

Tentamen i Optik FFY091

Fredag 8 juni 2018, kl. 14:00-18:00

Examinator och jourhavande lärare Jörgen Bengtsson, tel. 031-772 1591, **finns på plats ca kl 15 och 17** för att svara på frågor. För betyg 3, 4, 5 krävs 30, 40 resp. 50 p, inkl. bonus, av max 60 p, se vidare Kursinformation på kurshemsidan där också lösningsförslag publiceras efter tentan. Visning av din tenta sker enklast genom att du skickar ett e-mail till Jörgen så får du den inskannad som pdf.

Tillåtna hjälpmedel: Typgodkänd räknare, linjal, samt ett ark (två sidor) A4-papper med egenhändigt handskrivna, valfria anteckningar.

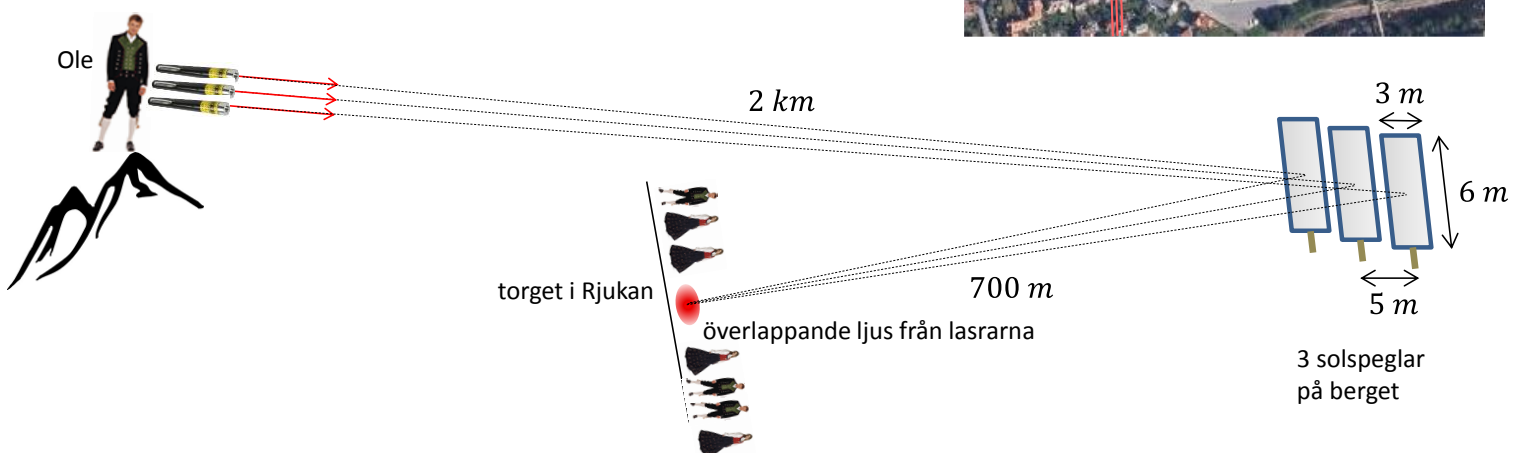
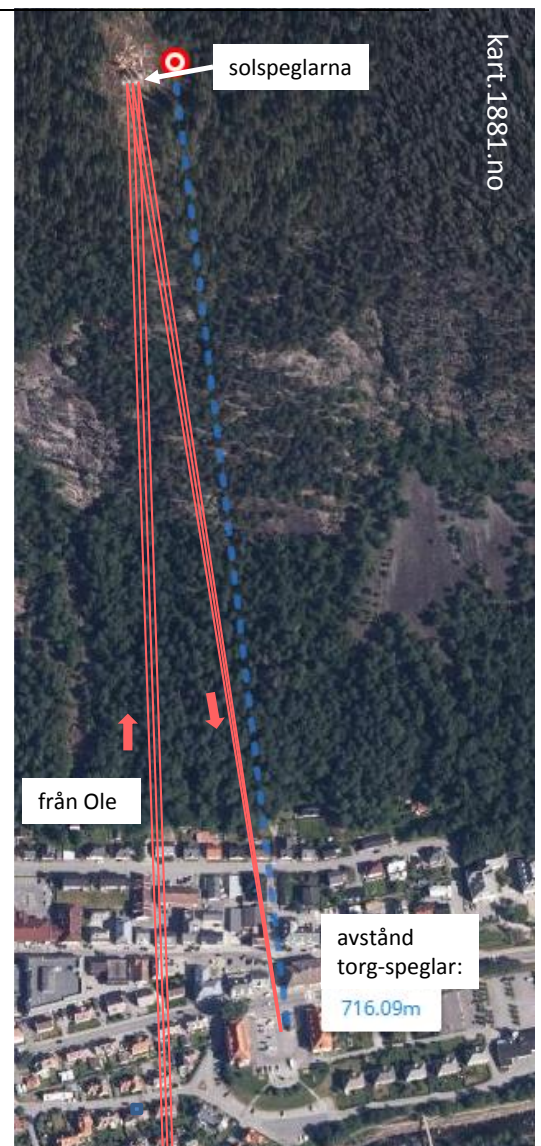
- Motivera dina steg och formulera dig klart (gärna icke-verbalt i form av skisser) – båda dessa aspekter poängbedöms.
- Gör egna rimliga antaganden där det behövs.

1. Laserfest i Rjukan: Ole och hans tre lasrar

Byn Rjukan i Norge ligger i en dal dit solens strålar aldrig når ner under vintern. För att få solljus har man därför satt upp tre stora plana speglar (vardera $3\text{ m} \times 6\text{ m}$ med 100% reflektion, och en separation på 5 m) på bergskammen ovanför byn, se flygbilden. Spegelarna är individuellt roterbara vertikalt och horisontellt.

Lasergutten Ole har nu skaffat *tre* lasrar. Varje laser riktar han mot centrum av en av de tre solspeglarna, så att varje spegel blir belyst, se figur nedan. Strålen ut från varje laserpekare är röd ($\lambda = 650\text{ nm}$), kollimerad och har en gaussisk tvärsnittsintensitet med en stråldiameter $2\omega_{start} = 2\text{ mm}$. Här är ω_{start} $1/e^2$ -radien för den gaussiska intensitetsfördelningen när strålen kommer ut från laserpekaren. För att förenkla antar vi att Ole, speglar och torg ligger på i stort sett rät linje och att torget är vinkelrätt mot ljuset från speglarna.

(a) Bekräfta att strålarna är tillräckligt smala när de kommer till speglarna för att allt ljus från *en* laser enbart hamnar på den avsedda spegeln (d.v.s. ingen signifikant mängd ljus går utanför spegeln). (4p)



(b) Spegelarna är vridna så att ljuset från de tre lasrarna överlappar på torget. Ole, som skolkade från föreläsningarna i Optikk F2 när han gick på NTH i Trondheim, tänker att "detta ger ett randigt interferensmönster på torget eftersom de tre fälten kommer in med lite olika vinkel mot torget" (se nästa deluppgift för invändningar mot detta resonemang). Uppskatta på ett ungefär avståndet mellan ränderna i det mönster som Ole tror uppstår! (3p)

Ledning:

Gör *inte* så här (eftersom du inte har tillgång till Matlab):

position y på torget

intensitet, $|E(y)|^2$

α

\bar{k}

$k_y \hat{y}$

från spegel 3

från spegel 2

från spegel 1

Fältet från varje laser är ungefär en plan våg när det når torget. Totala fältet $E(y)$ på torget är summan av dessa tre plana vågor

$$E(y) \approx e^{jk_y y} + e^{j \cdot 0 \cdot y} + e^{j \cdot (-k_y) \cdot y}$$

där

$$k_y = k \sin(\alpha) \approx k \frac{\text{spegelseparationen}}{\text{avståndet spegel-torg}} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{5m}{700m}$$

som insättes i uttrycket för $E(y)$, och så följer långtråkiga beräkningar som bäst görs i Matlab.

Gör så här istället:

En enskild rand utgör interferensmönstrets "minsta möjliga detalj". Vad är den ungefärliga storleken på denna – det är svaret på uppgiften!

position y på torget, "Plan 2"

intensitet, $|E(y)|^2$

$\approx D_f$

"Plan 1"

spegel 3

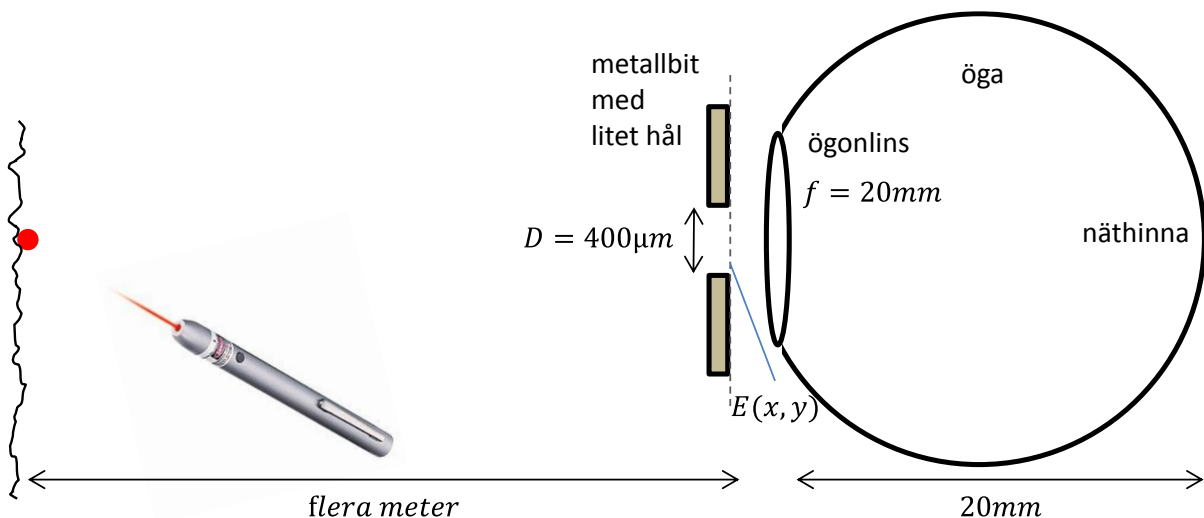
spegel 2

spegel 1

(c) I verkligheten uppstår *inte* det av Ole förväntade randmönstret på torget. Varför? Vilken intensitetsfördelning observerar man istället? (4p)

2. Som om man haft en jätteliten pupill

I Labb D kan man få testa en snabb extrauppgift som går ut på att man sätter en liten cirkulär apertur (en metallbit med ett hål med diametern $D = 400\mu\text{m}$) precis framför ögat och tittar på en laserprick ($\lambda = 633\text{nm}$) på väggen, se figur.



Istället för bara en prick kommer man att se ett litet ringformat mönster som mycket liknar det från HUPP1, när du kollade på fjärrfältet från ett cirkulärt, konstant (till både amplitud och fas) fält.

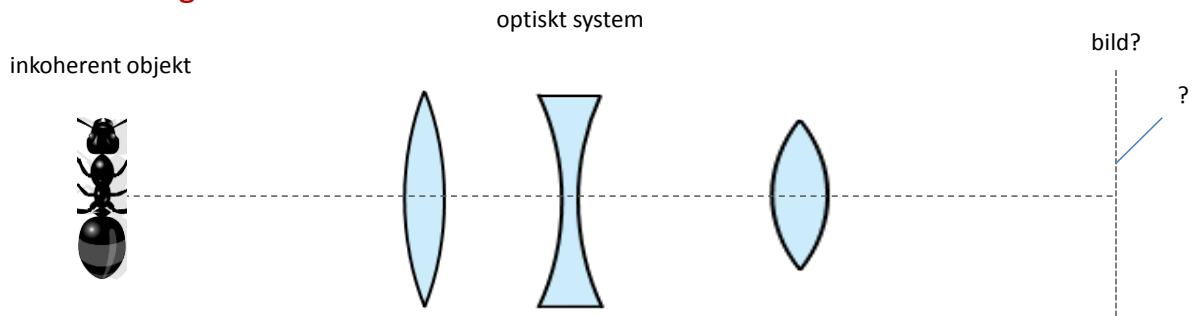
(a) Motivera mycket kortfattat, utan beräkningar, varför fältet $E(x, y)$ efter hålet i metallbiten med god approximation kan antas ha en konstant amplitud över en cirkelarea. (3p)

(b) Gör en beräkning som visar att fältet $E(x, y)$ med god approximation kan antas ha en konstant fas. (3p)

(c) Motivera mycket kortfattat, utan beräkningar, varför fjärrfältet av $E(x, y)$ kan observeras på näthinnan, som ju inte ligger jättelångt bort. (2p)

(d) Vad är diametern hos den tydligaste mörka ringen i ringmönstret på näthinnan? (3p)

3. Avbildningar



I Lärandemålen för kursen nämns 4 (!) metoder för att ta reda på "hur en avbildning blir", alltså skaffa någon sorts information om den bild av ett inkoherent belyst objekt som erhålls i ett optiskt system. Metoderna som nämns är

- i. geometrisk optik
- ii. propagation av varje punktkälla på objektet för sig
- iii. faltning med point-spread-function (PSF)
- iv. "skurar" av tidskoherenta fält

I det följande, ange bara metodernas "nummer" i, ii, iii eller iv när du refererar till dem. Var *mycket* kortfattad i dina motiveringar, förklaringar och beskrivningar!

(a) Vilken/vilka av metoderna använder sig av modellen att varje punktkälla på objektet sänder ut koherent (laser-) ljus? Du behöver endast motivera ifall någon metod *inte* använder denna modell! (2p)

(b) Vilken av metoderna antar dessutom att *olika* punktkällor på objektet är koherenta med varandra, trots att föremålet är inkoherent belyst? Förklara denna skenbara paradox! (3p)

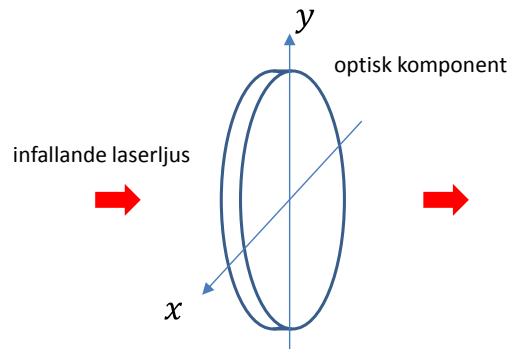
(c) Vilken/vilka av metoderna kan användas för att simulera den faktiska intensitetsfördelningen i bildplanet (eller vilket annat plan som helst)? (2p)

(d) Så den/de metoder som inte klarar simuleringen i (c), vilken information kan man få från denna/dessa? (2p)

(e) I kursen refererar vi flitigt till "den jobbiga metoden" att bestämma avbildningar. Vilken av metoderna handlar det om? Varför anser vi att den är "jobbig"? (2p)

(f) En av metoderna är en förenkling av den jobbiga metoden, som ger samma resultat som denna under paraxiella förhållanden. Vilken metod är detta? Förklara vilken förenkling man gör. (3p)

4. Polarisation



En tunn optisk komponent belyses med laserljus vars polarisationstillstånd beskrivs med Jonesvektorn

$$\begin{bmatrix} E_x^{in} \\ E_y^{in} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.2 \end{bmatrix}$$

(a) Visa att detta fält blir exakt noll vid vissa tidpunkter (d.v.s. visa att $E_x^{in}(t)$ och $E_y^{in}(t)$ blir noll samtidigt)! (2p)

(b) Är detta fält linjärt, elliptiskt eller cirkulärt polariserat? (2p)

(c) Efter att ljuset passerat komponenten har den Jonesvektorn

$$\begin{bmatrix} E_x^{ut} \\ E_y^{ut} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x^{in} \\ E_y^{in} \end{bmatrix}$$

alltså samma som för det infallande ljuset. Är det möjligt att komponenten i detta fall utgörs av en ideal kvartsvågsplatta (90° fasretardation) roterad någon viss vinkel? (3p)

(d) Nämn något användningsområde för kvartsvågsplattor (du behöver inte beskriva vilken funktion kvartsvågsplattan har i denna användning)! (1p)

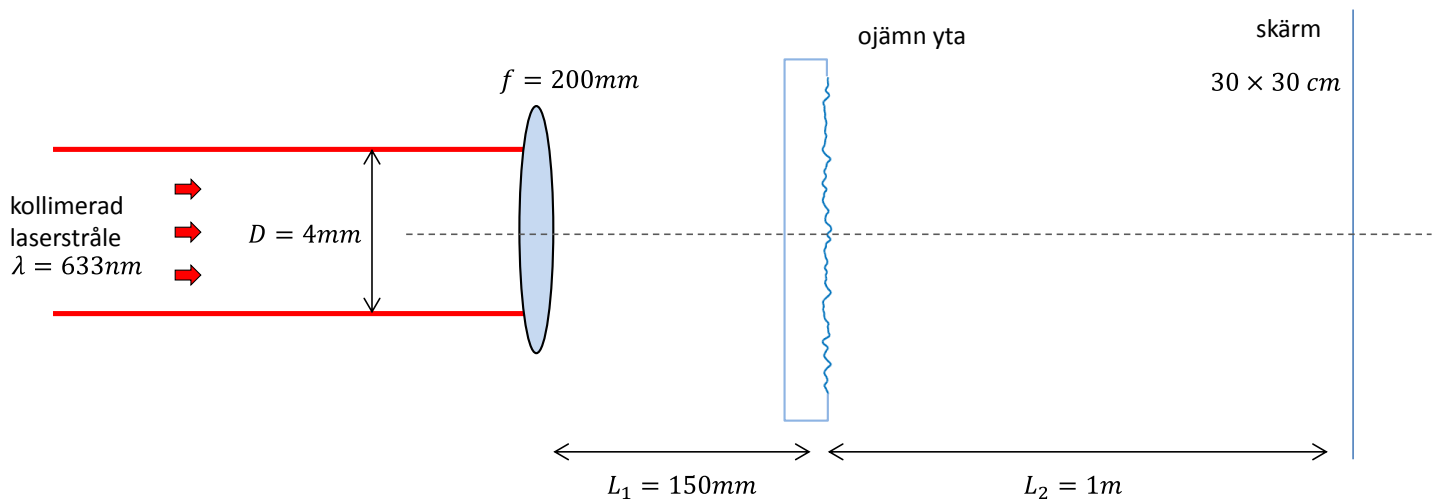
I Labb P undersöker du t.ex. hur man kan erhålla linjärpolariserat ljus ur vanligt "opolariserat" ljus.

(e) Vad menas med opolariserat ljus? (1p)

(f) Nämn tre metoder att åstadkomma linjärpolariserat ljus ur opolariserat ljus! Ange bara namnet på den optiska komponent du eventuellt använder eller vilken fysikalisk princip du utnyttjar, med ett eller några få ord. Du behöver inte förklara hur metoden fungerar. (3p)

5. Skrovlig yta

En bred parallell laserstråle, $\lambda = 633\text{nm}$, med diameter $D = 4\text{mm}$ belyser en lins med fokallängden $f = 200\text{mm}$, se figuren. På ett avstånd $L_1 = 150\text{mm}$ efter linsen sätts en tunn glasskiva där ena sidan är "frostad", alltså försedd med mikroskopiska ojämnheter. Vi kan anta att när ljuset passerar genom glasskivan får det *samma fasmodulering* som en laserstråle som reflekteras från projektorduken i FB-salen som ju också är en mikroskopiskt ojämn yta.



(a) På ett avstånd $L_2 = 1\text{m}$ efter glasskivan sätts en skärm med storleken $30 \times 30\text{cm}$ där vi observerar intensiteten. Kommer det finnas ljus över hela skärmens yta eller är det bara nära skärmens centrum som det kommer ljus? (4p)

(b) Kommer intensitetsfördelningen på skärmen att vara hyfsat jämn eller uppvisa kraftiga intensitetsvariationer på en mycket kort längdskala jämfört med skärmens storlek? Om det senare fallet gäller, ge ett ungefärligt värde på denna längdskala. (4p)

(c) Om man tittar på skärmen, alltså försöker observera intensitetsfördelningen på skärmen med sina egna ögon, kan man bli lurad! Överlagrad på den riktiga intensitetsfördelningen på skärmen kommer man att se en intensitetsvariation som inte finns där. Förklara! (4p)

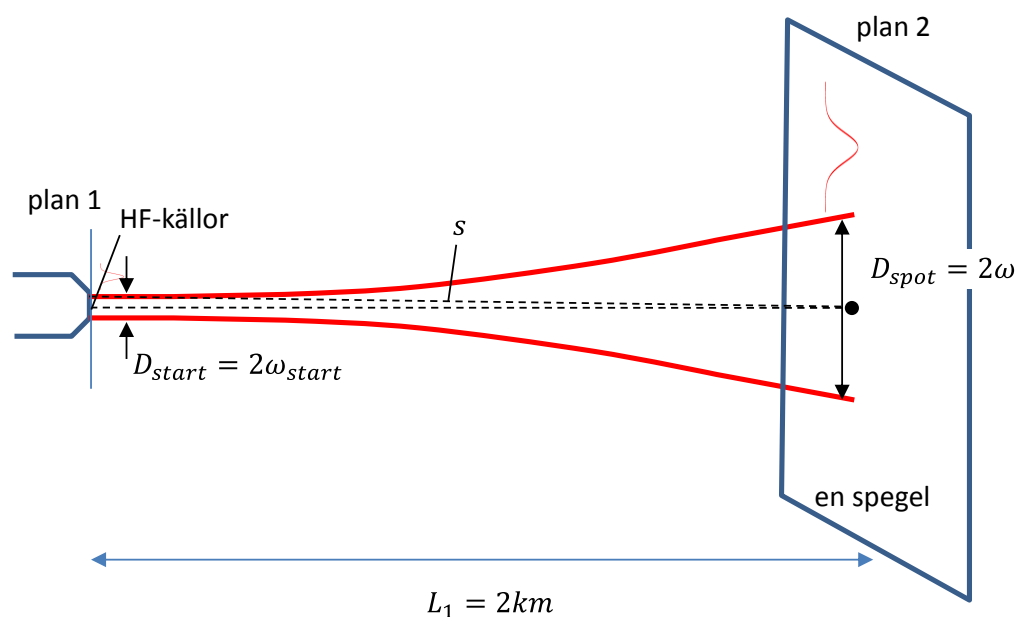
Tentamen i Optik FFY091

Fredag 8 juni 2018, kl. 14:00-18:00

Diskussion och lösningsförslag

1. Laserfest i Rjukan: Ole och hans tre lasrar

(a) Varje laser sänder ut koherent ljus. Strålen har en gaussisk intensitetsfördelning i tvärsnittet, och strålen förblir gaussisk under hela sin propagation enligt HUPP 1.



Vi vill beräkna strålens diameter när den nått fram till spegeln. Våra tumregler för minsta spotsize gäller om fältet i Plan 1, vid lasern, är perfekt fokuserat i centrum av Plan 2, vid spegeln. Vi kollar det! Det kan man göra på flera sätt som alla är ekvivalenta, som vi förklarar i Metoderna #1- #3 nedan.

Metod #1 att kolla om fältet är perfekt fokuserat

Eftersom strålen är kollimerad i Plan 1, d.v.s. har plana vågfronter, är alla HF-källor i fas i Plan 1. Om skillnaden i gångväg till centrum av Plan 2 är mycket mindre än en våglängd är fälten från HF-källorna i fas även där, d.v.s. vi har bästa möjliga fokusering. Vi beräknar gångvägsskillnaden för en HF-källa i kanten av strålen jämfört med den i mitten av strålen, d.v.s. differensen

$$\begin{aligned} s - L_1 &= \sqrt{\left(\frac{D_{start}}{2}\right)^2 + L_1^2} - L_1 = L_1 \sqrt{1 + \left(\frac{D_{start}}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{L_1^2}} - L_1 \approx \{\text{paraxiellt}\} \\ &\approx L_1 \left(1 + \left(\frac{D_{start}}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2L_1^2}\right) - L_1 = \frac{D_{start}^2}{8L_1} = \frac{(2\text{mm})^2}{8 \cdot 2\text{km}} = 0.25\text{nm} \ll \lambda \end{aligned}$$

∴ Fältet är optimalt fokuserat!

Metod #2 att kolla om fältet är perfekt fokuserat

"Egentligen" blir ett fält med plana vågfronter i Plan 1 optimalt fokuserat efter sträckan L_1 genom att vi sätter in en lins med $f = L_1$. Vi konstaterar nu att i vårt fall blir linsen så svag att dess fasmodulering är försumbar, d.v.s. fältet är optimalt fokuserat även utan denna lins. Linsens maximala fasmodulering inträffar längst ut från linsens centrum och är

$$\varphi_{lins}^{max} = (-)k \frac{r_{max}^2}{2f} = k \frac{\left(\frac{D_{start}}{2}\right)^2}{2f} = \frac{2\pi}{650nm} \frac{(2mm)^2}{8 \cdot 2km} = 2\pi \frac{0.25nm}{650nm} \ll 2\pi$$

där vi antagit att linsen inte behöver "jobba" längre ut än sträckan $\frac{D_{start}}{2}$ från mitten eftersom utsträckningen av den gaussiska strålen är ungefär D_{start} .

∴ Fältet är optimalt fokuserat!

Metod #3 att kolla om fältet är perfekt fokuserat

Vi kollar att L_1 är tillräckligt stort så att fältet i Plan 2 är fjärrfältet till fältet i Plan 1. Vi har ju sagt att i fjärrfältet har vi minsta möjliga utbredning av fältet (d.v.s. "minsta spotsize") om HF-källorna i Plan 1 är i fas, som här, eftersom divergensvinkeln för strålen blir som minst då. I F3 i kompendiet Föreläsningsanteckningar med kommentarer har vi ett approximativt villkor på L_1 för att vara i fjärrfältet i Plan 2:

$$L_1 > k \frac{(\text{maximal utbredning av fält i Plan 1 från origo})^2}{2 \cdot (2\pi/10)} \approx \frac{2\pi}{650nm} \frac{(1mm)^2}{2 \cdot \left(\frac{2\pi}{10}\right)} = 7.7m \approx 10m$$

Fjärrfältet inträffar alltså redan efter ~ 10 meter för den smala laserstrålen, vilket bl.a. innebär att efter ca 10 meter börjar strålens tvärsnittsutbredning växa linjärt med propagerade avståndet som indikerats med de två röda kurvorna i den mycket icke-skalenliga bilden ovan. Fältet i Plan 2, som ligger 2 km bort, är alltså med mycket god marginal fjärrfältet till fältet i Plan 1, och har alltså minsta möjliga utbredning eftersom fältet i Plan 1 har plana vågfronter.

∴ Fältet är optimalt fokuserat!

Som en direkt följd av Metod #1 finns det ett enklare sätt att kolla att det går att använda tumregeln för en kollimerad stråle.

Enklare sätt att kolla om tumregeln går att använda för en kollimerad stråle

Steg 1: Använd tumregeln (som vi ännu inte vet om den gäller) för att beräkna ett värde på stråldiametern vid spegeln:

$$D_{spot} \approx \frac{\lambda}{D_{start}} L_1$$

Steg 2: Om det erhållna värdet på $D_{spot} \gg D_{start}$ är tumregeln användbar! Vi ska alltså ha gått så långt från Plan 1 att strålen hunnit expandera rejält.

Bevis för detta!

$$D_{spot} \approx \frac{\lambda}{D_{start}} L_1 \gg D_{start} \Rightarrow \frac{D_{start}^2}{L_1} \ll \lambda$$

Enligt Metod #1 är gångvägsskillnaden till spegelns mitt för en HF-källa i kanten av strålen jämfört med den i mitten av strålen

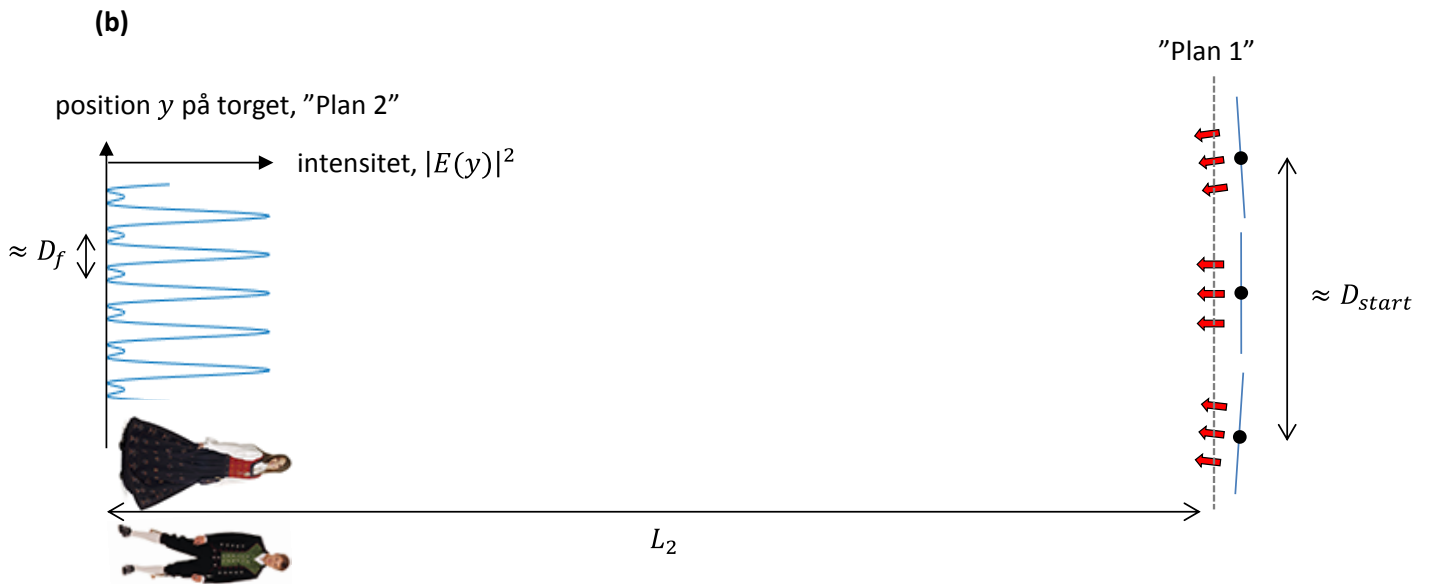
$$s - L_1 \approx \frac{D_{start}^2}{8L_1} = \frac{1}{8} \frac{D_{start}^2}{L_1} \ll \lambda$$

där den sista olikheten kommer av att vi konstaterade precis innan att $\frac{D_{start}^2}{L_1} \ll \lambda$. Som förklaras i Metod #1 betyder $s - L_1 \ll \lambda$ att fältet är optimalt fokuserat mitt på spegeln och tumregeln kan användas, vilket skulle bevisas.

Nu är vi helt säkra på att vi kan använda tumregeln om minsta spotsize, och eftersom strålen är gaussisk kan vi till och med använda exakta tumregeln för gaussiska strålar från HUPP 1

$$D_{spot} \equiv 2\omega = C \frac{\lambda}{D_{start}} L_1 = 1.27 \frac{\lambda}{2\omega_{start}} L_1 = 1.27 \frac{650nm}{2mm} 2km = 0.8m$$

där " ω " betecknar $1/e^2$ -radien för intensiteten. (Använder man det "enkla sättet" börjar man här, och konstaterar sedan att $D_{spot} \gg D_{start}$ så att tumregeln är giltig.) Har man glömt att $C = 1.27$ går det naturligtvis bra att använda $C = 1$. Laserstrålen divergerar oundvikligen under propagationen, men dess tvärsnittsdiаметer på runt 1m vid spegeln är tillräckligt liten för att strålen gott och väl ska rymmas inom en av speglarna.

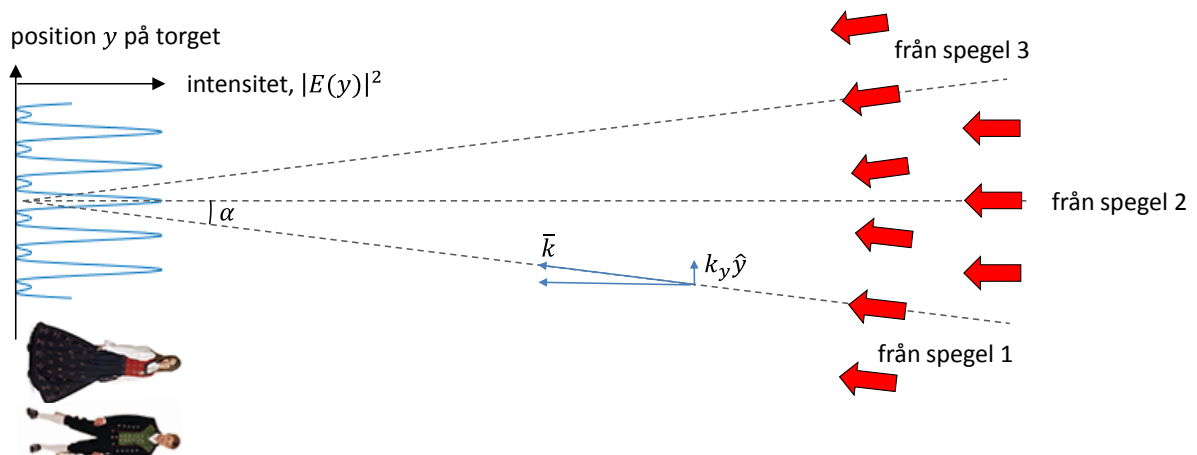


Fältet på torget, i "Plan 2", utgörs av fältet som propagerat från "Plan 1" precis efter speglarna. Förutsatt att detta fält är koherent kan vi använda den generella regeln om minsta feature size i Plan 2, som inte förutsätter att fältet är fokuserat utan gäller allmänt. Enligt tumregeln om minsta feature size fås minsta möjliga storlek av en detalj i fältet

$$D_f \approx \frac{\lambda}{D_{start}} L_2 = \frac{650nm}{10m} 700m \approx 50 \mu m$$

där vi för enkelhets skull tog utbredningen D_{start} av fältet i Plan 1 att vara lika med avståndet mellan de yttre speglarnas mittpunkter (egentligen sträcker sig fältet lite längre). Ränderna ligger alltså tätt!

Som indikerats i uppgiftstexten finns det (jobbiga) sätt att få en mer exakt uppfattning om hur randmönstret ser ut, givet att man vet mer exakt hur detta fält åstadkoms.



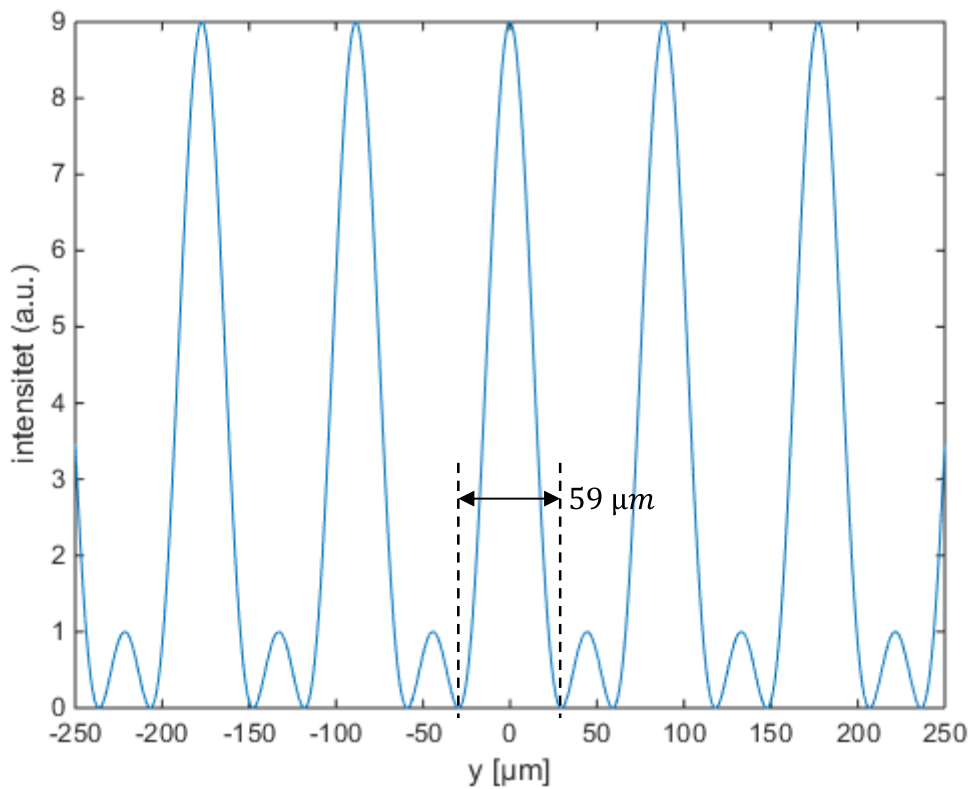
Fältet från varje laser är ungefär en plan våg när det når torget. Totala fältet $E(y)$ på torget är summan av dessa tre plana vågor

$$E(y) \approx e^{jk_y y} + e^{j \cdot 0 \cdot y} + e^{j \cdot (-k_y) \cdot y}$$

där

$$k_y = k \cdot \sin(\alpha) \approx k \frac{\text{spegelseparationen}}{\text{avståndet spegel-torg}} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{5m}{700m}$$

som insättes i uttrycket för $E(y)$, och så följer långtråkiga beräkningar som bäst görs i Matlab. Matlab kommer då att spotta ur sig följande intensitetsvariation i y-led hos en liten del av den belysta ytan på torget:



Vår enkla bedömning att minsta detaljstorlek är av storleksordningen $D_f \approx 50 \mu m$ tycks alltså stämma mycket väl i detta fall ☺

(c)

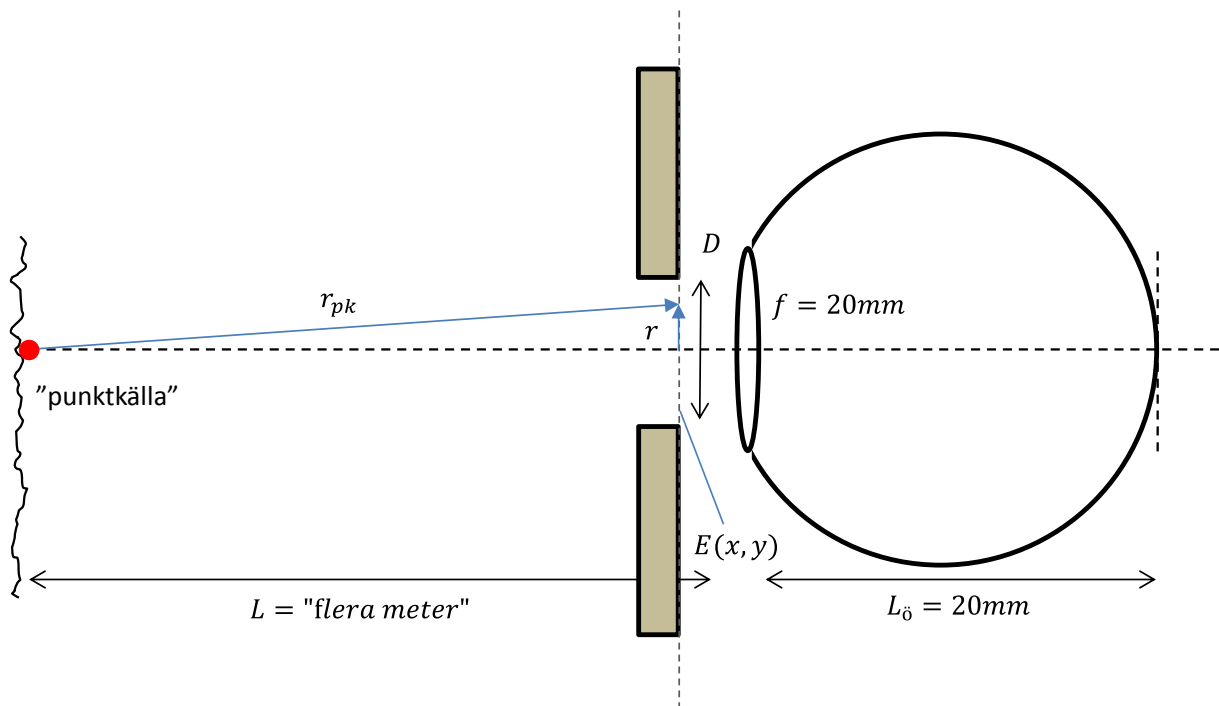
En laser sänder visserligen ut koherent ljus, men det är omöjligt att tillverka två lasrar så identiska att ljuset från ena lasern är koherent med ljuset från andra. Det betyder att fasen hos ljuset från ena lasern kommer att driva jämfört med fasen från ljuset från andra lasern. Fasset skillnaden kommer att ha ett värde i ett visst ögonblick och ett helt annat värde en mycket kort stund senare. Därför kommer även interferensen att variera på samma tidsskala, vilket i vårt fall innebär att ränderna i belysningen på torget hela tiden uppstår i nya y -positioner. (Detta är helt analogt med hur ränderna beter sig i en Michelson stellar interferometer där avståndet mellan öppningarna A och B är så stort att fältet vid A inte är koherent med fältet vid B.) Detta sker så snabbt att det enda vi kan observera med våra långsamma detektorer är det utsmetade mönstret – vi säger ibland lite slarvigt att ljus från olika lasrar inte interfererar. Vi observerar alltså inte något randmönster.

Eftersom vi inte hinner med att observera interferensen, utan bara ett tidsmedelvärde av dessa fluktuationer, är det *vi observerar summan av intensitetsfördelningen* (ej fältfördelningen) *från varje laser*. Om solspeglarna är plana fortsätter laserstrålarna att propagera efter reflektionen som om inget hänt, mer än att de bytt riktning. De är alltså fortfarande gaussiska, men har expanderat ytterligare lite p.g.a. propagationen från spegel till torg. Om vi vill beräkna diametern är det bara att använda tidigare uttryck men med propagationssträckan L_1 bytt mot $L_1 + L_2$,

$$D_{spot} \equiv 2\omega = C \frac{\lambda}{D_{start}} (L_1 + L_2) = 1.27 \frac{\lambda}{2\omega_{start}} (L_1 + L_2) = 1.27 \frac{650nm}{2mm} (2km + 700m) \approx 1m$$

Varje laser ger alltså röd fläck på torget som är starkast i mitten (gaussisk) med en diameter av runt 1 meter. De tre överlappande lasrarna ger en intensitetsfördelning (i vanlig medelvärdesmening) som är summan av tre sådana fläckar. Alltså fortfarande en gaussisk intensitetsfördelning med samma diameter, enda skillnaden är att den har tre gånger högre intensitet i varje punkt (om lasrarna har samma uteffekt).

2. Som om man haft en jätteliten pupill



(a) Laserpricken på väggen kan ses som approximativt en punktkälla. Fältet $E(x, y)$ är den del av fältet från punktkällan som passerar genom cirkulära hålet, medan metallen blockerar fältet, därav det faktum att $E(x, y)$ är skilt från noll enbart över en cirkelarea med samma storlek som hålet.

Amplituden hos fältet från en punktkälla går som $1/r_{pk}$. Denna storhet varierar ytterst lite med r över det lilla hålet. Det är alltså en mycket god approximation att säga att amplituden hos $E(x, y)$ är konstant över cirkelarean.

(b) När det gäller fasen måste man vara lite försiktigare i sina approximationer. Vi beräknar fasskillnaden mellan $E(x, y)$:s fas i $r = 0$ och $r = \frac{D}{2}$, utnyttjande att fasen hos fältet från en punktkälla varierar som $k \cdot r_{pk}$ där r_{pk} är avståndet från punktkällan,

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &\equiv \varphi(r) - \varphi(r=0) = k \cdot \sqrt{L^2 + r^2} - k \cdot L = k \cdot L \sqrt{1 + r^2/L^2} - k \cdot L = \{\text{paraxiellt}\} = \\ &= k \cdot L \left(1 + \frac{r^2}{2L^2}\right) - k \cdot L = k \frac{r^2}{2L} = \{r = D/2\} = k \frac{(D/2)^2}{2L} = \frac{2\pi}{633\text{nm}} \frac{(400\mu\text{m}/2)^2}{2 \cdot 2\text{m}} = 0.1 \text{ rad} \end{aligned}$$

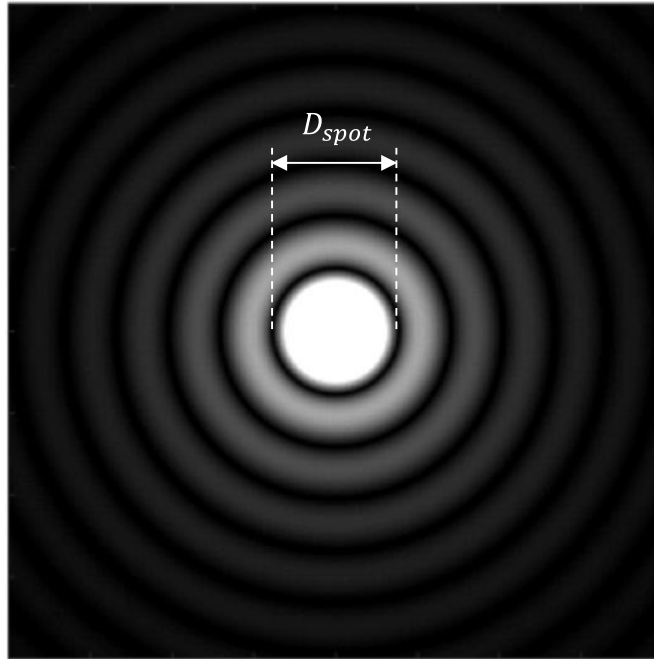
Fasen hos fältet $E(x, y)$ varierar alltså med 0.1 rad över cirkelarean. Eftersom detta är mycket mindre än $2\pi \text{ rad}$ (eller mycket mindre än $\pi \text{ rad}$, om du tycker att man ska jämföra med "största signifikanta vinkeln") är det en god approximation att säga att fasen är konstant över cirkelarean.

(c) Om man sätter en lins med fokallängden f efter ett fält $E(x, y)$ erhålls fjärrfältet (fouriertransformen) av $E(x, y)$ på fokallängds avstånd från linsen. I ögat erhålls alltså fjärrfältet på näthinnan eftersom $L_0 = f$.

(d) I HUPP 1 gör du denna simulering och konstaterar att man får ett ringformat Airy-mönster där innersta mörka ringens diameter är

$$D_{spot} = 2.44 \frac{\lambda}{D_{start}} L_{\ddot{o}} = 2.44 \frac{633nm}{400\mu m} 20mm = 77\mu m \approx 100\mu m$$

Den innersta mörka ringen är också den tydligaste eftersom de omgivande ljusa områdena är som starkast för denna ring:



En storlek på näthinnan av $100\mu m$ kanske inte låter mycket, men eftersom de ljuskänsliga cellerna i näthinnan har en separation på bara några få μm så ser man ringmönstret tydligt.

3. Avbildningar

(a) I denna kurs använder *alla* metoderna sig av att en punktkälla sänder ut koherent ljus. Även formlerna för geometrisk optik ("Gauss linsformel" och "F ligger på räta linjen genom K och linscentrum") härleder vi genom att studera fasen hos ljuset som sänds ut från punktkällan i olika riktningar och se var vi får konstruktiv interferens för allt ljus. Denna approach antar också att punktkällan sänder ut koherent ljus (annars kan man inte analysera interferensen mellan ljus som gått olika vägar). Men formlerna i geometrisk optik kan också härledas med strålar och Snells brytningslag i linsen, där man söker den position i vilken alla strålar samlas till en punkt. Då gör man i varje fall inget explicit antagande om koherensen hos punktkällan.

(b) Metod **iv**, som är "Moder Natur"-metoden att simulera avbildningar. Där antar man att olika punktkällor på ytan av en inkoherent ljuskälla/objekt behåller sin fasrelation (är koherenta) under en mycket kort tid, koherenstiden, vilket också är fallet i verkligheten.

(c) **ii**, **iii**, och **iv**.

(d) Kvar blir då metod **i**, geometrisk optik, som inte ger bildens fullständiga intensitetsfördelning, utan bara talar om var ljuset från en punkt på objektet samlas ihop till en ny (möjligen virtuell) punkt. Metoden ger alltså information om läget av (bästa) bildplanet, samt förstoringen hos den bild som uppstår i detta plan.

(e) Metod **ii**. Den metoden bygger på att vi beräknar fältet i bildplanet för en punktkälla i taget, med vanliga koherenta propagationsmetoder som t.ex. PAS som vi använder för att ta oss från punktkällan, genom det optiska systemet, och fram till bildplanet. Detta upprepar vi sedan för "alla" punktkällor på objektet och summerar intensitetsfördelningen i bildplanet. Detta är en "jobbig" metod eftersom hela propagationen från punktkälla till bildplan måste göras om för varje punktkälla på objektet, och de är ganska många (även om man nöjer sig med att sampla objektet med ändligt många punkter blir det ett ganska stort antal).

(f) Metod **iii**. Förenklingen jämfört med metod **ii** är att man bara beräknar propagationen från punktkälla till bildplan för en enda punktkälla, nämligen den som ligger i origo. Den intensitetsfördelning denna punktkälla ger upphov till i bildplanet kallas point-spread-function, PSF. Att man bara behöver göra en propagation beror på att alla punktkällor ger samma intensitetsfördelning i bildplanet, under paraxiella förhållanden, den enda skillnaden är att varje intensitetsfördelning är centrerad kring den punkt i bildplanet där ljuset från punktkällan skulle samlas enligt geometrisk optik. När man beräknat PSFen, visar det sig att den totala intensitetsfördelningen från alla punktkällor kan fås på ett bekvämt sätt med hjälp av den matematiska operationen faltning.

4. Polarisation

(a) För att säga något om tidsvariationen hos fälten går vi över från komplex form (som Jonesformalismen använder, liksom de flesta andra metoder i elektromagnetik) till tidsform enligt det vanliga receptet:

$$E_x^{in}(t) = \text{Re}\{E_x^{in} e^{-j\omega t}\} = \text{Re}\{1 e^{-j\omega t}\} = \cos(\omega t)$$

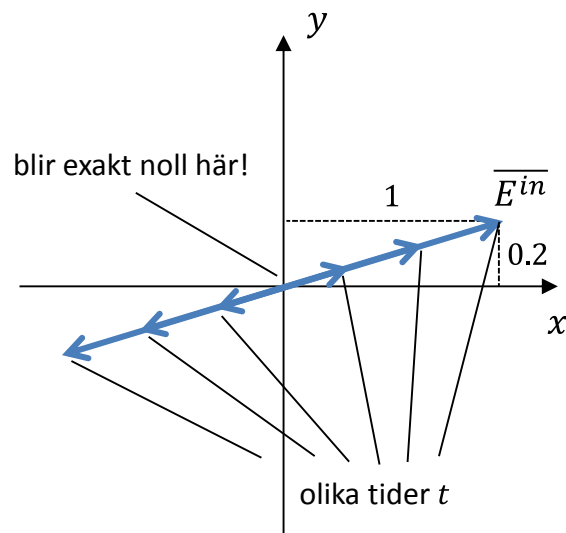
$$E_y^{in}(t) = \text{Re}\{E_y^{in} e^{-j\omega t}\} = \text{Re}\{0.2 e^{-j\omega t}\} = 0.2 \cdot \cos(\omega t)$$

Uppenbarligen blir $E_x^{in}(t)$ och $E_y^{in}(t)$ noll samtidigt, nämligen för de tider t när $\cos(\omega t) = 0$.

Någon tyckte säkert att detta resonemang var överkill, eftersom man direkt såg att E_x^{in} och E_y^{in} var i fas med varandra eftersom båda hade fasen noll (1 och 0.2 är reella positiva tal). Är de i fas blir de noll samtidigt. Javisst!

(b) Här kan man möjligen lura sig, men resultatet i (a) hjälper dig i så fall rätt: det är endast ett linjärpolariserat fält som blir exakt noll vid vissa tidpunkter. Ett elliptiskt eller cirkulärpolariserat fält blir aldrig noll, d.v.s. $E_x^{in}(t)$ och $E_y^{in}(t)$ blir aldrig noll samtidigt. På komplex form innebär ett elliptiskt eller cirkulärpolariserat fält att E_x^{in} och E_y^{in} har olika fas, och vi har redan konstaterat att så inte är fallet.

Så här ser fältet ut:

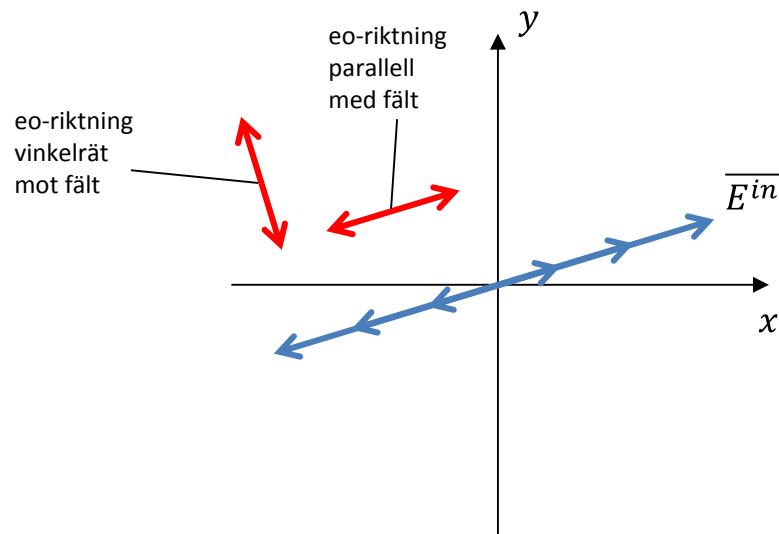


(c) Javisst! Vi konstaterade i (b) att det infallande ljuset är linjärpolariserat. Om det är polariserat i kvartsvågsplattans eo-riktning eller o-riktning känner ljuset inte av att materialet är dubbelbrytande, och polarisationstillståndet kommer inte att ändras vid propagation, d.v.s.

$$\begin{bmatrix} E_x^{ut} \\ E_y^{ut} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x^{in} \\ E_y^{in} \end{bmatrix}$$

Vi illustrerar de två möjliga vridningarna hos kvartsvågsplattan:

två möjliga rotationer av kvartsvågsplattan



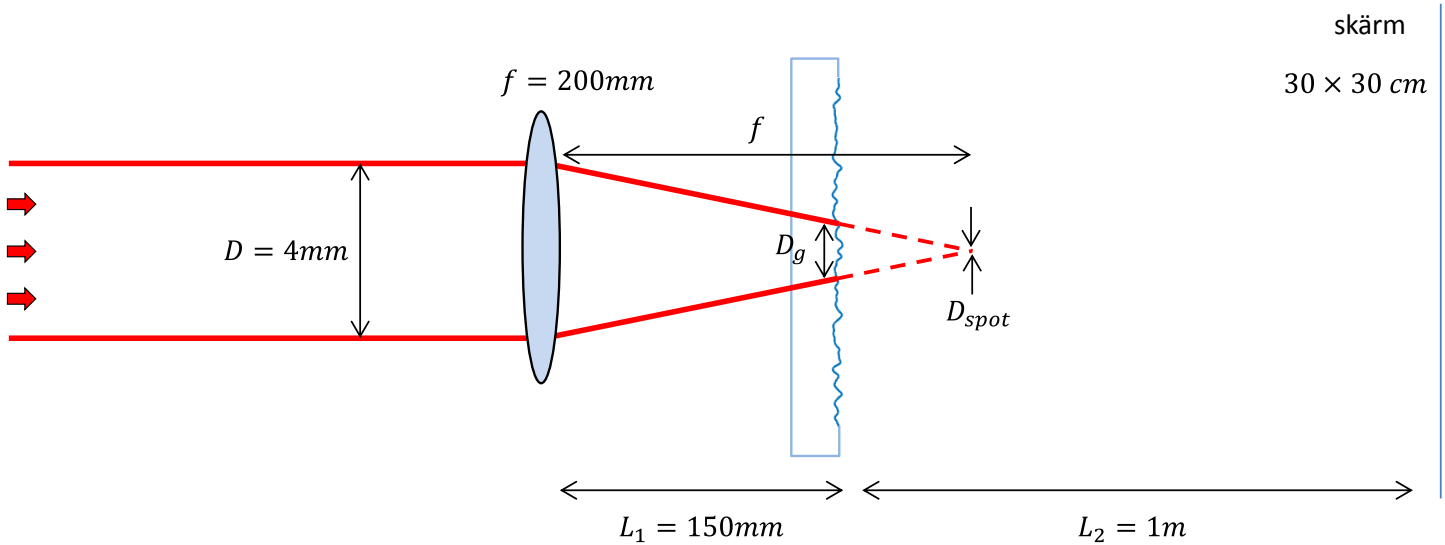
(d) Kvartsvågsplattor används allmänt för att omvandla linjärpolariserat ljus till cirkulärpolariserat och vice versa. Ett användningsområde där man utnyttjar detta är i projektorn och glasögonen man använder på 3D-biografer, och som vi simulerar i HUPP2.

(e) Ljus från vanliga (icke-laser-) ljuskällor är vanligen "opolariserat" (undantag är t.ex. ljuset från LCD-bildskärmar som ofta är linjärpolariserat). Det betyder inte att ljuset saknar polarisation, alltså att E-fältet saknar riktning. E-fältet är ju en vektor som alltid har någon viss riktning. Vad "opolariserat" betyder är att E-fältets riktning i en viss punkt varierar mycket snabbt och på ett slumpartat sätt.

(f) Till exempel

- polarisator (släcker ut ena polarisationsriktningen)
- Nicolprisma (används i Labb P, separerar de olika polarisationsriktningarna)
- reflektion i plan yta med infallsvinkeln lika med Brewstervinkeln (görs också i Labb P, endast den ena polarisationsriktningen finns i det *reflekterade* ljuset)

5. Skrovlig yta



Laserstrålen fokuseras av linsen ($f = 200\text{ mm}$) mot en punkt på fokallängds avstånd från linsen eftersom infallande ljus på linsen är kollimerat. Fast så långt kommer inte ljuset eftersom glasskivan är i vägen. Som figuren visar ger likformiga trianglar att stråldiametern D_g på glasskivan ges av

$$\frac{D_g}{D} = \frac{f - L_1}{f} \Rightarrow D_g = D \frac{f - L_1}{f} = 4\text{ mm} \frac{200\text{ mm} - 150\text{ mm}}{200\text{ mm}} = 1\text{ mm}$$

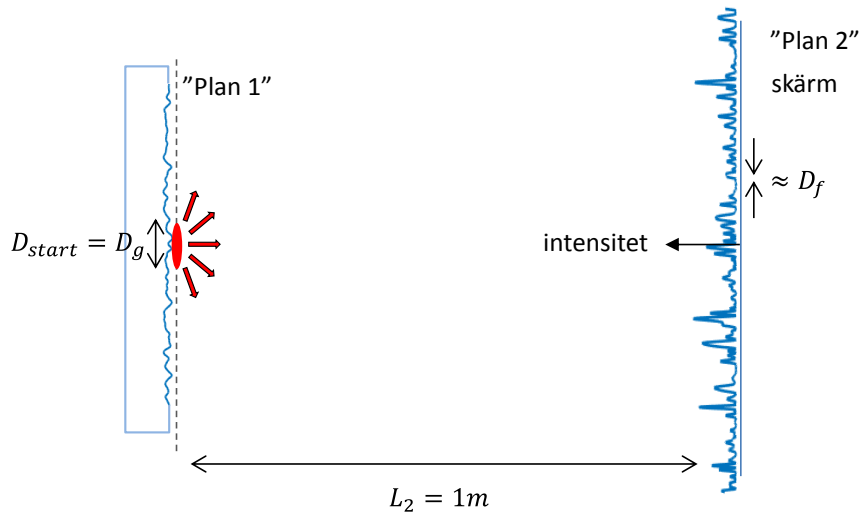
Vi har här använt ett geometriskt-optiskt resonemang som inte tar hänsyn till ljusets vågnatur. Så det är kanske bäst att kolla att D_g är mycket större än fokuspunktens minsta möjliga storlek enligt vågteorin, alltså D_{spot} .

$$D_{spot} \approx \frac{\lambda}{D_{start}} \text{ prop. sträcka} = \frac{\lambda}{D} f = \frac{633\text{ nm}}{4\text{ mm}} 200\text{ mm} \approx 30\text{ }\mu\text{m}$$

Vi konstaterar att $D_g \gg D_{spot}$ så vi bryter inte mot vågteorin.

(a) Den tunna glasplattan med skrovlig yta fungerar som en fasmodulerande TOK med en slumpmässigt och rumsligt snabbt varierade fasmodulering. Det är samma typ av modulering som fås vid reflektion av en laserstråle mot en skrovlig reflekterande yta, som projektorduken i FB-salen. Vi vet av egen erfarenhet att alla som sitter i FB-salen kan se den röda pricken på projektorduken, oavsett var vi sitter. Det betyder att ljuset sänds ut i alla vinklar, även stora, mot ytans normal. Det kommer alltså att finnas ljus över hela skärmens yta, inte bara nära mitten. Däremot kommer inte intensiteten att vara jämn eftersom det uppstår speckle, se (b).

(b) När koherent ljus får en slumpmässig fasmodulering uppvisar det propagerade ljuset *speckle*. Speckle är kraftiga intensitetsvariationer i rummet beroende på den rumsligt varierande interferensen mellan fältbidragen från HF-källor med slumpmässig fas i Plan 1.



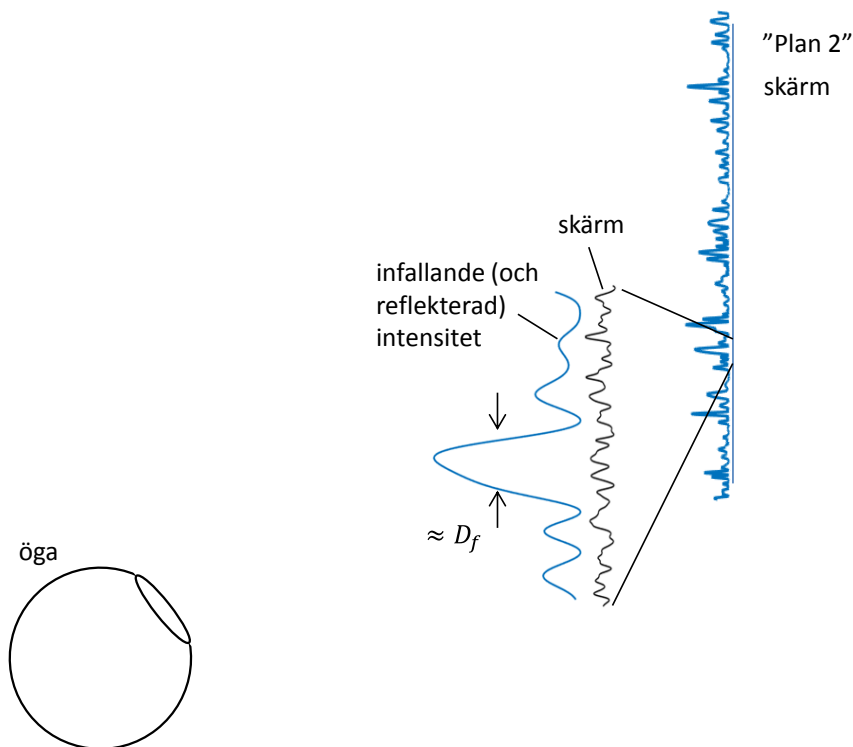
Eftersom fältet i Plan 1 är koherent kan vi använda tumregeln om minsta feature size (minsta detaljstorlek) hos intensitetsfördelningen i Plan 2. I detta fall utgörs detaljerna av specklarna. Eftersom specklarna uppstår via slumpmässig interferens har de varierande storlek och form, men typiskt ligger storleken nära minsta möjliga, alltså nära minsta feature size D_f . Den ges ju av en inte obekant tumregel

$$D_f \approx \frac{\lambda}{D_{start}} L_2 = \frac{\lambda}{D_g} L_2 = \frac{633nm}{1mm} 1m = 600\mu m \approx 1mm$$

eftersom fältets utbredning i Plan 1, D_{start} , i detta fall är stråldiametern D_g hos laserstrålen när den kommer till glasskivan.

Specklarna på skärmen utgörs alltså av mörka och ljusa "gryn" av ljus med en storlek på runt $1mm$.

(c) Skärmen utgör en skrovlig yta! När ljuset reflekteras i skärmen kommer alltså en ny slumpmässig fasmodulering att läggas på det infallande fältet:



Som figuren illustrerar har skärmens ojämnheter rimligen en mycket mindre längdskala än specklarnas storlek på skärmen (som ju var $\approx 1\text{mm}$). Ojämnheterna ger upphov till en slumpmässig och snabbt varierande (i rummet) fasmodulering hos det reflekterade ljuset, jämfört med speckelns ganska långsamma amplitudvariation. Det är precis samma situation som när du tittar på vilket laserbelyst föremål som helst ("föremålet" är nu den lilla del av skärmen som är belyst av den speckle vi studerar). Avbildningen av speckeln på ögats näthinna kommer alltså att innehålla nytt speckle, orsakat av skärmens skrovligheter! De nya specklarna är mindre så att de större "originalspecklarna" tycks vara uppbyggda av ljusa småprickar.