

Tentamen i Optik FFY091

Måndag 27 augusti 2018, kl. 14:00-18:00

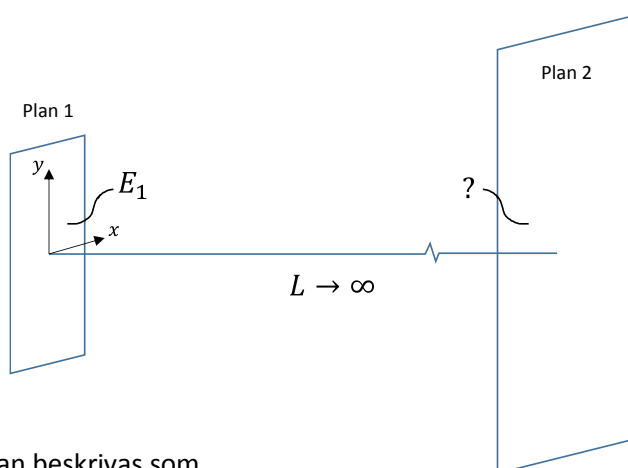
Examinator och jourhavande lärare Jörgen Bengtsson, tel. 031-772 1591, finns på plats ca kl 15 och 17 för att svara på frågor. För betyg 3, 4, 5 krävs 30, 40 resp. 50 p, inkl. bonus, av max 60 p, se vidare Kursinformation på kurshemsidan där också lösningsförslag publiceras efter tentan. Visning av din tenta sker enklast genom att du skickar ett e-mail till Jörgen så får du den inskannad som pdf.

Tillåtna hjälpmedel: Typgodkänd räknare, linjal, samt ett ark (två sidor) A4-papper med egenhändigt handskrivna, valfria anteckningar.

- Motivera dina steg och formulera dig klart (gärna icke-verbalt i form av skisser) – båda dessa aspekter poängbedöms.

- Gör egna rimliga antaganden där det behövs.

1. Fjärrfält #1



Antag att det optiska fältet i Plan 1 kan beskrivas som

$$E_1(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{om } \sqrt{x^2 + y^2} < R \\ 0 & \text{om } \sqrt{x^2 + y^2} > R \end{cases}; R = 2\text{mm}$$

(a) Hur skulle du beskriva fältet E_1 med några få ord, utan att använda matematiska uttryck! (1p)

Om detta fält får propagera mycket långt i luft fås en intensitetsfördelning i "Plan 2" i form av en funktion som har ett speciellt namn.

(b) Vad kallas funktionen? (1p)

(c) Gör en grov skiss över hur funktionen i uppgift (b) ser ut i radiell led, så att man får en känsla för hur funktionen ser ut. (1p)

2. Fjärrfält #2

Denna uppgift är identisk med uppgift 1, med den enda skillnaden att fältet i Plan 1 nu kan beskrivas som

$$E_1(x, y) = e^{-(x^2+y^2)/\omega^2}; \omega = 2\text{mm} \quad (1\text{p}+1\text{p}+1\text{p})$$

3. Inte ens luddiga tumregler gäller alltid

Vi brukar ofta säga att det optiska fältet oundvikligen expanderar (divergerar) när ljuset propagerar tillräckligt långt. Detta framgår t.ex. om tumregeln om minsta möjliga stråldivergens,

$$\theta_{min} \approx \frac{\lambda}{D_1}$$

Men detta gäller inte alla typer av ljuspropagation. Nämn ett praktiskt mycket viktigt fall (som t.ex. är avgörande för att du ska kunna komma i kontakt med Facebooks datacenter i Luleå, eller vart du än surfar när optikföreläsningarna blir för långtråkiga) där det ovanstående inte alls gäller, utan det propagerande fältet har mycket mindre divergens - om ens någon alls! Uppenbarligen är någon förutsättning för att få använda tumregeln *inte* uppfylld i detta fall - vilken? (3p)

4. Jones

(a) I kursen har vi sett att en TOK ibland beskrivs av en så kallad Jonesmatris. Förklara kortfattat vilken information en sådan matris ger! (2p)

(b) Ange Jonesmatrisen för en genomskinlig tunn skiva (tjocklek $\lambda/4$) av ett helt homogent ("lika egenskaper i alla positioner") och isotropt ("lika egenskaper i alla riktningar") material, vid designvåglängden $\lambda = 633$ nm! (3p)

5. Michelson

I kursen har vi studerat en Michelson stellar interferometer.

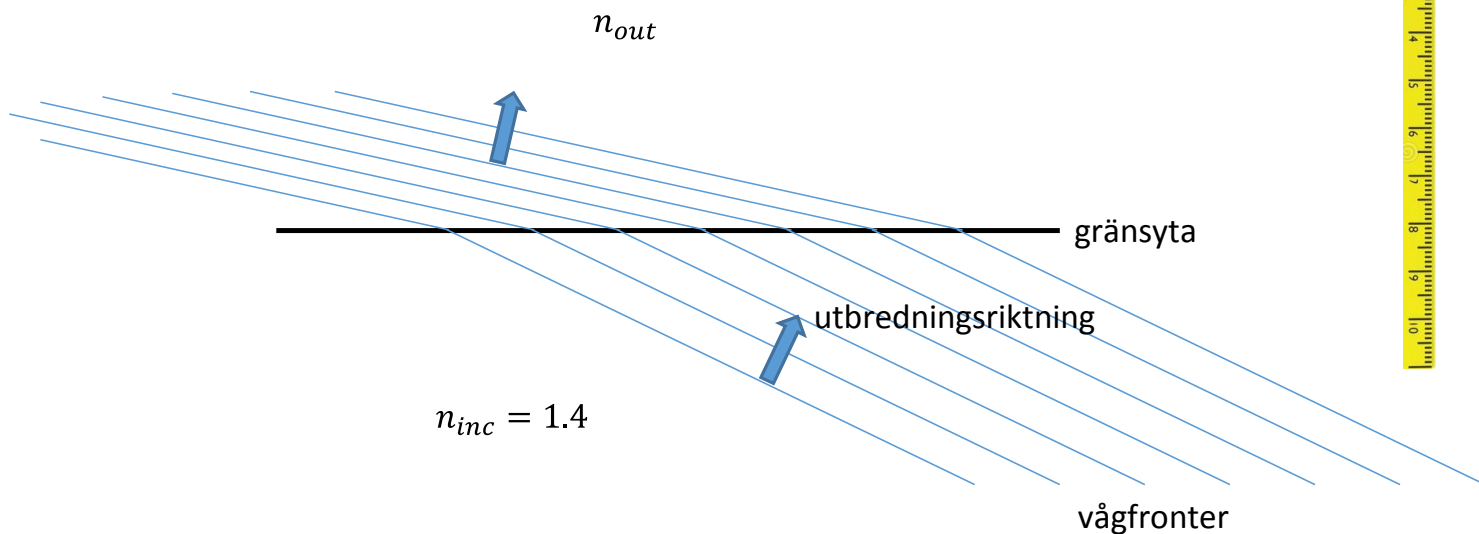
(a) Vilken egenskap hos ljuset mäter man med en sådan apparat (specificera så noggrant att det framgår att det *inte* är samma egenskap som man mäter med en vanlig Michelsoninterferometer)? (2p)

(b) Astronomer använder sådana mätningar för att kunna beräkna en viktig storhet ("kvantitativ egenskap") hos ett mycket vanligt objekt på natthimlen. Vilken storhet räknar de fram från mätningarna? (1p)



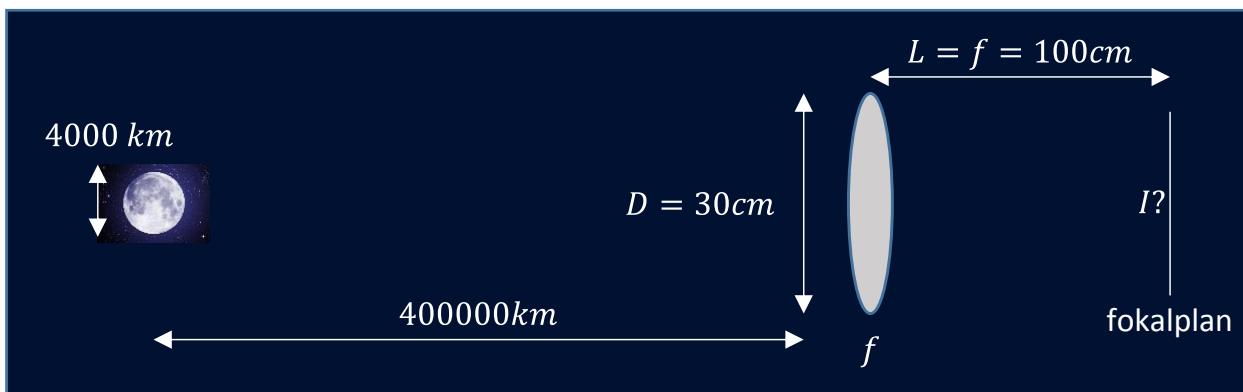
6. Transmission och reflektion i gränsyta

En plan ljusvåg ($\lambda_0 = 633\text{nm}$) propagerar i ett medium med $n_{inc} = 1.4$. Figuren visar hur vågen faller in snett mot en gränsyta och transmitteras till mediet på andra sidan gränsytan, med brytningsindex n_{out} . Propagationen sker i papperets plan, d.v.s. utbredningsriktningen har ingen komponent vinkelrätt mot papperet. Figuren visar helt skalenligt (samma förstoring i horisontal- och vertikalled) hur vågfronterna ser ut på båda sidor om gränsytan.



- (a) Utan att göra numeriska beräkningar, avgör om brytningsindexet n_{out} är större eller mindre än n_{inc} ! (2p)
- (b) Bestäm ett numeriskt värde för brytningsindexet n_{out} ! (3p)
- (c) Finns det för dessa värden på brytningsindexen någon infallsvinkel för vilken vi inte får någon transmitterad våg alls? (2p)
- (d) I figuren har inte vågfronterna för den *reflekterade* vågen ritats ut. Finns det för dessa värden på brytningsindexen någon infallsvinkel för vilken vi faktiskt inte får någon reflekterad våg? I så fall, är vi i närheten av denna infallsvinkel i det fall som figuren visar? (3p)

7. Månens varma (?) sken



Månljus (fullmåne) är grovt räknat *en miljon gånger svagare än solljus*. Enligt en anonymiserad kursdeltagare (kallad "X" i det följande) kan den stora spegeln som demonstreras på föreläsningarna (med 30 cm diameter och 1 m fokallängd, i figuren ovan ritad som lens) koncentrera månlyus så att det faktiskt ger en kraftig temperaturhöjning hos den belysta ytan i fokalplanet. Hens beräkning är följande:

Intensiteten hos belysta ytan i fokalplanet ges av

$$I = \frac{P_{in} \text{ (effekt in på spegeln)}}{A_{prick} \text{ (area av belysta ytan i fokalplanet)}}$$

där

$$P_{in} = \text{månlyusets intensitet} \cdot \text{spegelarean} = \frac{1000\text{ W/m}^2}{\text{en miljon}} \cdot \pi \frac{D^2}{4} = 7 \cdot 10^{-5}\text{ W}$$

eftersom solljusets intensitet är ungefär 1000 W/m^2 , och

$$A_{prick} \approx \pi \frac{(D_{spot})^2}{4} = \pi \frac{\left(\frac{\lambda}{D} L\right)^2}{4} = \pi \frac{\left(\frac{550\text{ nm}}{30\text{ cm}} 1\text{ m}\right)^2}{4} = 2.6 \cdot 10^{-12}\text{ m}^2$$

där vi använt tumregeln om minsta spotsize och en typisk våglängd i det synliga området.

Då fås alltså

$$I = \frac{P_{in}}{A_{prick}} = \frac{7 \cdot 10^{-5}\text{ W}}{2.6 \cdot 10^{-12}\text{ m}^2} = 3 \cdot 10^7\text{ W/m}^2 = 30000 \cdot 1000\text{ W/m}^2$$

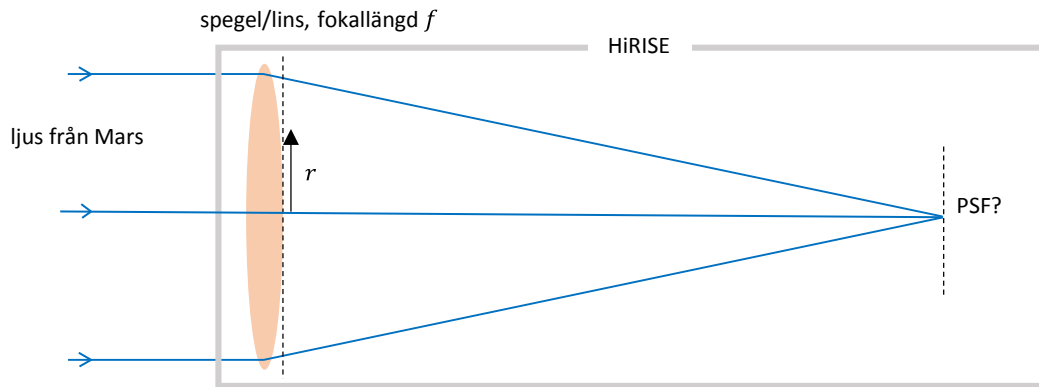
där den sista likheten bara poängterar att I blir 30000 gånger starkare än direkt solljus! Det borde alltså bli rejält varmt i det fokuserade månlyuset!

(a) Nej, nej, detta värde på I stämmer inte alls! Var i ovanstående resonemang tänker X totalt fel? (4p)

(b) Beräkna ett approximativt, men mycket sannare, värde på intensiteten hos månlyuset i fokalplanet! Blir det varmt där? (3p)

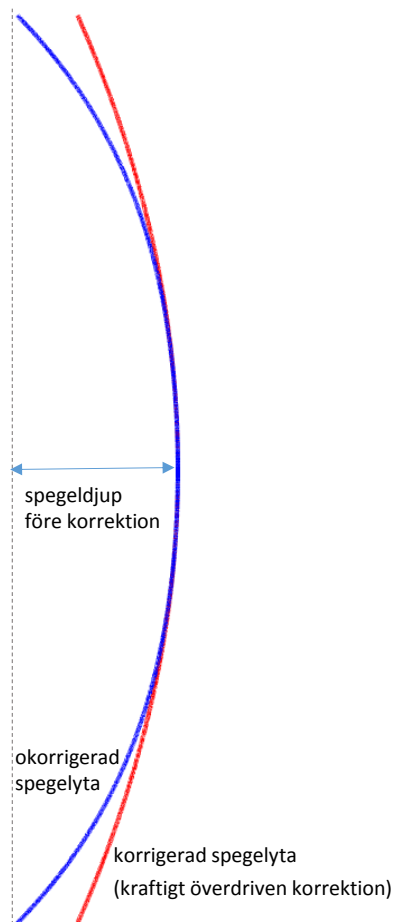
8. HiRISE-teleskopet

HiRISE är namnet på ett teleskop som vi simulerar i kursen. Teleskopet finns på en rymdsond som cirklar runt planeten Mars. HiRISE är ett spegelteleskop, men vi ersätter som vanligt spegeln med en lins:



(a) I skissen ovan förekommer beteckningen PSF. Förklara med en mening vad PSF är för något (du behöver inte ange vad bokstäverna i förkortningen står för)! När vi beräknat PSFen, hur använder vi den i våra simuleringar? (3p)

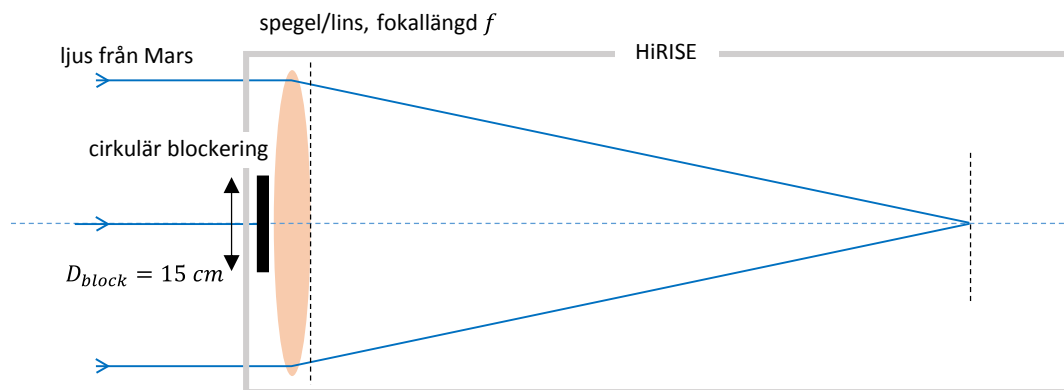
I våra simuleringar använder vi inte det vanliga uttrycket för fasmoduleringen hos spegel/lins, $\varphi_{lins} = -k \frac{r^2}{2f'}$, utan ett korrigerat värde. Fysikaliskt innebär denna korrektion att spegeln inte görs riktigt lika djup, som figuren visar



(b) Varför använder vi inte det vanliga uttrycket för fasmoduleringen, utan gör en korrigering? (2p)

(c) Vad skulle hända med PSFen och vad skulle hända med bilden av marsytan om vi inte gjorde korrigeringen (beskriv med några få ord)? (2p)

I våra simuleringar inför vi också en "cirkulär blockering" som gör att inget ljus passerar genom spegelns/linsens centrala del, som figuren visar.



(d) Varför inför vi den cirkulära blockeringen i vår simulering, som ju ska efterlikna det fysiska HiRISE-spegelteleskopet så mycket som möjligt? (2p)

9. Lasern

Följande två saker ingår nästan alltid i en laser. Förklara med några få ord vad de har för funktion i lasern

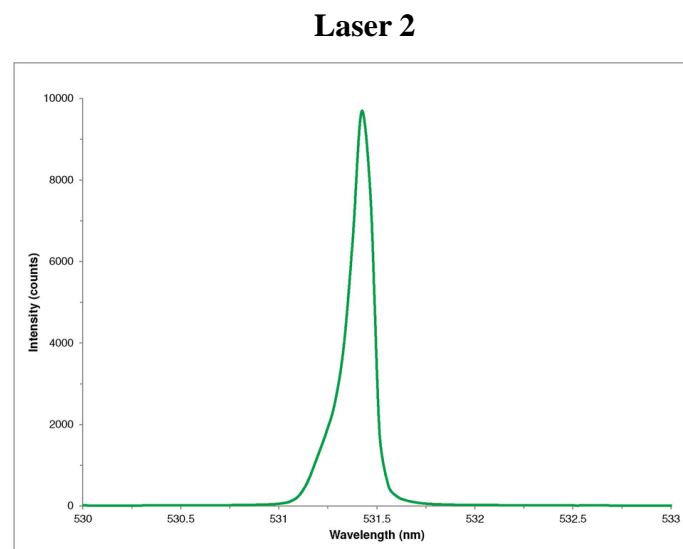
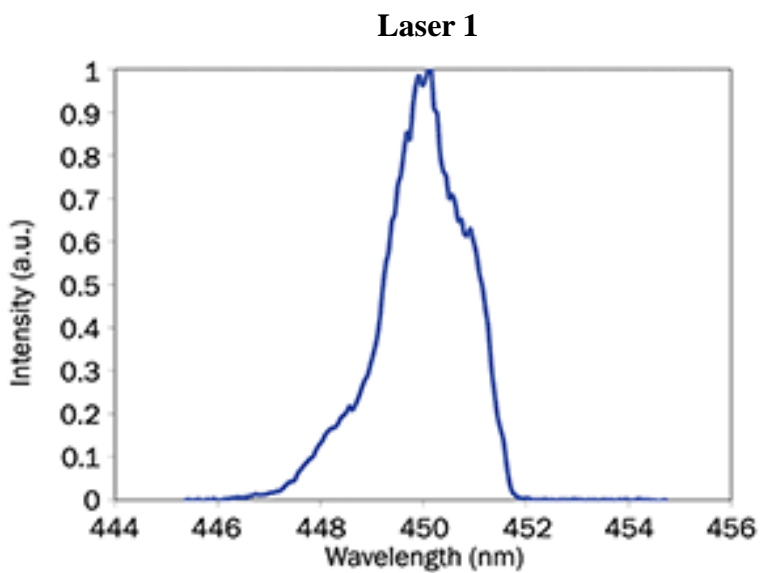
(a) lasermedium, (2p)

(b) speglar. (2p)

Dessutom,

(c) ge ett exempel på ett ämne som används som lasermedium (t.ex. i de lasrar som du använder flitigt i Labb D)! (1p)

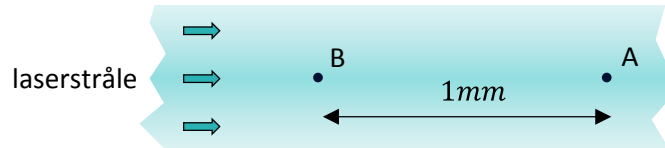
Inte ens laserljus är helt monokromatiskt. Graferna nedan visar laserljusets intensitet som funktion av våglängd för ljuset från två olika lasrar.



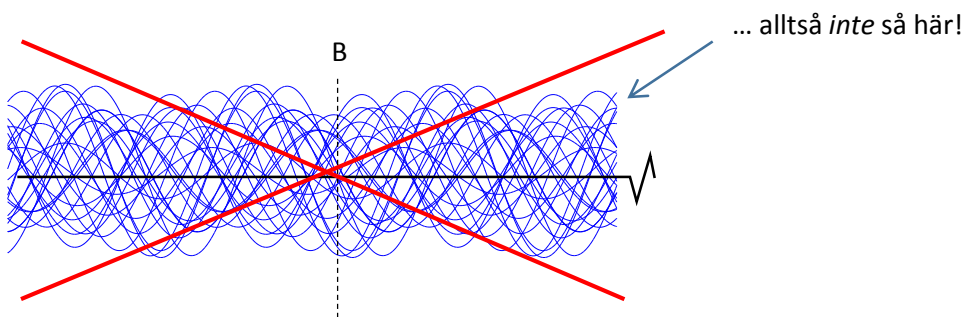
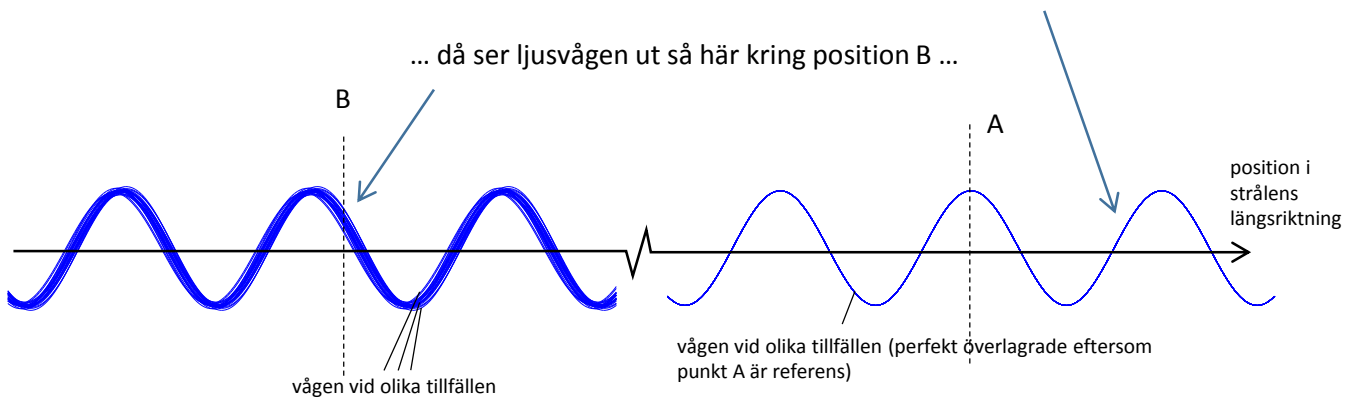
Uppgiften fortsätter med deluppgift (d) på nästa sida.

Antag nu att punkt A och B är två fixa positioner genom vilka en laserstråle passerar, se figuren nedan. A och B är separerade från varandra med sträckan 1 mm. Antag vidare att man kollar på ljusvågens utseende i position B vid ett stort antal tillfällen när ljusvågen i A har sitt maximum. Resultatet visas i figuren.

(d) Är ljusvågens utseende kring position B rimlig om laserstrålen kommer från Laser 1 respektive Laser 2? (5p)

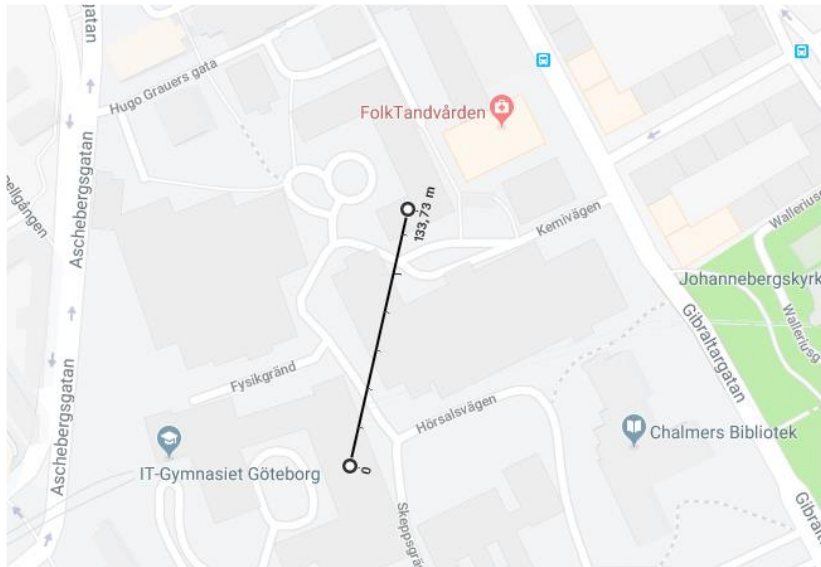


Vi kollar ljusvågen vid ett antal tillfällen när vågen har sitt max i position A (referens)...

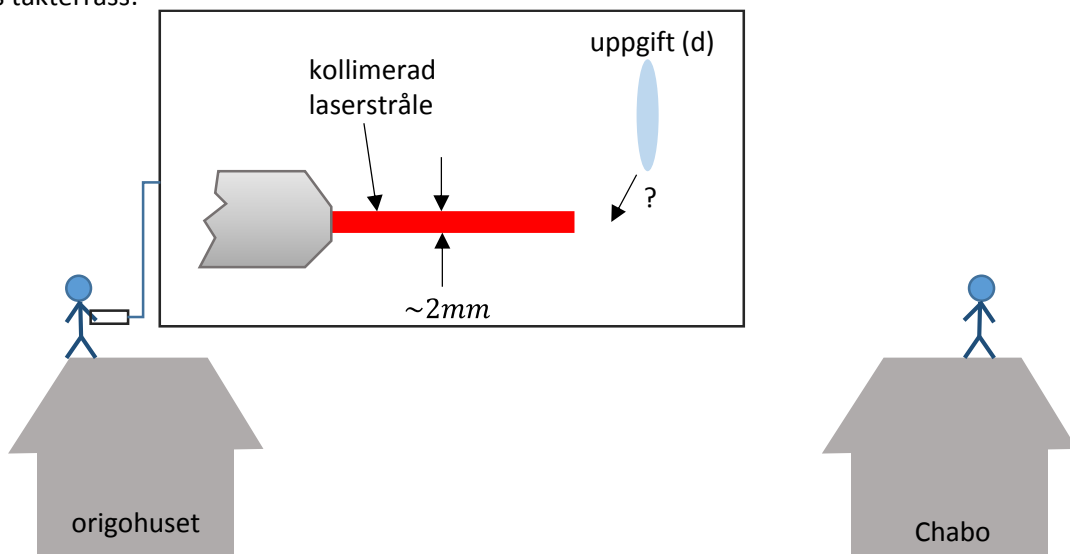


10. Optisk kommunikation i fria luften

Avståndet mellan taket på origohuset och takterrassen på studenthemmet Chabo vid MC2 är 133.73 meter enligt google:



En person på origohuset skickar ljussignaler med sin röda laserpekare till en person som står på Chabos takterrass:



(a) Vad innebär det att strålen är "kollimerad"? (1p)

(b) Varför är det viktigt att veta att strålen är kollimerad, för att kunna beräkna hur strålen propagerar? (1p)

(c) Uppskatta diametern på strålen när den når personen på Chabos tak! (2p)

(d) Skulle man kunna få en mindre diameter på laserstrålen vid Chabo genom att personen på origohuset sätter in en lins med lämplig fokallängd i strålen precis efter laserpekaren? Vilken fokallängd ska hen i så fall välja? (3p)

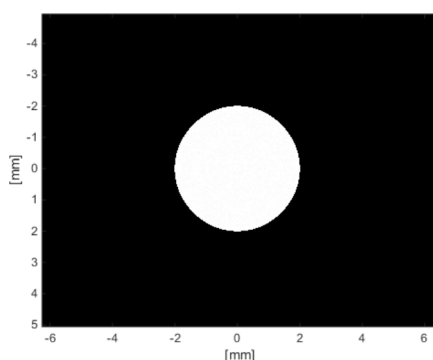
Tentamen i Optik FFY091

Måndag 27 augusti 2018, kl. 14:00-18:00

Diskussion och lösningsförslag

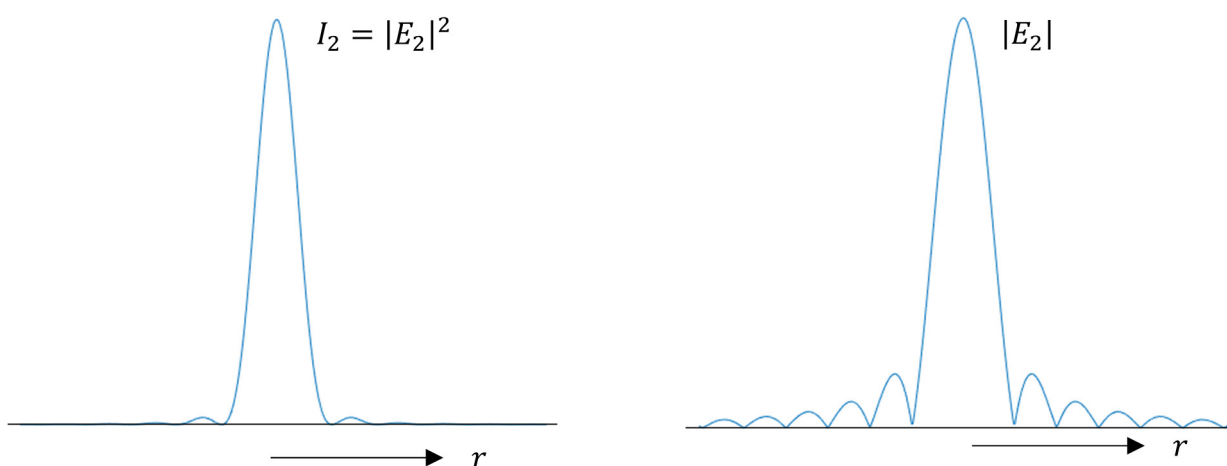
1. Fjärrfält #1

(a) E_1 är ett konstant cirkulärt fält med radien 2 mm, och noll utanför cirkelarean. Fasen är alltså konstant (=0) innanför cirkeln, liksom intensiteten:



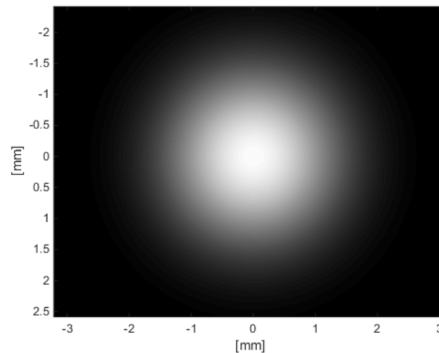
(b) I HUPP 1 simulerar vi propagationen av ett fält som E_1 till fokallängds avstånd efter en lens. Då erhålls ett fält som till formen liknar det fält man erhåller i fjärrfältet, alltså om man propagerar väldigt långt från Plan 1 i fria luften. Vi såg i HUPPen att vi erhöll ett fält vars intensitet varierade som *Airy-funktionen*, och alltså är intensitetsfördelningen i fjärrfältet också en Airyfunktion (fast med mycket större utbredning).

(c) Airy-funktionen har ett antal ringformade nollställen mellan vilka allt svagare lokala maxima uppträder. Dessa är dock så pass mycket svagare jämfört med centralmaximat att man ofta plottar fältets amplitud (högra figuren nedan) istället för intensiteten:



2. Fjärrfält #2

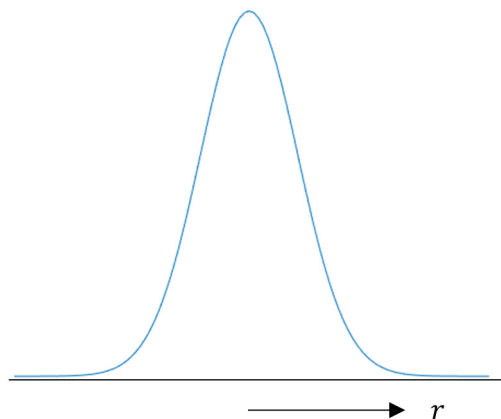
(a) E_1 är ett *gaussiskt* varierande fält. Alltså en mjukt, monotont radiellt avtagande intensitet, i detta fall med en $1/e^2$ -radie av 2 mm.



Fasen är konstant eftersom E_1 är reell.

(b) I HUPP 1 simulerar vi fjärrfältet (återigen med hjälp av en lins och kollar på fokallängds avstånd) från ett gaussiskt fält i Plan 1. Vi konstaterar då att det gamla tyska ordspråket "Gauss bleibt Gauss" verkligen stämmer. Alltså, ett gaussiskt fält förblir gaussiskt vid propagation i homogent medium. Det enda som händer vid propagationen är att den gaussiska funktionen blir bredare ($1/e^2$ -radien ökar) samt att fasen inte är konstant i "Plan 2" eftersom vågfronterna får en sfärisk form med varierande krökningsradie beroende på propagationssträckan.

(c) Fjärrfältets intensitetsfördelning är alltså också gaussisk enligt "Gauss bleibt Gauss", så vi plottar helt enkelt en typisk gaussisk funktion:



3. Inte ens luddiga tumregler gäller alltid

Ljus som propagerar i ett *homogent* medium kommer efter tillräckligt lång propagation att börja expandera (divergera). Alltid. Man kan inte komma ifrån detta genom att t.ex. börja med ett konvergerande (fokuserat) fält - visserligen minskar fältets utbredning fram till fokuset, men efter fokuset expanderar fältet.

Så enda möjligheten att få ett fält som inte expanderar oavsett propagationssträcka är att vi bryter mot antagandet om att vi har ett homogent medium. Och visst, i ett *inhomogent medium* i form av en *optisk fiber* (vars brytningsindex varierar i radiell led) kan ju ljuset propagera helt utan expansion när väl fältet ställt in sig. Då propagerar fältet i form av en mod (i singelmodfiber), eller summa av flera moder (i en multimodfiber), där varje mod behåller sin fältfördelning under propagationen.

Facebook, då? Jo, när du är i kontakt med Facebooks gigantiska severhall i Luleå går signalen nästan hela den långa sträckan som ljuspulser optiska fibrer. Bara sträckan närmast din telefon går signalen som radiovågor (via wifi till en router) eller mikrovågor (via 3G/4G-nätet till en basstation). Även inne i serverhallen färdas signalerna i optiska fibrer mellan olika datorer.

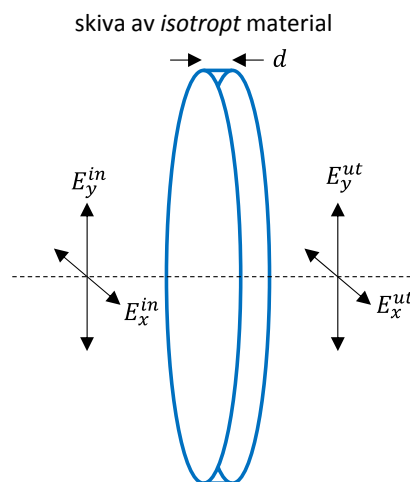
4. Jones

(a) Mycket kortfattat kan man säga att en optisk komponents Jonesmatris beskriver hur komponenten ändrar det infallande ljusets polarisationstillstånd.

Vill man vara mer utförlig kan man säga att Jonesmatrisen anger hur fas och/eller amplitud ändras för två ortogonala polarisationsriktningar när ljus propagerar genom komponenten.

(b) Här har frågeställaren försökt att luras! Men en platta med tjockleken " $\lambda/4$ " är *inte* en kvartsvågspatta (tjockleken av en kvartsvågspatta beror på skillnaden i ordinära och extraordinära brytningsindexen).

Faktum är att det inte alls går att göra en kvartsvågspatta av materialet i uppgiften, oavsett vilken tjocklek plattan har. Det beror på att materialet i plattan är *isotrop*, enligt uppgift. Därför kommer ljus i *alla polarisationsriktningar* att känna *samma brytningsindex*. Materialet är alltså *inte* dubbelbrytande. Alla polarisationsriktningar kommer att ändra sin fas lika mycket vid propagation genom plattan, vilket innebär att fältet ser likadant ut efter plattan som före plattan (så när som på en ointressant additiv fas φ som är lika för alla polarisationer).



Vill vi vara överdrivet formella kan vi säga att

$$\begin{bmatrix} E_x^{ut} \\ E_y^{ut} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x^{in} \cdot e^{j\varphi} \\ E_y^{in} \cdot e^{j\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x^{in} \cdot e^{jk_0 n_{xy} d} \\ E_y^{in} \cdot e^{jk_0 n_{xy} d} \end{bmatrix}$$

där $k_0 n_{xy}$ är fasändring per längdenhet hos ljuset som går genom plattan, och n_{xy} har används för att beteckna brytningsindex som är samma för både x - och y -polariserat ljus. För att få in en Jonesmatris skriver vi

$$\begin{bmatrix} E_x^{ut} \\ E_y^{ut} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x^{in} \cdot e^{jk_0 n_{xy} d} \\ E_y^{in} \cdot e^{jk_0 n_{xy} d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{jk_0 n_{xy} d} & 0 \\ 0 & e^{jk_0 n_{xy} d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x^{in} \\ E_y^{in} \end{bmatrix} = \cancel{e^{jk_0 n_{xy} d}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x^{in} \\ E_y^{in} \end{bmatrix}$$

där vi i sista ledet som vanligt strukit en gemensam fasfaktor i Jonesmatrisen. Jonesmatrisen för komponenten är alltså

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

d.v.s. enhetsmatrisen, vilket vi kunde sagt direkt så fort vi konstaterat att plattan inte ändrar polarisationstillståndet hos ljuset.

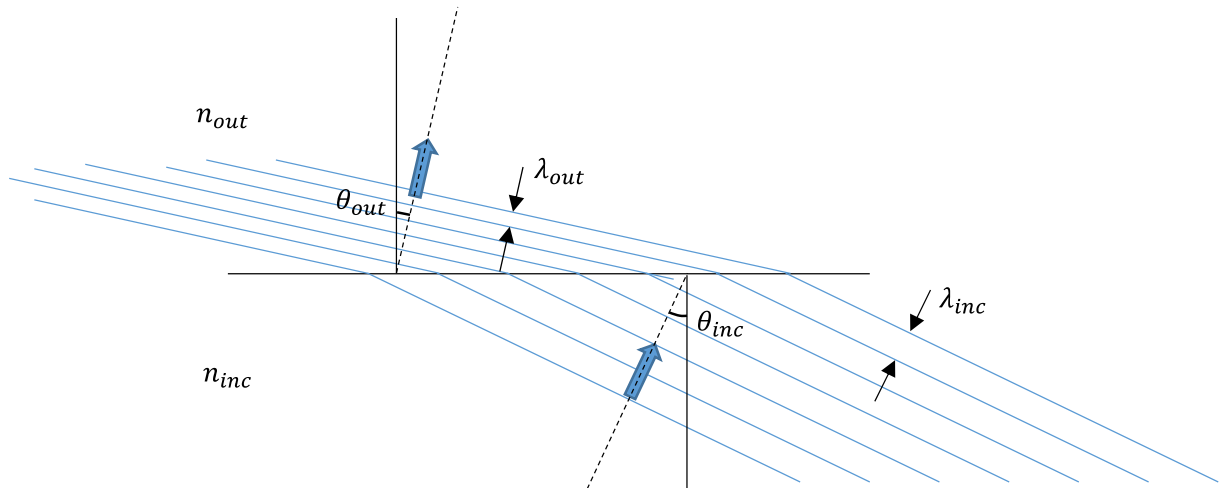
5. Michelson

(a) Med en Michelson *stellar* interferometer för man samman ljus från två olika positioner *tvärs* ljusets utbredningsriktning. Styrkan hos interferensen mellan dessa ger fältets koherens, förutsägbarhet, över ett avstånd lika med avståndet mellan de två positionerna. Eftersom vi tagit två positioner i tvärsriktningen handlar det mer specifikt om den så kallade *spatiella koherensen* (*rumskoherensen*).

I en (vanlig) Michelsoninterferometer för man samman ljus från två olika positioner *längs* fältets utbredningsriktning. Denna mätning ger därför information om den så kallade *temporal koherensen* (*tidskoherensen*).

(b) Den spatiella koherensen hos ljuset från en inkoherent ljuskälla ger information om källans form och utbredning. Genom att mäta den spatiella koherensen hos ljuset från en *stjärna* kan astronomerna därför beräkna den vinkel stjärnans yta upptar sett från Jorden. Har man bestämt avståndet till stjärnan, t.ex. via parallax, kan man därför beräkna stjärnans diameter.

6. Transmission och reflektion i gränssyta



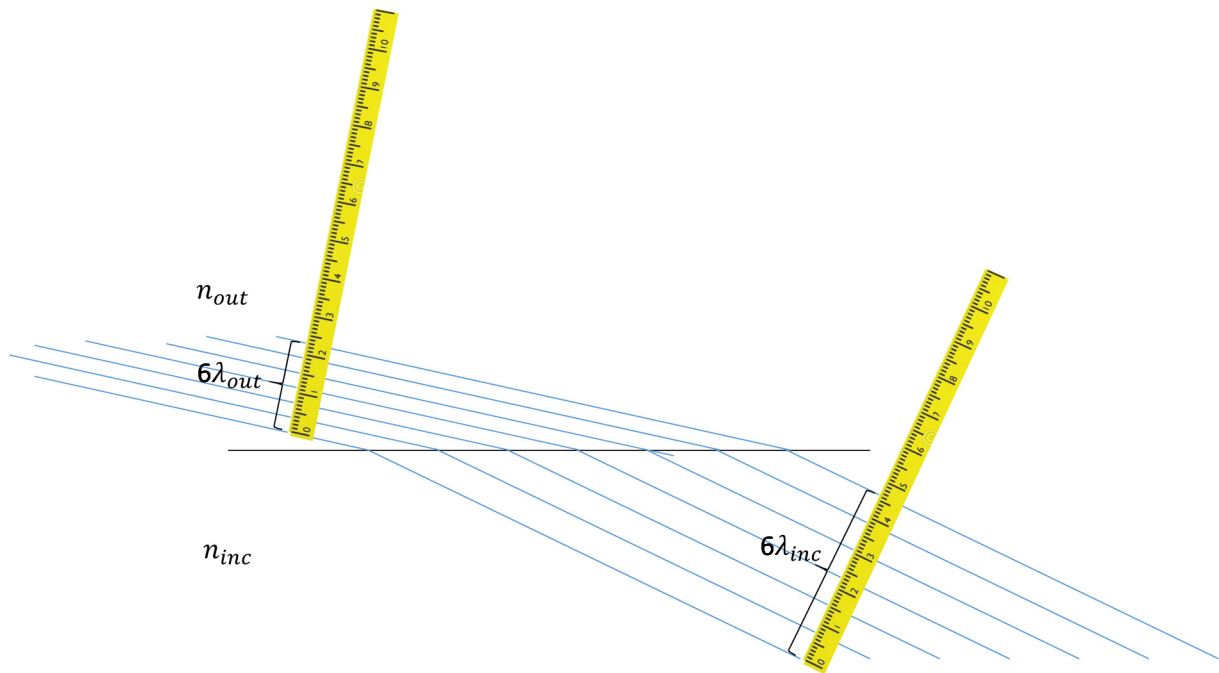
(a) Som bilden ovan visar "bryts strålen *mot* normalen till gränssytan" vid transmission vilket är ett tecken på att vi går till ett optiskt "tjockare" medium, alltså mot högre brytningsindex, dvs $n_{out} > n_{inc}$

Detta framgår också av Snells lag

$$n_{inc} \sin \theta_{inc} = n_{out} \sin \theta_{out}$$

Observera att vinklarna θ anger *utbredningsriktningen* (dvs riktningen hos den tjocka pilen vinkelrätt mot vågfronterna) hos vågen relativt *ytnormalen*. Som synes är $\theta_{out} < \theta_{inc}$, och alltså måste $n_{out} > n_{inc}$ för att Snells lag ska gälla.

Vi kan också direkt kolla på våglängden i de två medierna, alltså det vinkelräta avståndet mellan vågfronterna. Detta har indikerats i figuren som λ_{inc} och λ_{out} . Uppenbarligen är $\lambda_{out} < \lambda_{inc}$. Eftersom våglängden i ett material med brytningsindex n är λ_0/n är alltså $n_{out} > n_{inc}$.



(b) Vi skulle kunna uppskatta vinklarna θ_{inc} och θ_{out} ur figuren och använda *Snells brytningslag*. Men det är nog ganska mycket enklare att istället uppskatta *våglängden* i båda medierna. Som visas i figuren ovan mäter vi över ett antal våglängder (6 st) för att få bättre noggrannhet. Resultatet blir

$$\lambda_{inc} = \frac{4.65 \text{ linjalenheter}}{6 \text{ st}}$$

$$\lambda_{out} = \frac{2.3 \text{ linjalenheter}}{6 \text{ st}}$$

Vi tar kvoten mellan våglängderna

$$\frac{\lambda_{inc}}{\lambda_{out}} = \frac{\lambda_0/n_{inc}}{\lambda_0/n_{out}} = \frac{n_{out}}{n_{inc}} = \{\text{från ovan}\} = \frac{4.65 \text{ linjalenheter}}{6 \text{ st}} \frac{6 \text{ st}}{2.3 \text{ linjalenheter}} = \frac{4.65}{2.3}$$

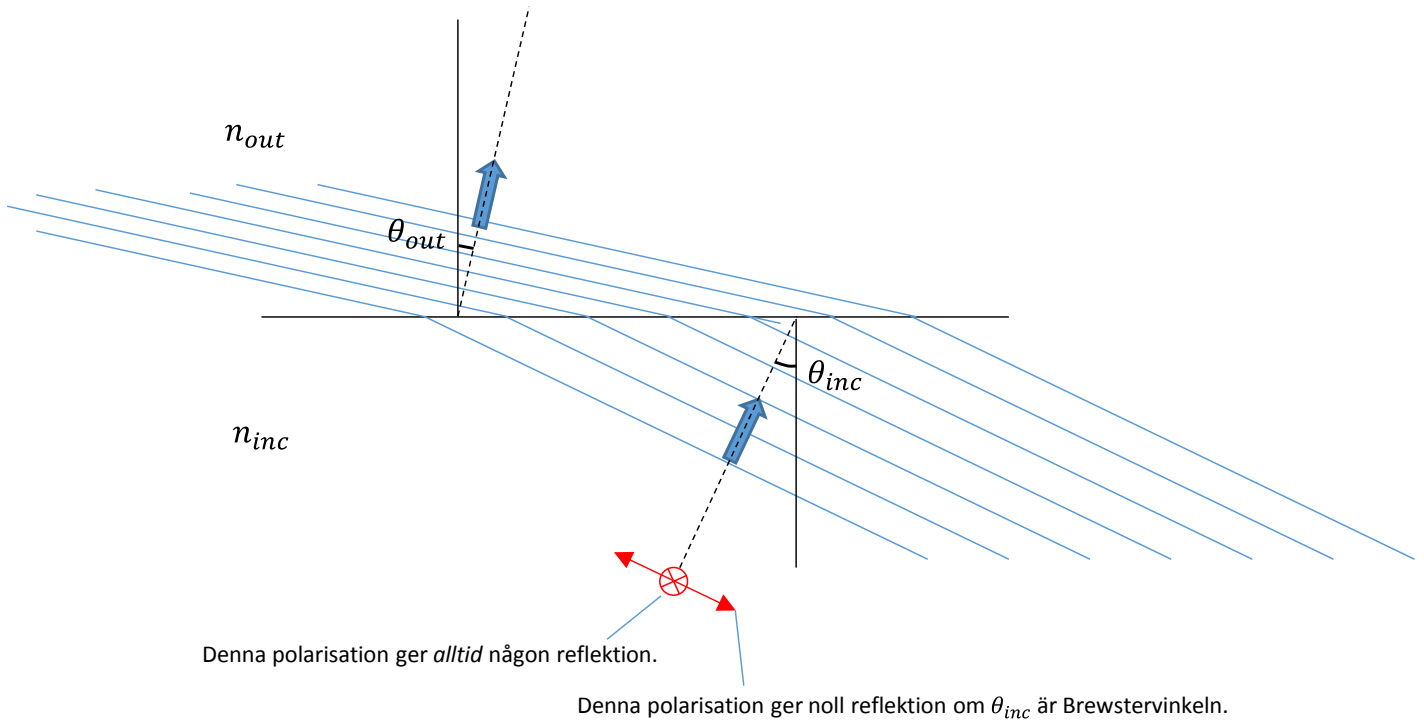
och alltså fås det önskade resultatet

$$n_{out} = \frac{4.65}{2.3} n_{inc} = \frac{4.65}{2.3} 1.4 = 2.8$$

eller något i den stilen (ganska osäkert värde)!

(c) Vid *totalreflektion* fås, som namnet på fenomenet antyder, ingen transmitterad våg utan allt ljus reflekteras vid gränssytan. Totalreflektion är dock endast möjligt att få då man går från ett tätare (högre brytningsindex) till ett tunnare (lägre index) medium så att ljuset bryts *från* ytnormalen. Totalreflektion inträffar när ljuset enligt Snells lag skulle brytas mer än 90° från ytnormalen, vilket ju är omöjligt.

I vårt fall går vi dock från ett lägre till högre index ($n_{inc} < n_{out}$) och totalreflektion kan inte inträffa. Vi har *alltid* en transmitterad våg – även om dess styrka varierar med infallsvinkeln blir den aldrig noll.



(d) Om infallsvinkeln θ_{inc} är lika med *Brewstervinkeln* θ_B fås *ingen reflektion om fältet är polariserat i papperets plan*. Denna polarisationsriktning kallas traditionellt "parallell" eftersom den är parallell med det så kallade infallsplanet (planet som spänns ut av ljusets utbredningsriktning och ytnormalen, d.v.s. papperets plan i detta fall). Denna polarisation indikeras med röda dubbelpilen i figuren ovan. Brewstervinkeln ges av

$$\tan \theta_B = \frac{n_{out}}{n_{inc}} = \frac{2.8}{1.4} \Rightarrow \theta_B = \arctan\left(\frac{2.8}{1.4}\right) = 63^\circ$$

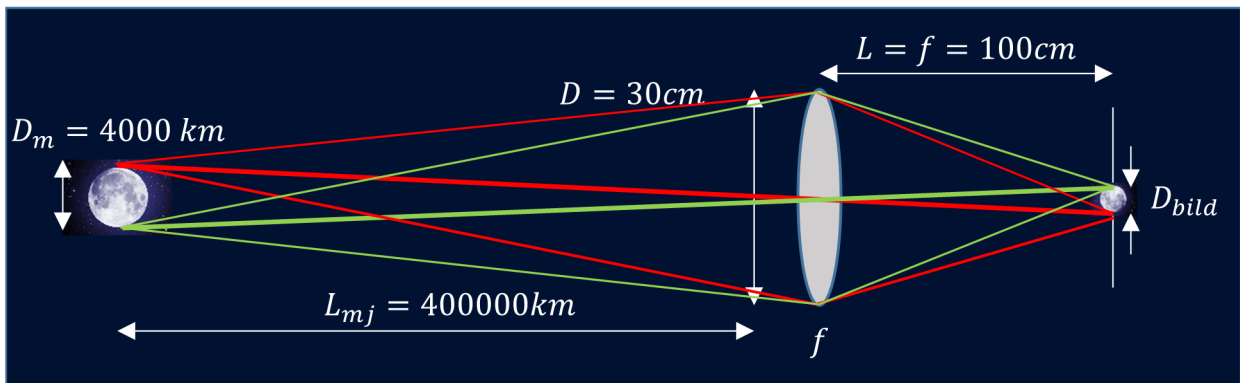
Men vi ser direkt ur vår figur att θ_{inc} knappast är större än 45° . Ljuset skulle behöva falla in betydligt snedare för att brewstereffekten ska inträffa. Alltså erhålls i vårt fall även ett reflekterat fält, förutom det transmitterade, när den infallande vågen träffar gränssytan.

7. Månens varma (?) sken

(a) Felet ligger i att X tror att månljuset kan fokuseras ned till en ljus prick vars storlek ges av minsta spotsize, Alltså en storlek på ungefär

$$D_{spot} = \frac{\lambda}{D} L = \frac{550nm}{30cm} 1m \approx 2\mu m$$

Men detta stämmer inte alls, eftersom månen är en inkoherent ("vanlig", icke-laser) ljuskälla med avsevärd utbredning (vi ser ju med blotta ögat att månen inte är en punktkälla utan har en avsevärd yta). Värdet på D_{spot} har ändå en viss relevans: det är storleken som ljuset från varje punktkälla på månen fokuseras till i fokalplanet efter spegeln. Men ljuset från punktkällor på olika platser på månen hamnar på olika platser i fokalplanet - vi får en *avbildning* av månen, på samma sätt som vi får av alla inkoherent belysta objekt. Denna avbildning är *mycket* större än D_{spot} , och har alltså mycket lägre intensitet än den som X beräknade.



(b) Vi beräknar alltså storleken av bilden av månen, som erhålls på fokallängds avstånd från spegeln/linsen, se figuren ovan. Med regeln "stråle genom linscentrum bryts ej" (dessa strålar är markerade med lite tjockare linjer) fås

$$\frac{D_{bild}}{L} = \frac{D_m}{L_{mj}} \Rightarrow D_{bild} = \frac{D_m L}{L_{mj}} = \frac{4000km \cdot 1m}{400000km} = 1cm$$

vilket är *mycket, mycket* större än D_{spot} . Månljuset som fångas upp av spegeln fördelas alltså över mycket större yta än vad X trodde, så intensiteten blir mycket lägre, nämligen

$$I = \frac{\text{effekt in på spegeln}}{\text{area av belysta ytan i fokalplanet}} = \frac{P_{in}}{\pi \frac{(D_{bild})^2}{4}} = (P_{in} \text{ beräknat tidigare}) = \frac{7 \cdot 10^{-5} W}{\pi \frac{(1cm)^2}{4}} \approx 1 W/m^2$$

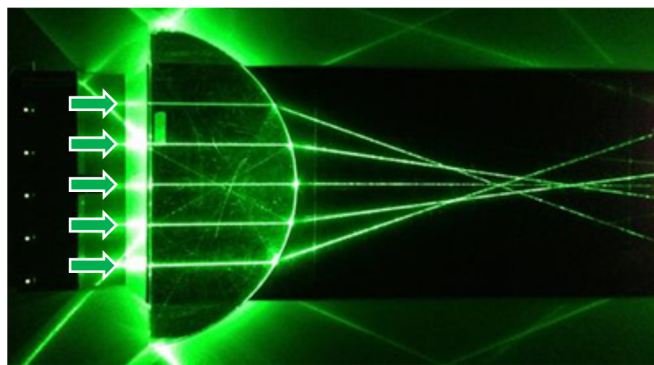
alltså ungefär en tusendel av solljusets intensitet! Detta värmer inte alls.

8. HiRISE-teleskopet

(a) PSFen (point-spread-function) för ett avbildande system är intensitetsfördelningen i det plan man betraktar avbildningen (t.ex. i det plan man har placerat kamerans detektorarray) från *en* punktkälla på objektet man avbildar. Vanligen väljer man den punktkälla på objektet som ligger i rakt-fram-riktningen, alltså längs det avbildande systemets symmetriaxel (kameror och andra avbildande system är nästan alltid rotationssymmetriska).

Det visar sig att under paraxiella approximationen ger alla punktkällor på objektet samma intensitetsfördelning i bildplanet, bara centrerad i olika positioner. Detta möjliggör en effektiv numerisk simuleringmetod för summeringen av intensitetsfördelningarna från alla objektets punktkällor: man *faltar PSFen med den "perfekta" bilden* (en förstoraad/förminskad version av objektet, så som bilden sett ut om ljuset från varje punktkälla på objektet kunnat fokuseras ned till en oändligt skarp punkt i bildplanet). Denna metod att snabbt beräkna intensitetsfördelningen i bildplanet från objektets alla punktkällor (eller åtminstone dem vi har med i vår samplade bild av objektet) är standardmetoden för att beräkna hur en avbildning blir i ett optiskt system.

(b) PSFen ska ha en så liten utbredning som möjligt, alltså vara så punktformig som möjligt. Detta kräver att linsen/spegeln utför bästa möjliga fokusering av ljuset från punktkällan. I HUPP3b märker vi att detta inte är fallet om linsens/spegelns fasmodulering ges av det vanliga uttrycket. Det beror på spegelns stora diameter i förhållande till dess fokallängd. Den paraxiella approximationen gäller därför inte, och det vanliga uttrycket för fasmoduleringen är inte tillräckligt exakt eftersom det bygger på att vi antar paraxiella förhållanden. Resultatet blir att linsen/spegeln blir för stark i periferin så att perifera strålar bryts för kraftigt. Detta kallas *sfärisk aberration*, och leder till ett oskarpt fokus. Figuren nedan visar ett experimentellt exempel från KTH; de yttersta strålarna fokuseras på för kort avstånd från linsen så att det inte finns något plan där allt ljus som går genom linsen är fokuserat till en liten prick.



Korrigeringen av fasmoduleringsfunktionen innebär följaktligen att fasmoduleringen görs något mindre snabbt ökande i periferin av linsen så att de perifera strålarna avlänkas något mindre kraftigt och därför möter de mer centrala strålarna i ett gemensamt, skarpt, fokus.

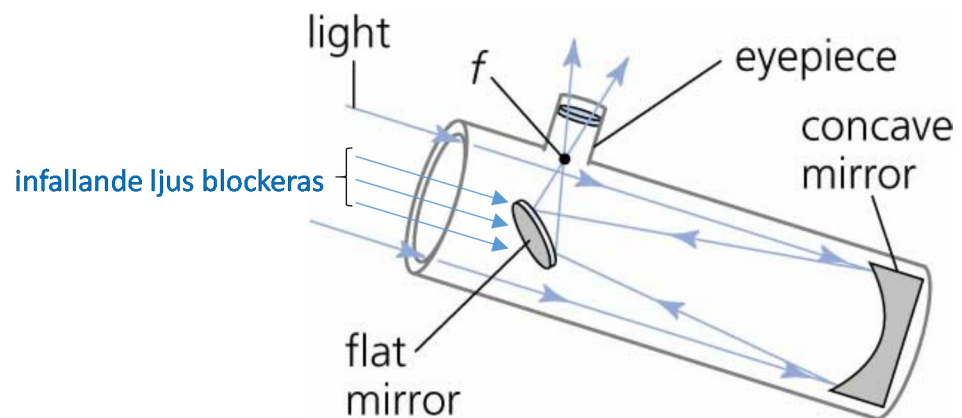
(c) I HUPP3b använde vi först den okorrigerade, paraxiella, fasmoduleringen för linsen/spegeln. Vi såg då att PSFen blev stor och blaffig och inte alls liten och skarp som önskat. Den blaffiga PSFen är väntad med tanke på diskussionen i uppgift (b) ovan, eftersom ljuset från olika radiella positioner på linsen/spegeln fokuseras på olika avstånd från linsen.

Eftersom PSFen är intensitetsfördelningen från *en* punktkälla på objektet byggs den totala bilden upp genom att man summerar PSEerna från alla punktkällor. Därför kan inte den totala bilden innehålla detaljer som är väsentligt mindre än utbredningen av PSFen. En blaffig PSF innebär alltså att den totala bilden av objektet blir suddig, där kanske bara de större detaljerna hos objektet är urskiljbara.

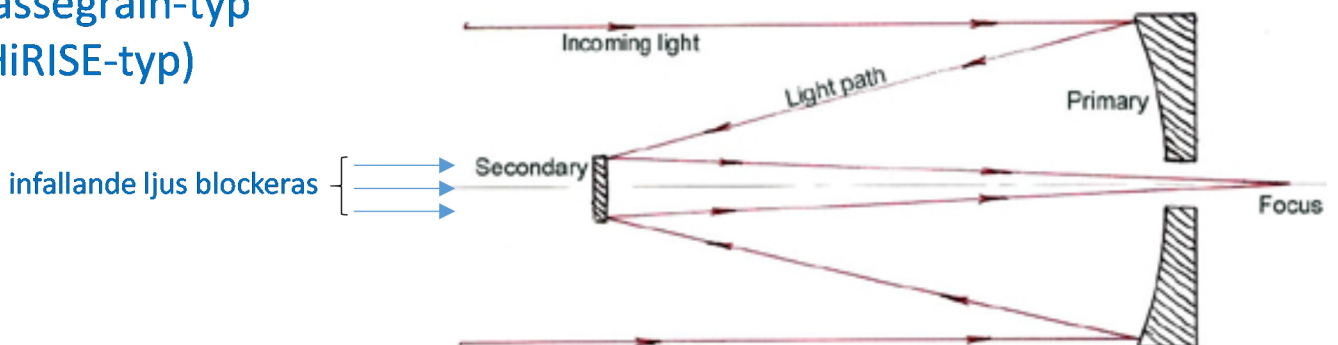
(d) Spegelteleskop har många fördelar jämfört med linsteleskop. En uppenbar nackdel är dock att spegeln reflekterar tillbaka ljuset i samma riktning det kom in. För att inte observatören eller kameran ska blockera det infallande ljuset har man olika fiffiga arrangemang med en mindre sekundärspegel som skickar iväg ljuset till en plats där det kan observeras utan att observatören själv blockerar ljuset, se figuren som visar två vanliga typer av spegelteleskop. Sekundärspegeln blockerar dock oundvikligen själv en del av det infallande ljuset, och det är denna ljusblockering vi simulerar med den centrala blockeringen.

HiRISE-teleskopet svarar för övrigt närmast mot den strålgång man har i Cassegrain-teleskopet.

Newton-typ



Cassegrain-typ (HiRISE-typ)



9. Lasern

(a) Lasermediets uppgift är att *förstärka ljuset som passerar genom* det. Detta sker genom stimulerad emission. Ett annat sätt att säga samma sak är att i lasermediet skapas fotoner via stimulerad emission, så att fler fotoner (per tidsenhet) lämnar lasermediet än som propagerar in i mediet (positiv nettoproduktion av fotoner).

(b) De två speglarna sitter vända mot varandra med lasermediet emellan. Spegelarnas uppgift är att "återvinna" fotonerna, genom att reflektera dem tillbaka in i lasermediet. På så sätt kan man erhålla en hög fotonkoncentration som gör att sannolikheten för stimulerad emission blir hög (jämfört med sannolikheten för spontan emission). En sådan ljuskälla är en laser.

(c) Ett lasermedium ska kunna tillföras energi, pumpas, och kunna stimuleras att avge energin som fotoner. Ett mycket stort antal ämnen har testats genom åren - man har t.ex. byggt en laser där man använde den amerikanska gelatin-efterrätten *Jell-O* som lasermedium. Men i praktiska, kommersiella lasrar används ett begränsat antal lasermedia. Vilket av dessa man använder beror bl.a. på vilken våglängd man vill ha på laserljuset.

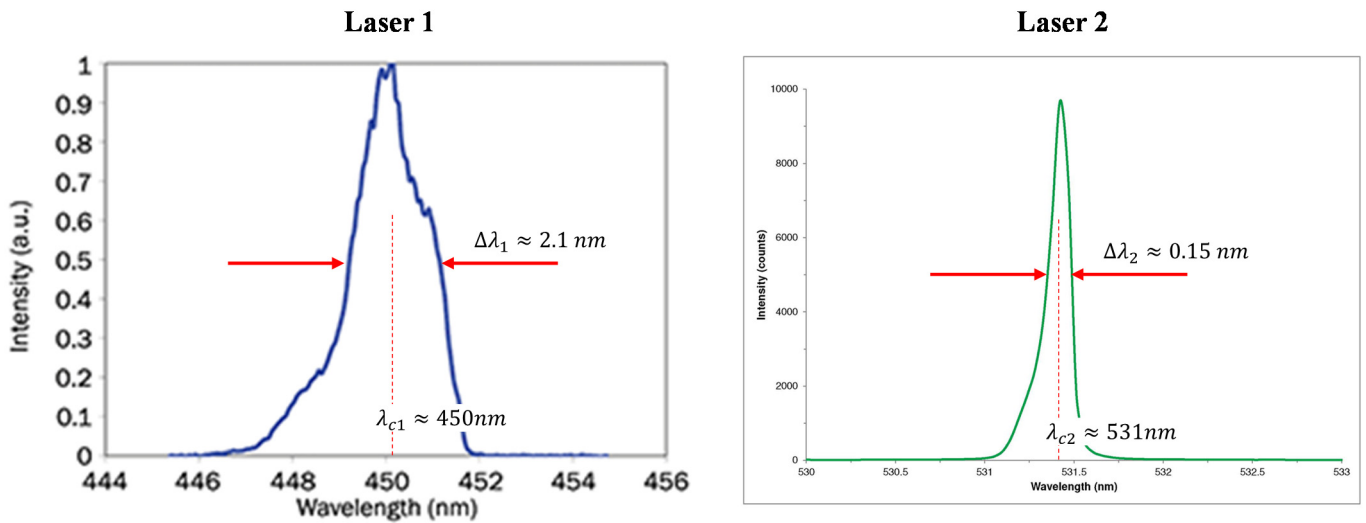
- I labb D, och på föreläsningarna, används en röd HeNe-laser. Lasermediet är alltså en tunn gasblandning av ädelgaserna helium och neon. Det är den exciterade neonatomen som avger (en del av) sin överskottsenergi via stimulerad emission, men heliumatomen behövs för att excitera neonatomen.

- olika typer av halvledarmaterial (GaAs, InP, ...) används mycket som lasermedium i infraröda lasrar, t.ex. i lasrar för optisk kommunikation (våglängd 850-1550 nm).

uppgift (d) behandlas på nästa sida

(d) Inte ens laserljus är helt förutsägbart. I detta fall kollar vi förutsägbarheten i fältets utbredningsriktning, det vi kallar tidskoherens. Alltså är frågan om vi kan förutsäga fältet i position B om vi känner fältet i A (det går förstås lika bra att byta position på A och B). Om vi ska kunna göra denna förutsägelse hyfsat bra så ska separationen mellan A och B maximalt vara ungefär lika med den temporala koherenslängden l_c .

Den temporala koherenslängden l_c bestäms av koherenstiden τ_c , som bestäms av ljuskällans bandbredd, alltså hur stort våglängdsintervall ljuskällan sänder ut ljus inom. Vi börjar med att uppskatta bandbredden hos Laser 1 och Laser 2. Figuren visar våra uppskattningar, vi har använt full-width-at-half-maximum som en (godtycklig men rimlig) definition på bandbredd.



Vi beräknar bandbredden hos ljuset uttryckt i frekvens, $\Delta\nu$, istället för våglängd. Som en bonus för dem som inte gillar differentialräkning gör vi på det brutala sättet utan hokus-pokus

$$\Delta\nu = \nu|_{\lambda=\lambda_c-\frac{\Delta\lambda}{2}} - \nu|_{\lambda=\lambda_c+\frac{\Delta\lambda}{2}} = \left\{ \nu = \frac{c}{\lambda} \right\} = \frac{c}{\lambda_c - \frac{\Delta\lambda}{2}} - \frac{c}{\lambda_c + \frac{\Delta\lambda}{2}} = \frac{c}{\lambda_c \left(1 - \frac{\Delta\lambda}{2\lambda_c}\right)} - \frac{c}{\lambda_c \left(1 + \frac{\Delta\lambda}{2\lambda_c}\right)}$$

där λ_c är centervåglängden. Utnyttjar vi maclaurinutvecklingen $1/(1 \pm \epsilon) \approx 1 \mp \epsilon$ i det sista uttrycket fås

$$\Delta\nu = \frac{c}{\lambda_c} \left[1 + \frac{\Delta\lambda}{2\lambda_c} - \left(1 - \frac{\Delta\lambda}{2\lambda_c}\right) \right] = \frac{c}{\lambda_c^2} \Delta\lambda$$

För Laser 1 fås då frekvensbandbredden

$$\Delta\nu_1 = \frac{c}{\lambda_{c1}^2} \Delta\lambda_1 = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{(450 \text{ nm})^2} 2.1 \text{ nm} \approx 3 \text{ THz}$$

vilket ger koherenstiden

$$\tau_{c1} \approx \frac{1}{\Delta\nu_1} \approx 0.3 \text{ ps}$$

vilket ger temporala koherenslängden

$$l_{c1} = c\tau_{c1} \approx 100 \text{ } \mu\text{m}$$

Dessa siffror indikerar att fältet är hyfsat förutsägbart under en tid $\tau_{c1} \approx 0.3 \text{ ps}$, eller ekvivalent, över en sträcka $l_{c1} \approx 100 \text{ }\mu\text{m}$ i fältets utbredningsriktning. Detta kan tyckas kort, men det handlar ändå om att vi kan förutsäga fältet över ett par hundra vågtoppar.

Gör vi samma beräkningar men sätter in värdena för Laser 2 fås istället, för frekvensbandbredden

$$\Delta\nu_2 = \frac{c}{\lambda_{c2}^2} \Delta\lambda_2 = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{(531 \text{ nm})^2} 0.15 \text{ nm} \approx 0.2 \text{ THz}$$

och för koherenstiden

$$\tau_{c2} \approx \frac{1}{\Delta\nu_2} \approx 6 \text{ ps}$$

och temporal koherenslängden

$$l_{c2} = c\tau_{c2} \approx 2 \text{ mm}$$

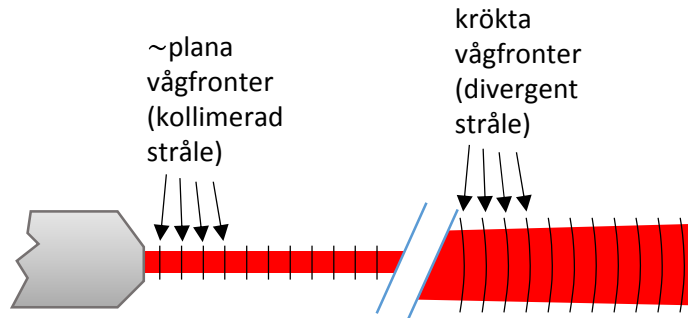
Laser 2 har ju betydligt smalare bandbredd, och liknar därför mer en "ideal" laser.

Om vi nu tittar på hur vågen ser ut i B vid olika tillfällen så ser vi att vågens värde är starkt korrelerat till vågens värde i A (som vi valde att vara maximalt vid alla observationstillfällen). Vi kan ganska säkert säga att B tycks ligga cirka en sjättedels våglängd (eller så) till höger om ett maximum, vilket är samma sak som att säga att vi ganska noggrant kan förutsäga fäsen på fältet i B. Fältet är ju definitivt inte helt oförutsägbart, vilket skulle ge observerade vågor kring B motsvarande den överkryssade bilden.

Med andra ord är fältet hyfsat förutsägbart över en sträcka av storleksordningen $\sim 1 \text{ mm}$. Då kan vi utesluta att detta fält skulle vara genererat av Laser 1, vars fält bara är förutsägbart över en sträcka av storleksordningen $\sim 0.1 \text{ mm}$. Däremot skulle fältet kunna vara genererat av Laser 2, vars fält är förutsägbart över en sträcka av storleksordningen l_{c2} .

10. Optisk kommunikation i fria luften

(a) En kollimerad, eller parallell, laserstråle varken divergerar eller konvergerar. Dess vågfronter är alltså plana. Strikt kan en stråle bara vara kollimerad i en enda position, eftersom strålen börjar divergera så fort den propagerar vidare från den position där den är kollimerad. Är strålen inte alltför smal ($\sim mm$ stråldiameter) håller sig dock strålen hyfsat kollimerad under en ganska lång sträcka ($\sim cm$ och uppåt).

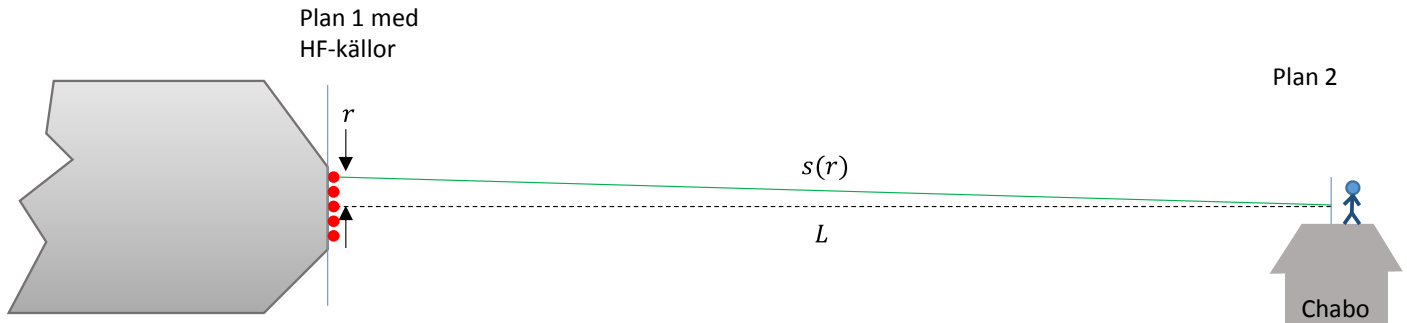


(b) Det är *alltid* viktigt att veta fasen hos ett fält i "Plan 1" för att kunna förutsäga hur det kommer att propagera. En kollimerad stråle har konstant fas i sitt tvärsnitt, medan en kraftigt konvergerande eller divergerande stråle har en starkt varierande fas i sitt tvärsnitt. De senare typerna av stråle sprider sig i en mycket större vinkel i fjärrfältet.

Därför, för att t.ex. kunna använda tumregeln om minsta spotsize/minsta stråldivergens i fjärrfältet, måste fasen vara bästa möjlig för att erhålla minsta divergens i fjärrfältet. Detta får man om alla HF-källor interfererar konstruktivt i "rakt-fram-riktningen", vilket ger just att alla HF-källor ska ha samma fas, dvs fasen i Plan 1 ska vara konstant.

uppgifterna (c-d) behandlas på nästa sida

(c) Vi kan använda tumregeln om minsta spotsize förutsatt att alla HF-källor interfererar konstruktivt i origo i Plan 2 (vid Chabo). Eftersom strålen är kollimerad i Plan 1, så alla HF-källor har samma fas, interfererar de konstruktivt i origo i Plan 2 om gångvägen $s(r)$ för alla HF-källor är densamma så när som på en liten bråkdel av våglängden. Detta sker om Chabo ligger tillräckligt långt bort, d.v.s. L är tillräckligt stort.



$$s(r) - s(r = 0) = \sqrt{L^2 + r^2} - L = L \sqrt{1 + \frac{r^2}{L^2}} - L \approx (\text{paraxiellt}) \approx L \left(1 + \frac{r^2}{2L^2}\right) - L = \frac{r^2}{2L}$$

Med $r = 1\text{mm}$ (halva den angivna stråldiametern i Plan 1) och $L = 133.73\text{ m}$ (vi äälskar värdesiffror!) fås

$$s(r = 1\text{mm}) - s(r = 0) = \frac{(1\text{mm})^2}{2 \cdot 133.73\text{m}} = 4\text{ nm} \ll \lambda$$

eftersom rött ljus har en våglängd $\lambda \approx 600 - 700\text{ nm}$. Allt ljus är i fas i origo i Plan 2 och kan alltså inte fokuseras bättre, och ljusfläcken där har därför den ungefärliga storleken "minsta spotsize".

Enligt tumregeln blir fältets utbredning av storleksordningen

$$D_{spot} \approx \frac{\lambda}{D_{start}} L \approx \frac{650\text{nm}}{2\text{mm}} 133.73\text{m} \approx 40\text{mm}$$

En stråle från en laserpekare hinner alltså bredda sig betydligt från Fysik till Chabo!

(d) Nej, med en lins direkt efter laserpekaren kan vi ändå inte fokusera bättre än vi redan gör! Vi konstaterade ju i (c) att "allt ljus [från HF-källorna] är i fas i origo i Plan 2". Bättre fokusering än så går inte att få!

Om vi ändå envisas med att sätta in en lins med optimal fokallängd, alltså med $f = 133.73\text{ m}$ (en så lång fokallängd motsvarar en mycket svag lins), efter laserpekaren skulle det inte göra någon skillnad eftersom den skulle lägga på den maximala fasmoduleringen (vid strålens mest perifera position, på det radiella avståndet $r = D_{start}/2 = 1\text{mm}$)

$$\varphi(r = 1\text{mm}) = (-)k \frac{r^2}{2f} \Big|_{r=1\text{mm}} \approx \frac{2\pi}{650\text{nm}} \cdot \frac{(1\text{mm})^2}{2 \cdot 133.73\text{m}} = 0.04\text{ rad} \ll 2\pi\text{ rad}$$

vilket är försumbart, och innebär att linsen inte skulle påverka propagationen märkbart.