2 är divergent, och eftersom en negativ lins "verkar spridande" på strålar, blir ljuset ännu mer divergent efter linsen. Vi har med Gauss linslag

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_{o,2}} + \frac{1}{s_{i,2}} \Rightarrow s_{i,2} = \frac{1}{\frac{1}{-60 \text{ mm}} - \frac{1}{70 \text{ mm}}} = -32 \text{ mm}$$

Ljuset som kommer ut efter lins 2 ser alltså ut att komma från en punkt till vänster om linsen.

#### Villkor 1: Överstiger effekten in i ögat 1 mW?

Stråldiametern  $D_2$  fås ur likformiga trianglar

$$\frac{D_2}{s_{o,2}} = \frac{D_1}{s_{i,1}} \Rightarrow D_2 = \frac{2 \text{ mm}}{30 \text{ mm}} \cdot 70 \text{ mm} = 4.7 \text{ mm}$$

Diametern  $D_0$  av det belysta området i pupillens plan fås också ur likformiga trianglar,



$$\frac{D_{\ddot{o}}}{L_2 + |s_{i,2}|} = \frac{D_2}{|s_{i,2}|} \Rightarrow D_{\ddot{o}} = \frac{4.7 \text{ mm}}{32 \text{ mm}} \cdot (40 + 32) \text{ mm} = 10.5 \text{ mm}$$

Effekten som träffar pupillen är

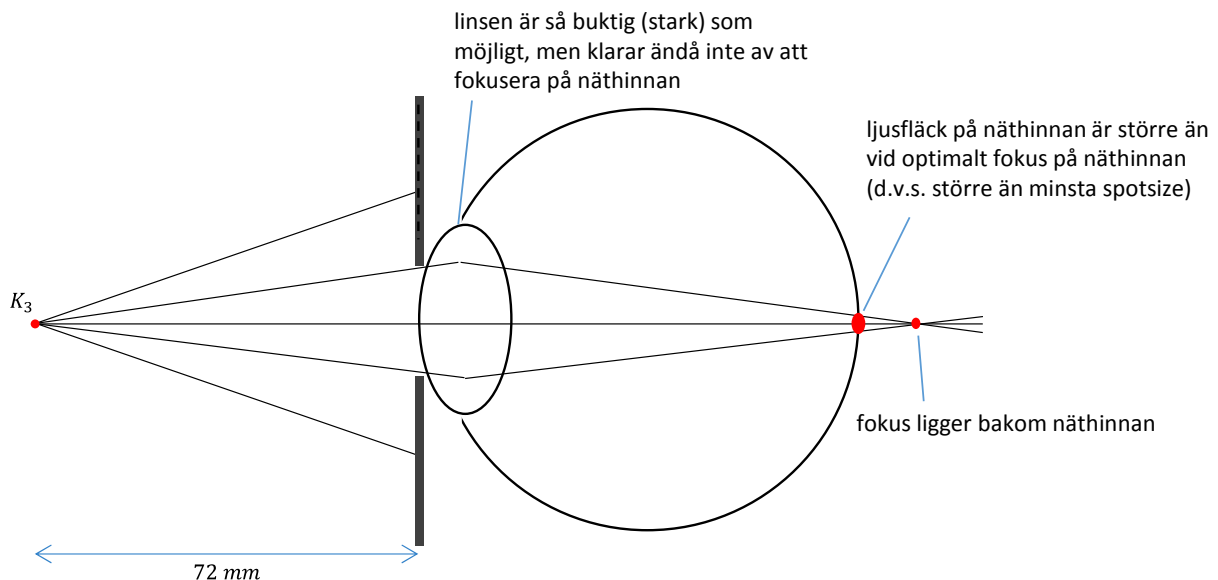
$$P_p = \text{intensitet vid pupillens plan} \cdot \text{pupillarean} = \frac{P_{laser}}{\pi \cdot \left(\frac{D_{\ddot{o}}}{2}\right)^2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{D_p}{2}\right)^2 = 10 \text{ mW} \frac{(5 \text{ mm})^2}{(10.5 \text{ mm})^2} = 2.3 \text{ mW}$$

där  $P_{laser}$  är laserns uteffekt, och därmed effekten hos det ljus som kommer till pupillens plan (försumbar reflektion/absorption i linserna antas). Denna effekt är ungefär jämnt fördelad över hela det belysta området, så intensiteten vid pupillens plan är effekten dividerat med arean av det belysta området.

Som framgår av uträkningen är effekten in i ögat  $P_p$  större än den säkra effekten  $1 \text{ mW}$ .

### Villkor 2: Kan infallande laserljus fokuseras av ögonlinsen till minsta möjliga ljusfläck på näthinnan?

Ljuset som kommer fram till ögat ser ut att komma från punktkällan  $K_3$  som ligger på avståndet  $L_2 + |s_{i,2}| = 40 \text{ mm} + 32 \text{ mm} = 72 \text{ mm}$  från ögat. Klarar din ögonlins av att fokusera detta ganska kraftigt divergenta ljus på näthinnan? Det är samma sak som att du tydligt ska kunna se ett föremål (t.ex. text på ett papper) som är så nära som  $72 \text{ mm}$  från ögat eftersom föremålets yta är täckt av punktkällor som sänder ut ljus. Det klarar du förmodligen inte, och för människor i mer mogen ålder är det stort omöjligt eftersom ögonlinsen förlorar sin elasticitet med åren. Så sannolikt ser det ut så här i ditt öga:



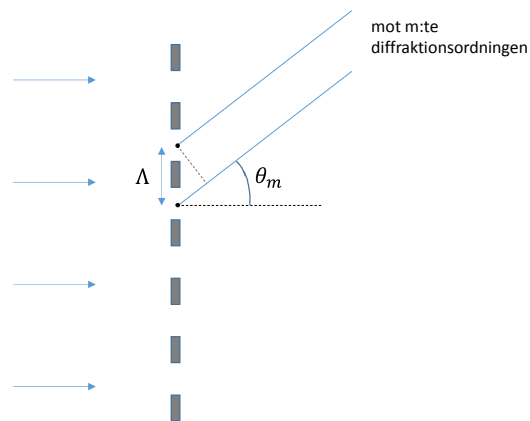
Det har dock fördelen att lasereffekten fördelas på en större blaffa på näthinnan, med lägre intensitet, än om vi kunnat fokusera optimalt. Farlighetsvillkor 2 är alltså inte uppfyllt!

Ole kanske har en taskig attityd, men han är inte farlig på riktigt!

## 4. DOE

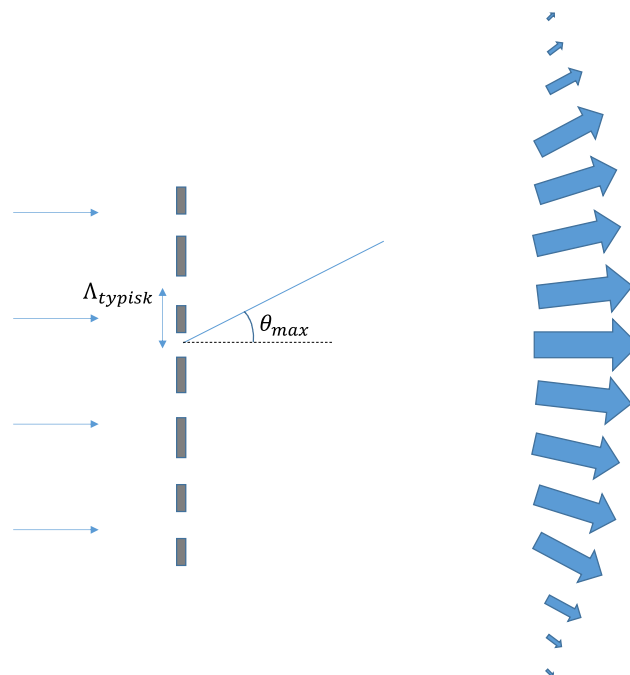
(a) Detta är en övning i ingenjörsmässiga uppskattningar. Små strukturer sprider ljus – men hur mycket? Ett gitter innehåller små strukturer och sprider ljuset i diskreta vinklar som ges av gitterekvationen

$$m \cdot \lambda = \Lambda \cdot \sin \theta_m; \quad m \text{ heltal}$$

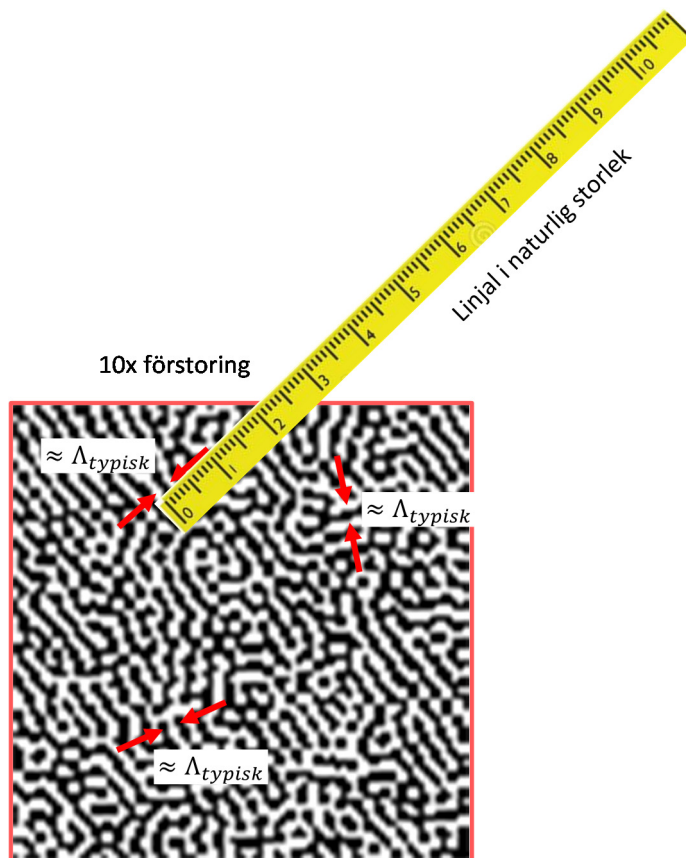


Gitterekvationen säger inget om hur mycket ljus som skickas ut i olika diffraktionsordningar  $m$ . Erfarenheten (och ledningen till uppgiften) säger att ordningarna 0 och  $\pm 1$  är de klart starkaste (undantaget är bara lite mer exotiska gitter som har en ännu finare struktur inom varje gitterperiod). Baserat på vår erfarenhet skulle vi kunna göra det rimliga ingenjörsmässiga antagandet att även icke-perfekt periodiska strukturer med en typisk "period"  $\Lambda_{typisk}$  sprider det mesta ljuset inom en kon vars vinkel svarar mot första diffraktionsordningen

$$1 \cdot \lambda = \Lambda_{typisk} \cdot \sin \theta_{max}$$



Så vad är då en typisk "period"? Vi tar och mäter i den förstörade bilden



Och får kanske ett värde på cirka 3 mm i den tio gånger förstörade bilden, d.v.s.

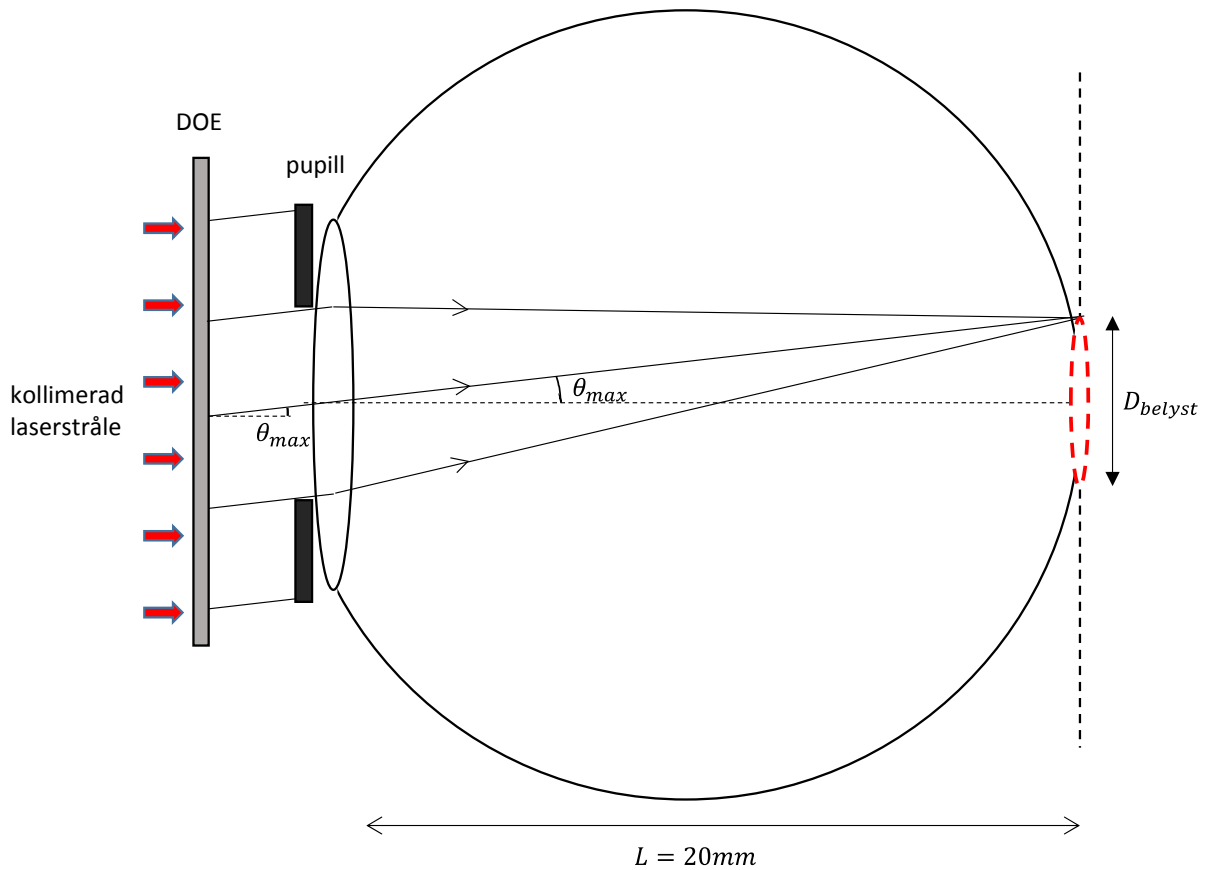
$$\Lambda_{typisk} \approx \frac{3 \text{ mm}}{10} = 0.3 \text{ mm}$$

Om vi tar den röda våglängden från en HeNe-laser fås från formeln för  $\theta_{max}$

$$\sin \theta_{max} \approx \theta_{max} = \frac{\lambda}{\Lambda_{typisk}} = \frac{633 \text{ nm}}{0.3 \text{ mm}} = 2.1 \text{ mrad} = 0.12^\circ$$

Ingen stor vinkel, alltså! Jämfört med ljusvåglängden är  $\Lambda_{typisk}$  gigantisk, vilket gör att spridningsvinklarna blir små. Men jämfört med vad vår laserskrivare klarar av att skriva ut är  $\Lambda_{typisk}$  i stort sett minsta möjliga.

Strålarna som skickas ut från DOEn med vinkeln  $\theta_{max}$  hamnar längst ut på näthinnan i det område vi definierar som det belysta området, med diameter  $D_{belyst}$ .



Enligt regeln att en stråle genom centrum på linsen inte bryts fås att

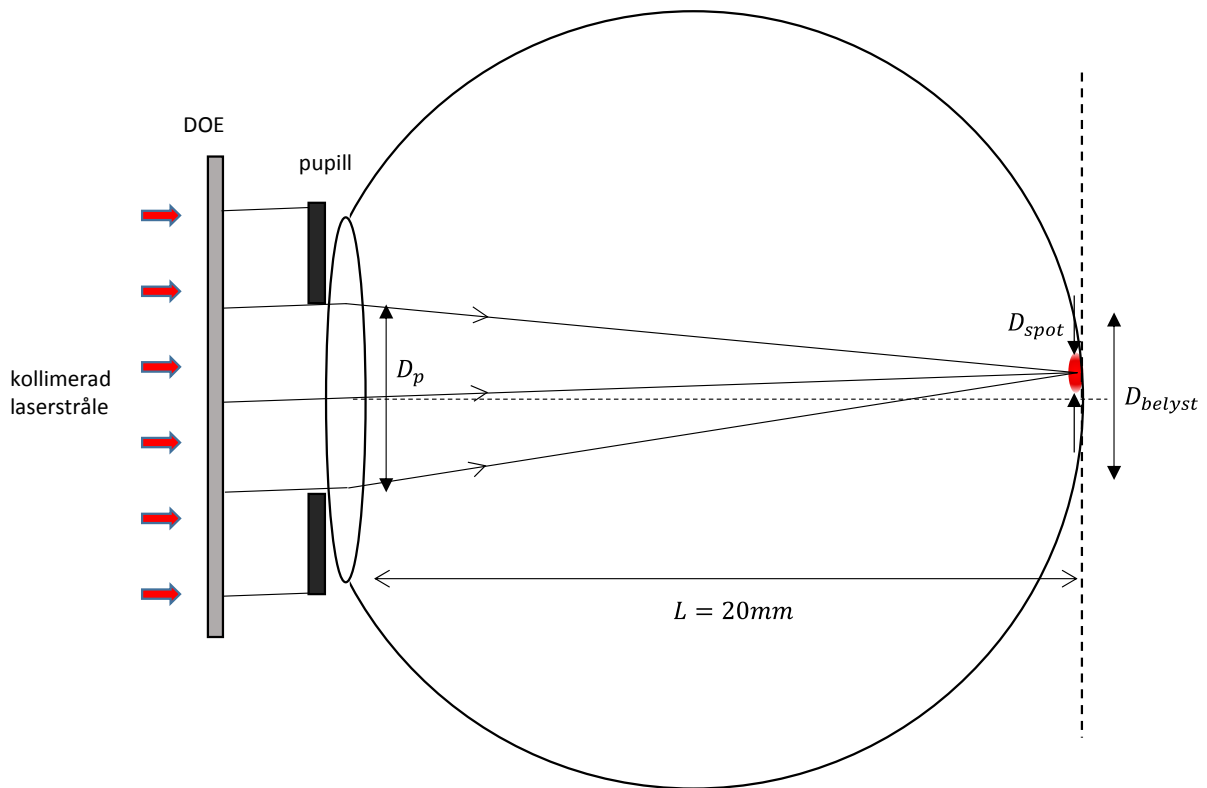
$$D_{belyst} = 2 \cdot (\theta_{max} \cdot L) = 2 \cdot 2.1 \text{ mrad} \cdot 20 \text{ mm} = 80 \mu\text{m}$$

Ja, små spridningsvinklar ger ett litet belyst område: som du kanske minns från Labb D är det svårt att se annat än en röd prick om man inte får hjälp med kikare/teleskop att öka vinklarna från DOEn.

**(b)** I bilden ovan har det belysta området markerats med en röstreckad linje. Inom detta område behöver dock inte belysningen vara jämn utan det är möjligt att ha en spatiellt varierande belysning av näthinnan eftersom DOEn kan designas att sända ut olika mycket ljus i olika riktningar (upp till en vinkel  $\approx \theta_{max}$ ). Det är så man gör för att skapa de bilder ni kunde se (med hjälp av kikare/teleskop).

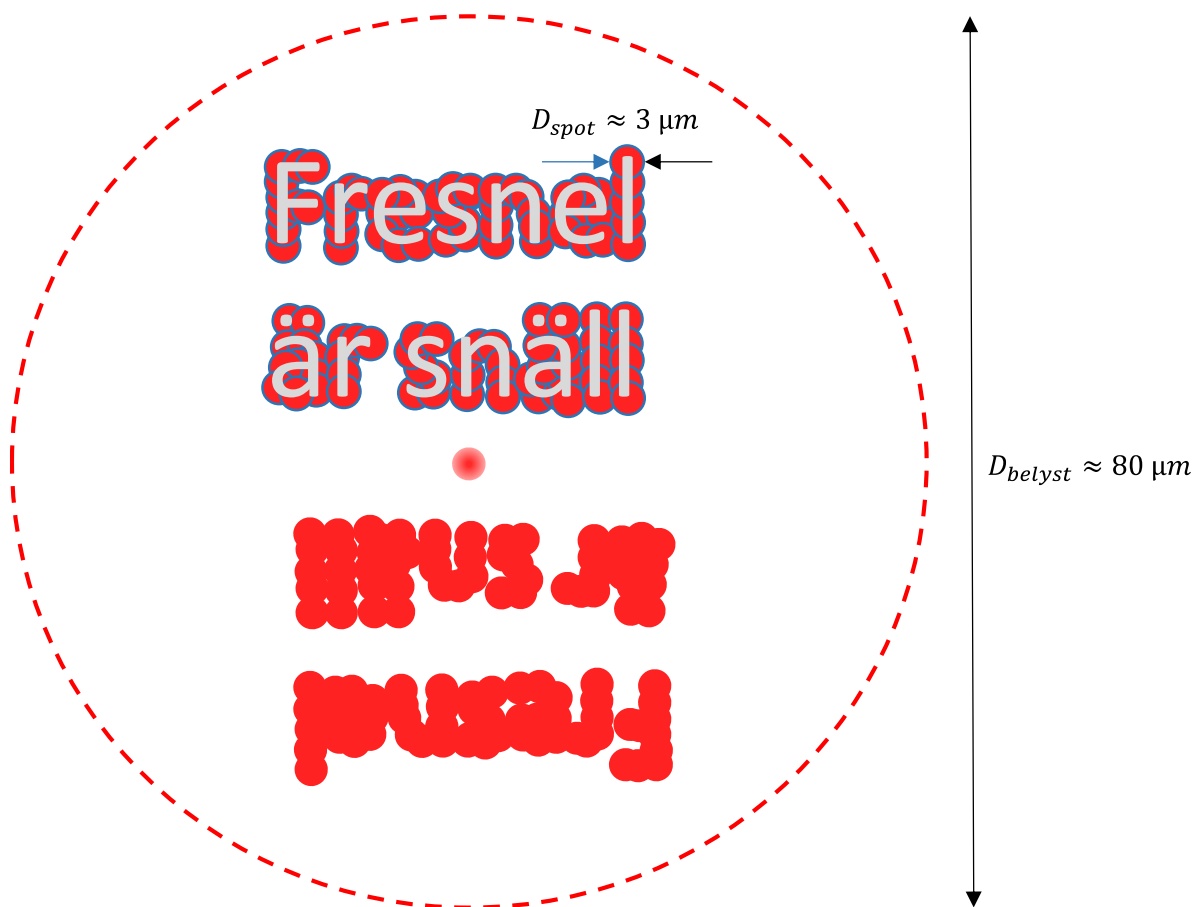
Dock, eftersom ljuset som sänds ut i en viss vinkel från DOEn inte kan fokuseras till en oändligt liten punkt på näthinnan är antalet detaljer som får plats inom  $D_{belyst}$  kraftigt begränsat.

Strålarna som sänds ut i en viss riktning från DOEn fokuseras idealt på näthinnan och ger därför upphov till en ljusblaffa vars storlek bestäms av tumregeln för minsta spotsize



$$D_{spot} = const \frac{\lambda}{D_p} L \approx 1 \cdot \frac{633 \text{ nm}}{5 \text{ mm}} 20 \text{ mm} \approx 3 \mu\text{m}$$

där pupilldiametern  $D_p$  är fältets utbredning i "startplanet" för propagationen sträcka  $L$  i det homogena mediet fram till näthinnan. Konstanten  $const$  sattes till 1 eftersom vi så gärna vill att man ska kunna få en hyfsat detaljrik bild på näthinnan. Detta eftersom  $D_{spot}$  är ungefär den minsta detalj vi kan ha på näthinnan. Försöker vi nu skriva ett budskap som "Fresnel är snäll" på näthinnan får vi ungefär följande

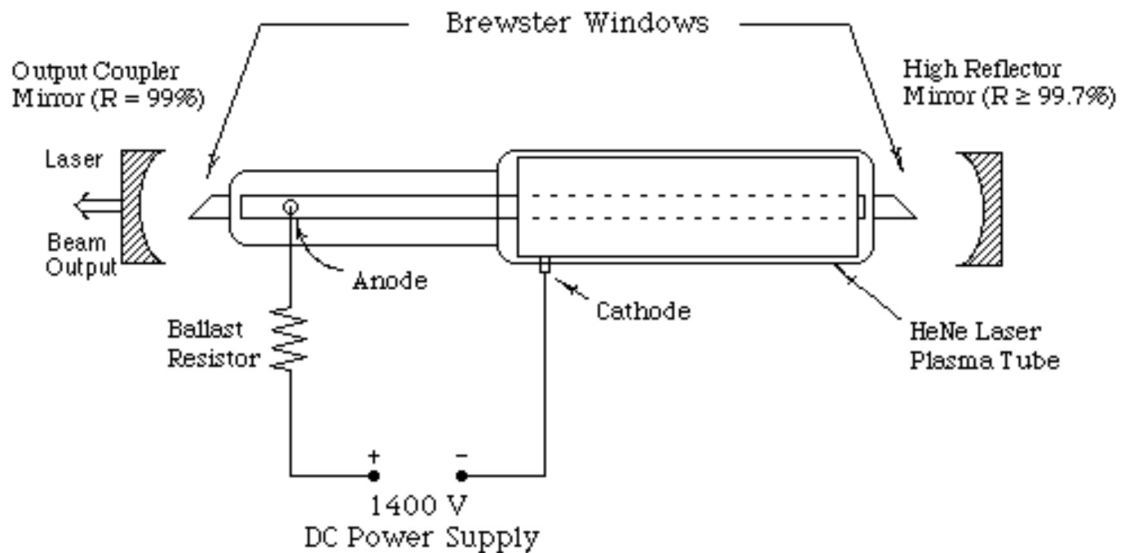


där jag (lite slarvigt) försökt skriva texten "Fresnel är snäll" uppbyggd av  $D_{spot}$ -stora blaffor (de grå bokstäverna har jag använt som mall för var jag ska centrera varje blaffa). Jag har även lagt in spegelbilden av budskapet (där jag tagit bort mallbokstäverna) och den nollte diffraktionsordningen i mitten eftersom de är ofrånkomliga för en amplitudmodulerande DOE.

Är det ovanstående meddelandet på näthinnan möjligt att uppfatta? Om man vill vara snäll kan man kanske säga att det är ett gränsfall, men i praktiken, med icke-perfekta ögon och icke-perfekt DOE är det helt omöjligt. Jag har dock varit med om att en gymnasieelev klarade av att läsa det något tydligare budskapet "2018" med blotta ögat. I övrigt har alla försökspersoner jag känner till varit tvungna att använda kikare för att se något budskap alls. En kikare med t.ex. 7 gångers förstoring påverkar inte  $D_{spot}$  ( $D_{spot}$  bestäms fortfarande av propagationen inuti ögat fram till näthinnan), men däremot blir texten 7 gånger större. Alltså blir bokstäverna mycket tydligare eftersom "suddigheten"  $D_{spot}$  utgör en mycket mindre del av varje bokstavs storlek.

## 5. Lasern möter Michelson

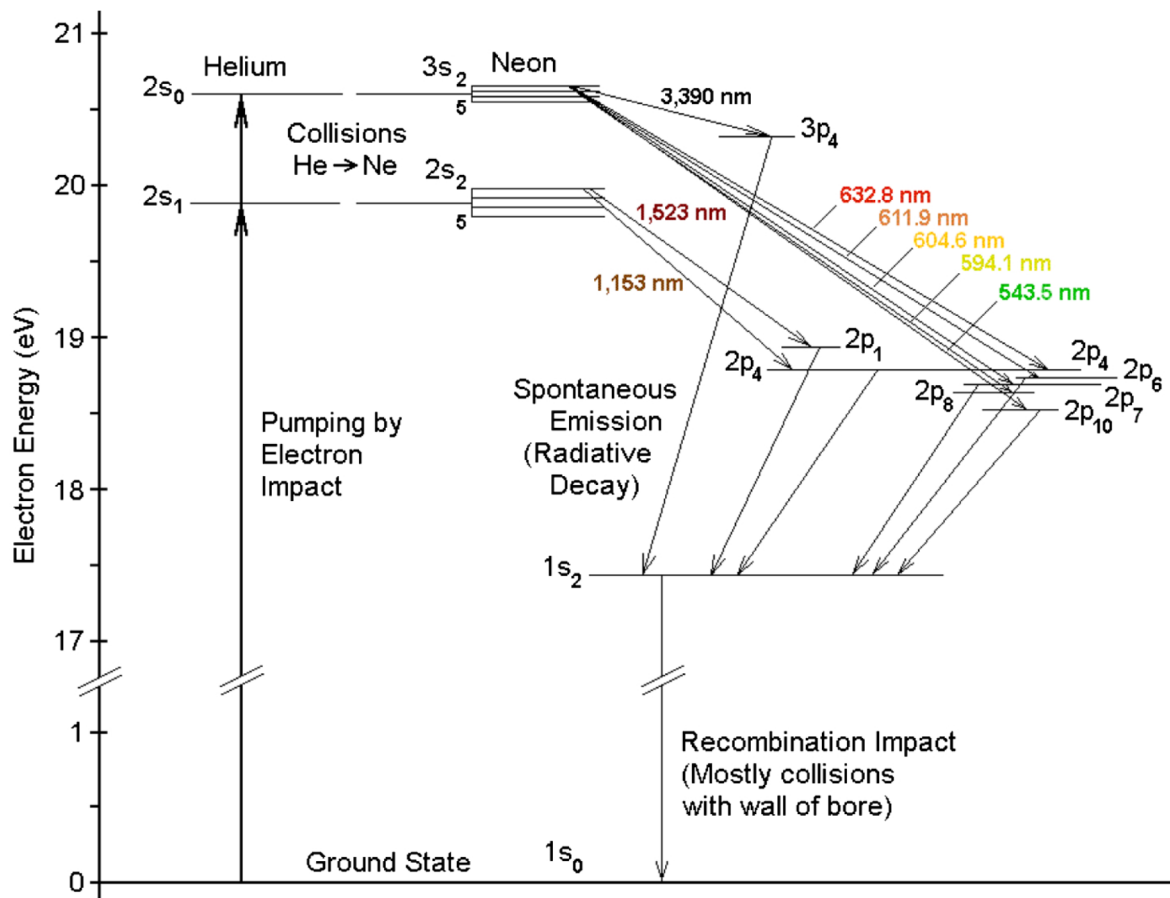
(a) "Burken" är ett högspänningsaggregat, som ger en DC-spänning på omkring 2000 V (för lasern som visas i nedanstående skiss är spänningen 1400 V)



Den höga spänningen behövs för att man ska få en urladdning, alltså att elektroner ska accelereras inuti "plasma tube" till tillräckligt höga hastigheter för att kunna excitera He-atomerna när de kolliderar med dessa.

Eftersom högspänning kan vara farligt för små och stora barn kan man dels ofta låsa on/off-funktionen med en nyckel, dels är DC-kontakterna (som insättes i de två vita hålen till vänster) väldigt långa för att kunna nå själva metallkontakten som sitter flera centimeter in i burken, för att man absolut inte ska kunna nå metallen med fingrarna.

(b)



### HeNe Excitation and Lasing Process

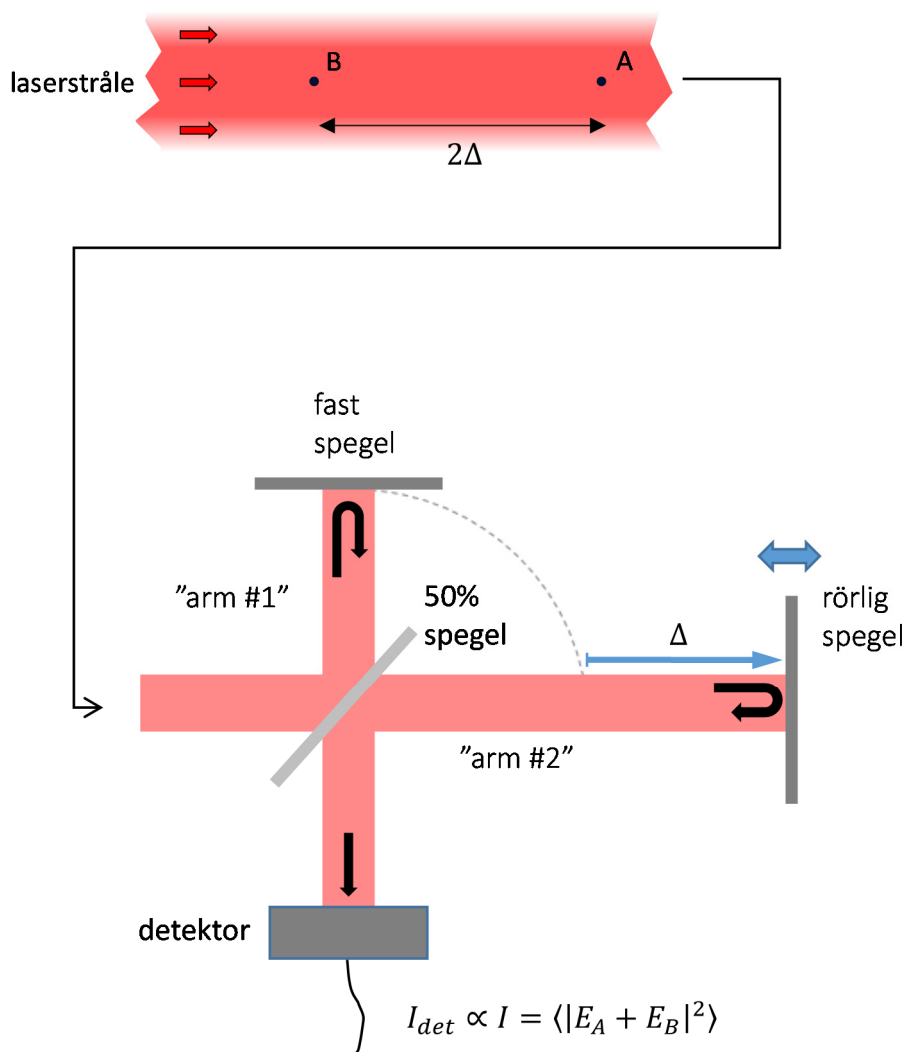
Neonatomen exciteras via kollision med en exciterad heliumatom, och vid kollisionen puttas en elektron i neonatomen till en högre bana. Beteckningarna  $3s_2$  o.s.v. i diagrammet ovan betecknar olika möjliga banor för elektronen runt atomkärnan, där varje bana har sin energi. Beroende på mellan vilka banor elektronen sedan hoppar frigörs olika mycket energi, som sänds ut som en foton (ibland). Och eftersom fotonenergin svarar mot ljusets frekvens/färg kan man få laserljus med olika färger från samma lasermedium.

(c) Så hur gör man för att locka den upp-puttade elektronen i neonatomen att hoppa från bana  $3s_2$  till bana  $2p_{10}$  i diagrammet ovan, så att man får grönt laserljus (543.5 nm våglängd), och inte till bana  $2p_4$  så att man får den gamla vanliga röda lasringen (632.8 nm våglängd)? Tja, intuitivt verkar det kanske svårt att få exciterade neonatomer att ändra sitt beteende efter din vilja, men hemligheten ligger i att en laser utnyttjar *stimulerad* emission, och att den nya foton som skapas vid stimuleringen är identisk med den som stimulerar. Alltså ska vi se till att neonatomen omges av riktigt mycket gröna fotoner, så att sannolikheten är hög att atomen stimuleras av just en grön foton. Och det åstadkommer man med *speglarna vars reflektans görs kraftigt våglängdsberoende*. Vill man ha en grön laser görs speglarna väldigt bra för just den gröna våglängden (typisk reflektans för speglarna i HeNe-lasern ligger på 99.0-99.8%). Då studsar en grön foton i genomsnitt en massa gånger fram och tillbaka i kaviteten innan den



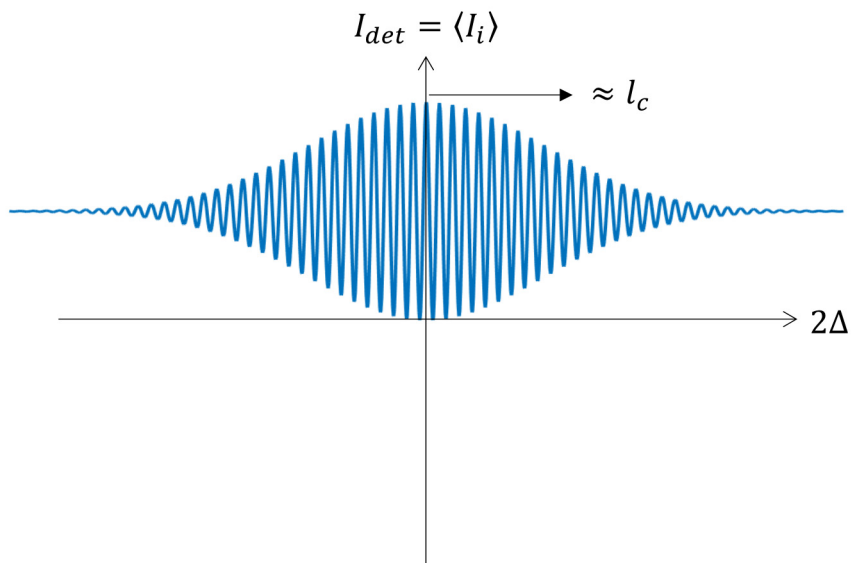
lyckas smita ut, och har då goda chanser att stimulera en neonatom. Spegelarna som används är oftast så kallade dielektriska speglar som består av ett stort antal tunna skikt där den höga reflektansen (för rätt våglängd) erhålls genom multipelreflektion.

**(d)** Michelsoninterferometern används för att analysera *tidskoherens* hos en laserstråle. Arm #2 avviker i längd en sträcka  $\Delta$  jämfört med arm #1. In på detektorn erhålls därför summan  $E_A + E_B$  av fälten i två punkter, A och B, längs strålen, separerade med avståndet  $2\Delta$  (den extra gångvägen för ljuset i arm #2 är  $2\Delta$  eftersom ljuset går fram och tillbaka).



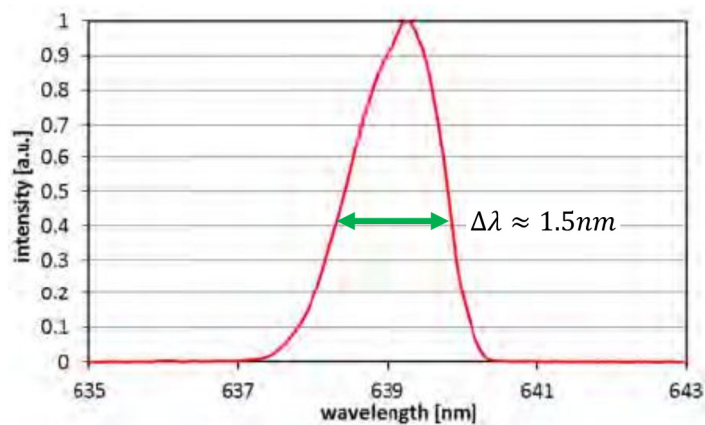
Så länge separationen  $2\Delta$  mellan A och B är betydligt mindre än koherenslängden  $l_c$  har  $E_A$  och  $E_B$  en fix fasskillnad så att  $E_A + E_B$  uppvisar full och stabil interferens som kan ändras mellan konstruktiv och destruktiv genom att förskjuta spegeln motsvarande en halv våglängd i gångväg. Intensiteten varierar mellan noll (destruktiv interferens) och maxvärdet som erhålls vid konstruktiv interferens. När separationen  $2\Delta$  börjar närma sig  $l_c$  fluktuerar fasskillnaden mellan  $E_A$  och  $E_B$  signifikant i tiden. Någon fullständig destruktiv eller konstruktiv interferens är därför inte möjlig (som tidsmedelvärde)

utan intensiteten på detektorn börjar gå mot ett konstant värde. Vi har därför följande kvalitativa utseende på den efterfrågade skissen



Intensitet är alltid en positiv storhet så det är bara den övre halvan av diagrammet som utnyttjas.

**(e)** Som nyss nämnts är koherenslängden en uppskattning av den separation  $2\Delta$  mellan A och B som krävs för att de kraftiga svängningarna hos  $I_{det}$ -kurvan nära  $2\Delta = 0$  ska ha dämpats avsevärt. Vi kan alltså säga att för  $2\Delta = l_c$  har variationen hos  $I_{det}$  tydligt ändrat karaktär. Den temporala koherenslängden  $l_c$  hos en ljuskälla bestäms av dess bandbredd, som uppskattas ur det uppmätta spektrumet



Vi väljer tämligen godtyckligt vad vi tycker är bredden på den uppmätta kurvan (här markerad med en grön dubbelpil), och avläser längden av pilen på den nedre skalan. Vi får kanske

$$\Delta\lambda \approx 1.5\text{ nm}$$

som svarar mot en frekvensskillnad

$$\Delta\nu = \left\{ \nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \frac{\Delta\nu}{\Delta\lambda} = \frac{d\nu}{d\lambda} = (-) \frac{c}{\lambda^2} \right\} = \frac{c}{\lambda^2} \Delta\lambda = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{(639 \text{ nm})^2} 1.5 \text{ nm} \approx 10^{12} \text{ Hz} = 1 \text{ THz}$$

Detta medför att koherenstiden för laserljuset är

$$\tau_c \approx \frac{1}{\Delta\nu} \approx 10^{-12} \text{ s} = 1 \text{ ps}$$

På denna tid hinner ljuset gå koherenslängden

$$l_c = c \cdot \tau_c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 10^{-12} \text{ s} = 0.3 \text{ mm}$$

Om  $2\Delta = l_c$  ska gälla för att "kurvan ska ha ändrat karaktär" blir alltså

$$\Delta = \frac{l_c}{2} \approx 0.1 \text{ mm}$$

Det är alltså ingen stor ändring av armlängden som krävs! Men så har också lasern i exemplet en ganska låg tidskoherens för att vara en laser. Som exempel kan en HeNe-laser ha  $l_c$  från någon decimeter upp till flera hundra meter.