Tentamen i Optik FFY091

Fredag 17 april 2015, kl. 14:00-18:00 (VV)

Examinator och jourhavande lärare: Jörgen Bengtsson, tel. 0730-302737, finns på plats ca kl 15 och 17 för att svara på frågor.

Tillåtna hjälpmedel:

Böcker: Beta Mathematics Handbook, Physics Handbook, kursbok i Fourieranalys, 10 valfria utskrivna sidor ur Physics of Light and Optics

Häften, utskrifter, anteckningar: Föreläsningsanteckningar (även egenhändigt skrivna och kommenterade), HUPP-beskrivningar och egna, rättade, lösningar inklusive Jörgens/Pontus kommentarer och av dem bifogat material, labb-pm med egna anteckningar.

Övrigt: Typgodkänd räknare samt linjal.

Lösningsförslag: Ges efter tentan på kurshemsidan i pingpong.

Rättning: Inrapporterad inom tre veckor från tentamensdatum.

Godkänt: 24p, 36p och 48p av max 60p för betyg 3, 4, resp. 5 (för bonusregler se kurs-pm på kurshemsida). Observera att för 2016 gäller nya regler, se Kursinfo Optik F2 2016.pdf.

Visning: Efter överenskommelse via e-mail.

Ord på vägen:

- Skriv din kod på alla sidor du lämnar in.

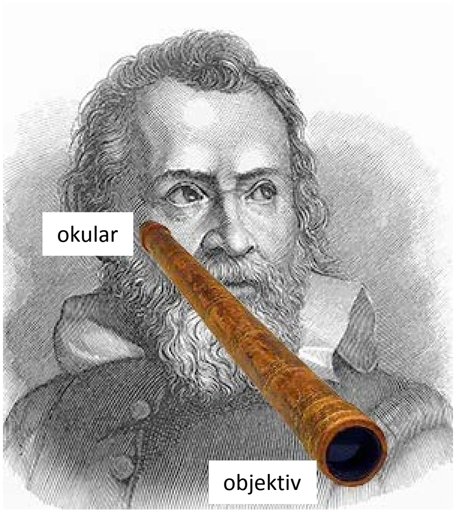
- <u>Motivera</u> dina steg och <u>formulera</u> dig klart (gärna icke-verbalt i form av skisser) – båda dessa aspekter poängbedöms.

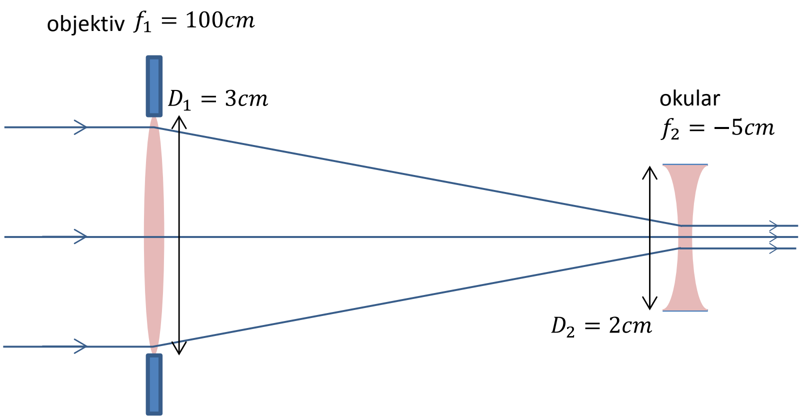
- Gör egna rimliga antaganden där det behövs.

TEMA Galileo Galilei (1564-1642) och himlen

Galilei inför påvens domstol, anklagad för att ha spridit en falsk bild av solsystemet. 1800-talsmålning av Joseph Nicolas Robert-Fleury.

1. GALILEIS TELESKOP = Ö34.10





Skissen ovan visar strålgången i Galileis teleskop. Observera att bilden inte är skalenlig.

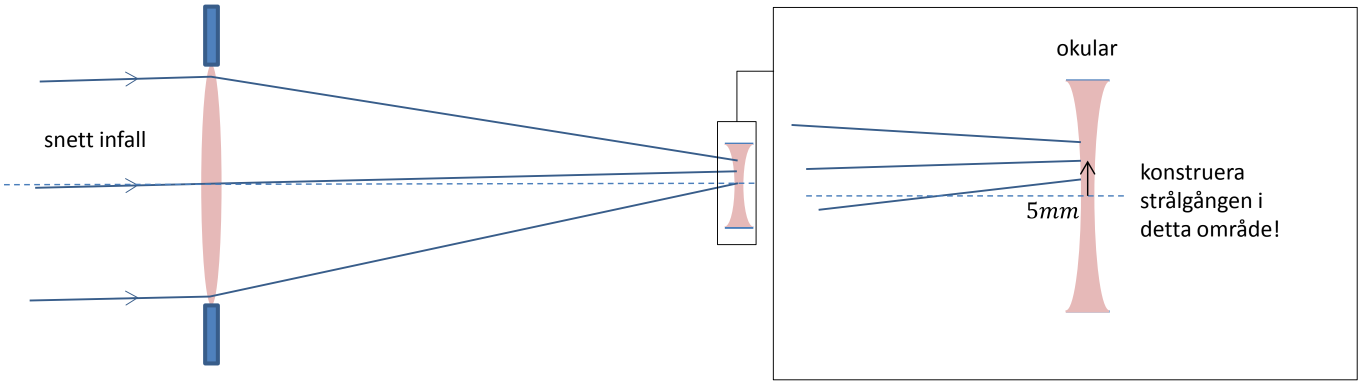
Den optiska funktionen hos ett generellt teleskop beskrivs ibland som att ”den tar parallellt (kollimerat) ljus in och ger parallellt (kollimerat) ljus ut”, vilket också illustreras i figuren. (10p)

a) Varför kan man anta att ljuset (från varje punktkälla på objektet) som kommer in till teleskopet är parallellt?

b) Varför vill man i allmänhet att ljuset (från varje punktkälla på objektet) som kommer ut från teleskopet också är parallellt?

c) Om nu teleskopet behåller det parallella ljuset parallellt, vad är då som ändrats hos ljuset när det gått genom teleskopet (någon effekt måste ju teleskopet ha). Varför är detta (i allmänhet) önskvärt?

d) Vad är avståndet mellan de två linserna?



e) Med geometrisk optiks konstruktionsregler, visa hur man beräknar och ritar strålgången efter okularet för en snett inkommande stråle på okularet, se bilden ovan. Rita en skiss där inkommande strålen har sitt centrum förskjutet 5mm från symmetriaxeln, markera positionen för ”källa” och ”fokus” för ljusets propagation genom okularet.

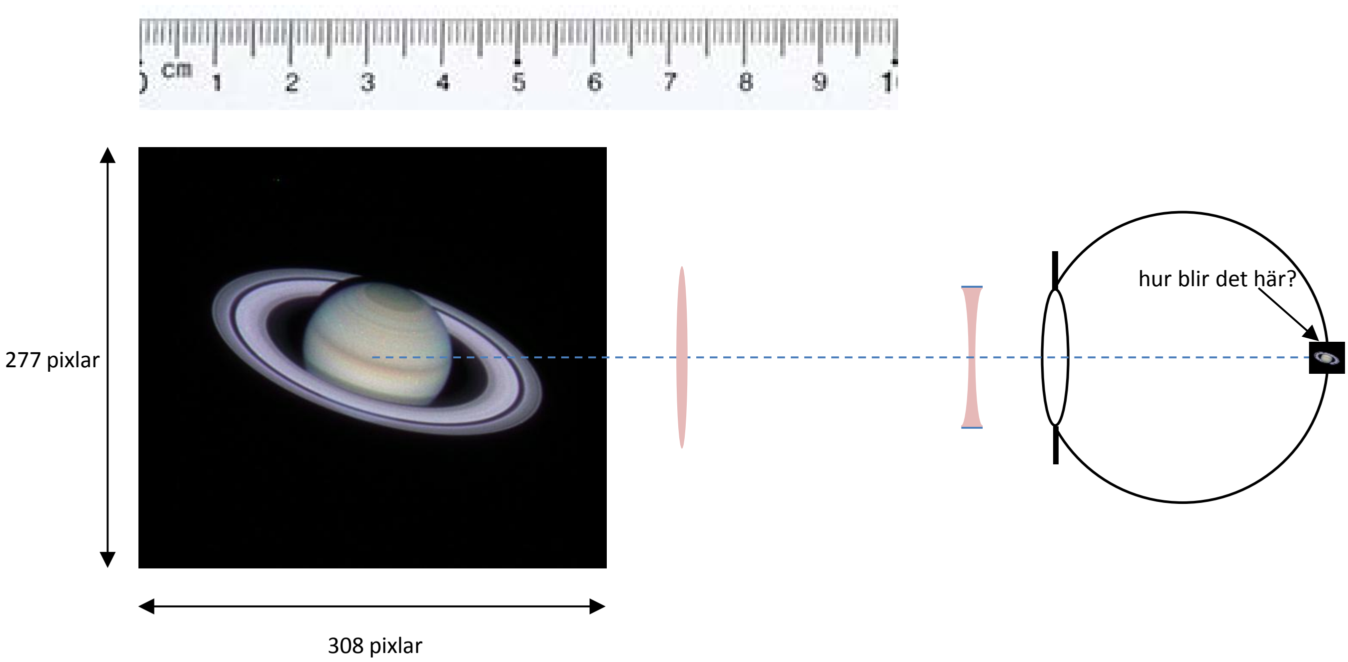
f) Vad menas när man anger ett teleskops eller kikares ”förstoring”, t.ex. om man säger att ”kikaren/teleskopet har 8 gångers (8x) förstoring”?

g) Från din konstruktion i uppgift e), beräkna förstoringen för Galileis teleskop.

2. MINSTA KRATER PÅ MÅNEN = Ö34.11

Antag ideala linser i teleskopet och optimal syn hos Galilei: hur stor är då den minsta krater på månen som Galilei kunde uppfatta som just en krater? Antag att dina ögon är i ”night vision mode”, d.v.s. med en relativt stor pupilldiameter på 4 mm. Tips: Om du gjorde uppgift 1 rätt så ska ”förstoringen” hos Galileis teleskop vara 20 gånger (20x). (8p)

3. VAD SÅG GALILEI - EGENTLIGEN? = Ö34.12



Några av Galileis mest berömda observationer är dem han gjorde av planeten Saturnus. Han förstod aldrig vad de mystiska ”handtagen” var som planeten tycktes utrustad med. Men hur såg egentligen bilden ut på hans näthinna? Antag att vi vill simulera numeriskt hur intensitetsfördelningen från Saturnus blir på näthinnan när man tittar genom Galileis (ideala) teleskop. Det finns flera möjliga numeriska metoder för att simulera avbildningar men vi vill använda samma metod som i HUPP3, fast objektet och det avbildande systemet nu förstås är annorlunda. (12p)

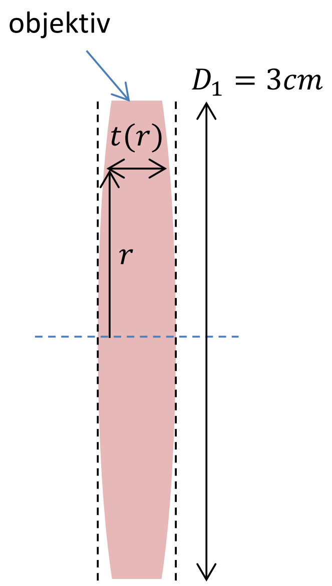
a) Beskriv kortfattat hur du gör, steg för steg, tills du fått den simulerade intensitetsfördelningen på näthinnan! Markera alla propagationssteg i en skiss liknande bilden ovan och nämn vilka propagationsmetoder, och eventuellt andra numeriska metoder, du använder.

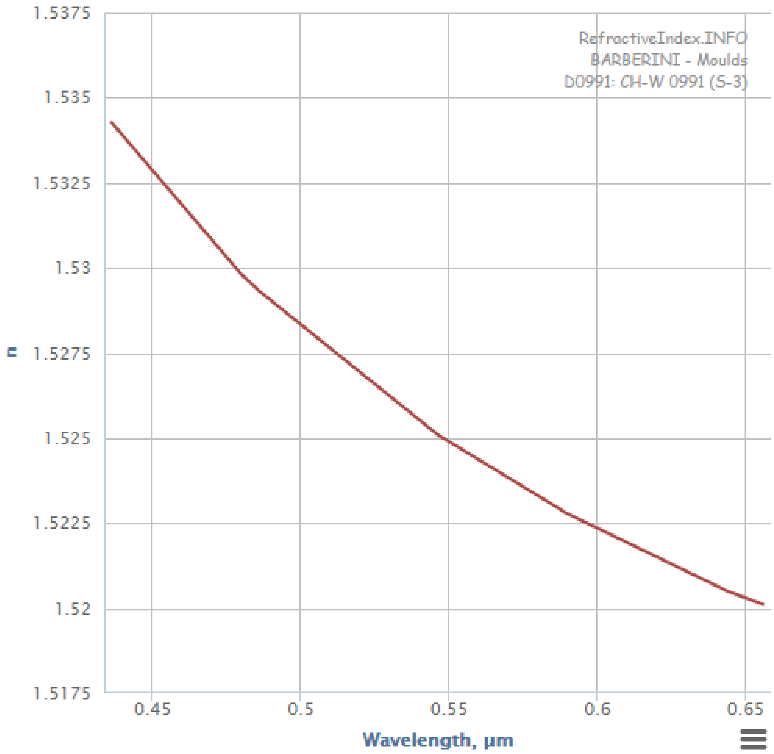
b) Antag att bilden av Saturnus som du använder vid simuleringen för att representera ”den perfekta avbildningen” är just den bild av Saturnus som visas ovan, som har 308x277 pixlar. Vad blir i så fall samplingsavståndet i den perfekta avbildningen på näthinnan? (Före faltningen kommer denna bild att läggas in i en större matris med nollvärden utanför bilden för att få samma matrisstorlek som den matris man faltar med, det ändrar dock inte samplingsavståndet.)

Minnesregel: Saturnus diameter (ringen ej medräknad) är – grovt räknat – 10 ggr så stor som Jordens och planeten ligger 10 ggr så långt från solen.

c) Vad blir minsta möjliga storlek (NxN) på de matriser du använder vid propagationen? Är detta ett problem, och finns det i så fall någon lösning?

4. GALILEIS OBJEKTIVLINS = Ö2.9





Bestäm tjockleken, $t(r)$, på första linsen (objektivet) i Galileis teleskop som funktion av avståndet r från symmetriaxeln, med hjälp av TOK-modellen! Antag att fokallängden är exakt 100 cm vid designvåglängden 500 nm, att tjockleken är 3mm vid linsens kant (då $r = \frac{D_1}{2}$), och att den är gjord av glasmaterialet vars brytningsindex visas i grafen. Vad blir linsens maximala tjocklek? (5p)

5. KROMATISK ABERRATION = Ö34.13

Galileis objektiv är inte idealt utan uppvisar kromatisk aberration – olika fokallängd för olika färger på ljuset – eftersom brytningsindex i glasmaterialet är våglängdsberoende. Antag däremot i det följande att okular och ögonlins har försumbar kromatisk aberration. (10p)

a) Vad blir fokallängden för objektivet vid röda änden av det synliga området (ca 670 nm våglängd)? Utnyttja dina beräkningar från uppgift 4.

b) Hur skulle den kromatiska aberrationen kunna vara märkbar för Galilei om denne riktade in sitt teleskop rakt mot den starka vita stjärnan Sirius? Antag att teleskop+öga är inställt för perfekt avbildning i blå/grönt (500 nm våglängd) och beskriv kvalitativt (utan siffror) vad som skulle hända med det röda ljuset från stjärnan i det optiska systemet och hur det skulle kunna inverka på avbildningen på näthinnan.

c) Gör nu en kvantitativ analys för att ta reda på om kromatisk aberration inverkar märkbart negativt på avbildningen på näthinnan vid observation av Sirius genom Galileis teleskop eller om effekten är försumbar.

6. MÅNSKEN VERSUS SOLSKEN = Ö5.9

Beräkna hur mycket svagare ljuset från månen (vid fullmåne) är än ljuset från solen, här på jorden! Ange en lätt-att-komma-ihåg faktor, dvs ange en storleksordning. Månens yta består av ett ganska mörkt material med den genomsnittliga intensitetsreflektansen 18%. Du kan anta att solen och månen är plana skivor (liksom vi antog för stjärnan i HUPP4) som vänder sin yta mot jorden. (6p)

7. THE SOLFÖRMÖRKELSE! = Ö5.10

Om vädret varit klart vid den partiella solförmörkelsens maximum klockan 11 den 20 mars i år hade då (5p)

a) intensiteten

b) tidskoherensen

c) rumskoherensen

hos solljuset i Göteborg varit annorlunda än en vanlig klar dag när solen stod lika högt på himlen? (Bilden är tagen i England som hade något klarare himmel vid detta tillfälle.)

8. EN BÄTTRE BILDSKÄRM? = Ö5.11

Darksync strålar mörker med ny skärmteknik

Skärmar

Genom att sända ut motljus och skapa lokalt mörker kan Active Light Cancellation eller "Darksync" ge nya skärmar med extrem svärta och oändlig kontrast.

Alla som försökt använda en bärbar dator i solljus är smärtsamt medveten om att bildens svärta och kontrast påverkas drastiskt och kan göra även den bästa skärmen så gott som oanvändbar. Samma fenomen påverkar bilden i alla typer av LCD-skärmar, även när dessa används inomhus – inte minst i spel.

Nu presenterar en grupp forskare vid Löwenbräu-institutet i München den nya tekniken Active Light Cancellation, eller vad som sannolikt kommer att döpas till "Darksync". Principen är ungefär densamma som i brusreducerande hörlurar. Skärmen sänder ut ljus i motsatt del av spektrumet, vilket tar ut det inkommande ljuset och skapar ett lokalt mörker.

I samband med ett pågående recension demonstreras tekniken för SweClockers skärmexpert Thomas Ytterberg. En befintlig modell från en av de stora koreanska tillverkarna kan åstadkomma Active Light Cancellation med enbart mjukvara och en ansluten webbkamera. Kameran används för att avläsa det inkommande ljuset och mjukvaran justerar skärmens motljus därefter.

Skribent

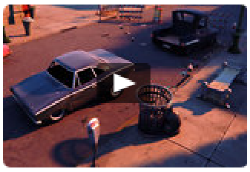
Thomas Ytterberg

Dela

- Delicious
- Digg it
- Facebook
- Pusha
- Twitter
- Tipsa via e-post

Videoartiklar

Intel's Kitchen



Unreal Engine med

Och så återvänder vi äntligen till jorden och vår nutida vardag i den sista frågan! Det pågår en ständig utveckling för att förbättra displayer och bildskärmar för att ge tydligare bild t.ex. när man är utomhus. (4p)

a) Varför är det egentligen så svårt att se bilden på en bildskärm i det starka dagsljus som kan råda utomhus (även om inte solen direkt belyser skärmen), det är ju inte svårt att läsa texten på ett papper i samma belysning?

b) Vilket datum publicerades ovanstående produktnyhet på SweClockers.com, en sajt som enligt dem själva är "Sveriges största webbtidning om datorer och hårdvara"?

Anm: Jag blev tipsad om denna artikel, jag hänger inte själv på denna typ av sajter.

1a) Varje punkt på det avlägsna objektet sänder ut en sfärisk våg, som när den kommit fram till Jorden blivit extremt nära plan över en yta stor som objektivlinsen. Motsvarande strålar hos det infallande fältet på objektivlinsen är alltså parallella.

1b) Man vill att ljuset från varje punktkälla på objektet ska fokuseras till (så gott som) en punkt på näthinnan – då ser man en skarp bild av objektet. För bekväm observation vill man använda avslappnat öga, dvs inställt på att se på långt håll (för en normalsynt person). Under dessa betingelser är det parallellt ljus som fokuseras till minsta möjliga punkt på näthinnan.

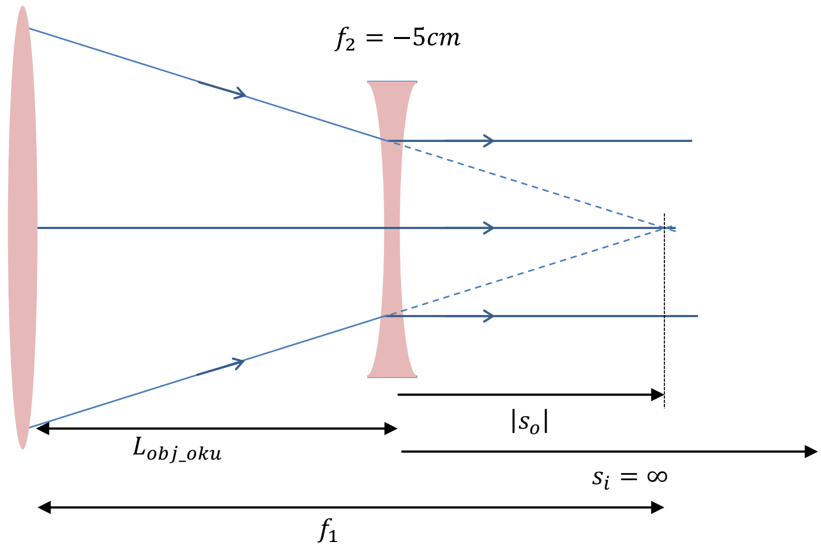
1c) Teleskopet har två önskvärda effekter på ljuset. Den första ser vi direkt ur skissen över strålgången från en punkt på objektet som ligger på symmetriaxeln. Vi ser att det ljus som träffar objektivet (som har mycket större area än pupillen) koncentreras till en mycket smalare stråle med högre intensitet. En betydligt större del av ljuset från punktkällan kommer alltså igenom pupillen med teleskop än utan, dvs punktkällan verkar ljusstarkare. Ett teleskop är alltså ljussamlande. Den andra positiva effekten av teleskopet är förstås förstoringen, men den behandlas nedan.

1d) Objektivet skapar ett fokus av det infallande parallella ljuset på avståndet $f_1 = 100$cm från objektivet. Detta fokus är källa för propagationen genom okularet. Eftersom ljuset ut från okularet ska vara parallellt, och okularet är en negativ lins, så måste källan vara virtuell och ligga till höger om linsen, dvs $s_o < 0$.

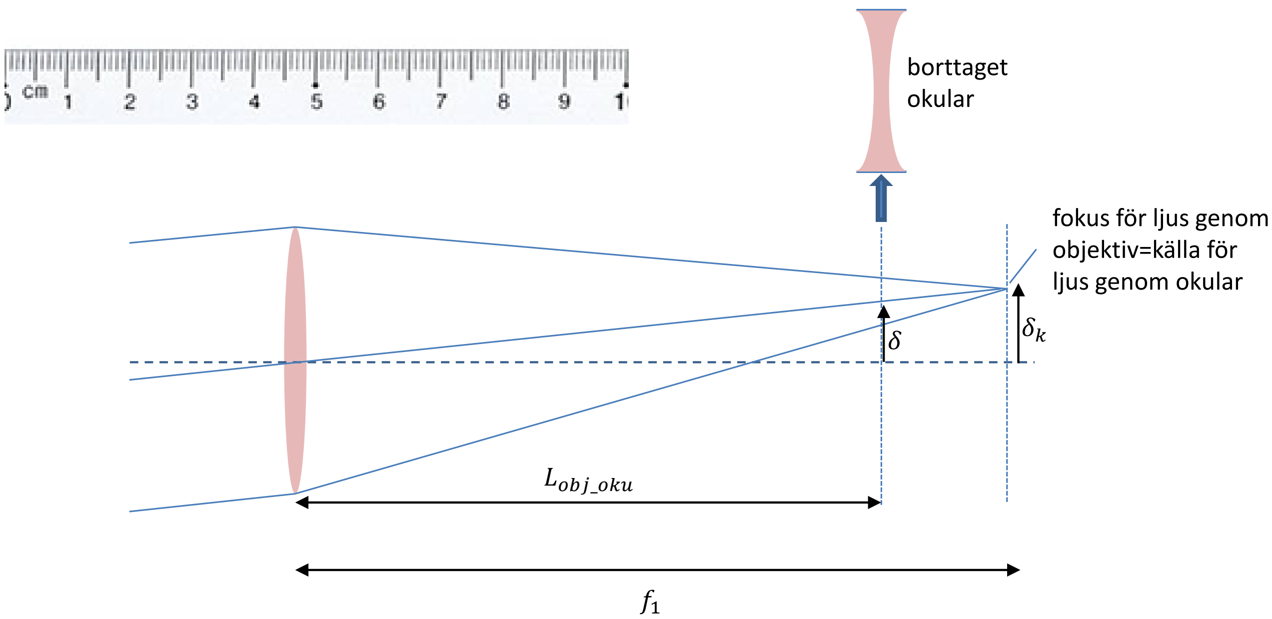
Gauss linslag ger att

$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} \Rightarrow s_o$=- 5 cm (dvs 5 cm till höger om okularet)

Eftersom L_{obj_oku}+$|s_o| = f_1$, så blir alltså avståndet mellan linserna L_{obj_oku}=95cm.



1e) Vi börjar med att bestämma källans läge för propagation genom okularet, med andra ord fokusets läge för propagationen genom objektivet.



Vi ser att $\delta_k = \frac{\delta}{L_{obj\_oku}} f_1 = \frac{5mm}{95cm} 100cm = 5.3mm$

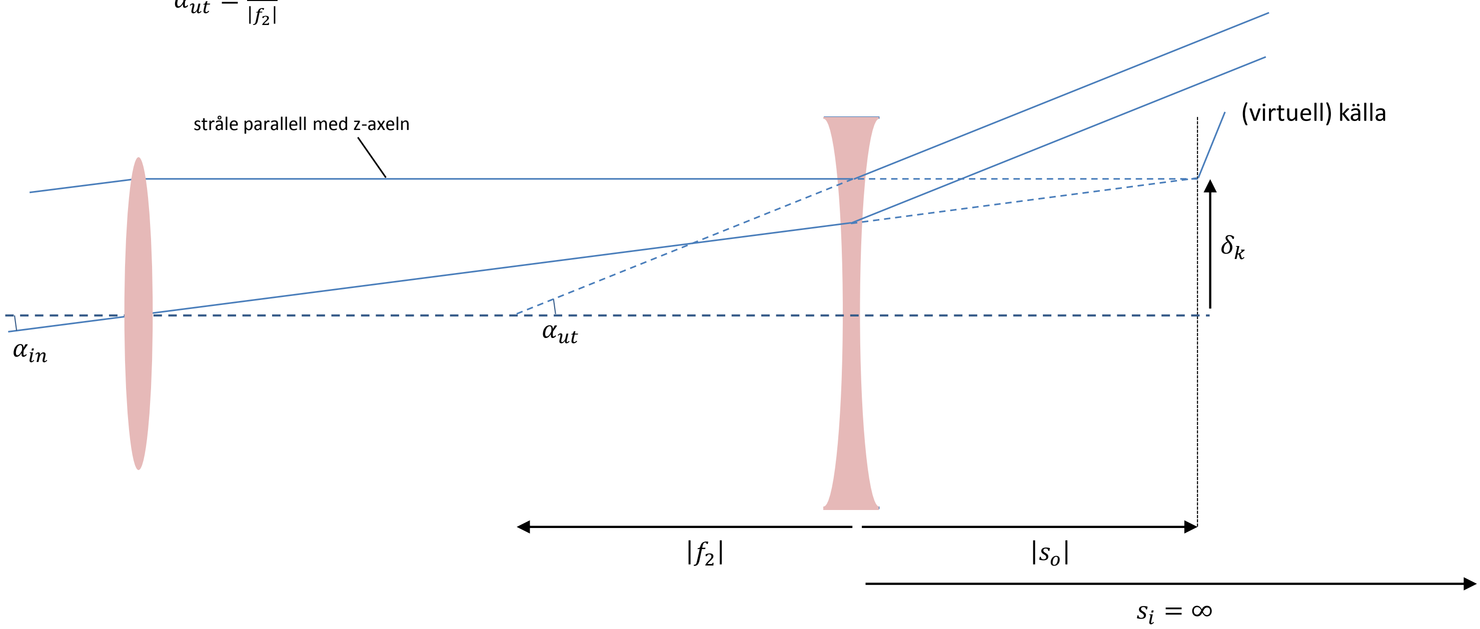
forts. 1e)

Sätter vi tillbaka okularet fås vi följande strålgångsbild, med enbart två strålar. Vi har använt konstruktionsreglerna

1. Alla strålar ut från linsen möts i fokus på avståndet s_i från linsen. Eftersom $s_i = \infty$ i detta fall är alltså alla strålar ut från linsen parallella med varandra. Återstår bara att bestämma vinkeln dessa strålar har ut från linsen. Det gör vi med regeln
2. En stråle som går parallellt med symmetriaxeln före en negativ lins ser ut att komma från en punkt på symmetriaxeln, på fokallängds avstånd från linsen, efter linsen. Se skiss nedan.

Utvinkeln blir alltså

$$\alpha_{ut} = \frac{\delta_k}{|f_2|}$$



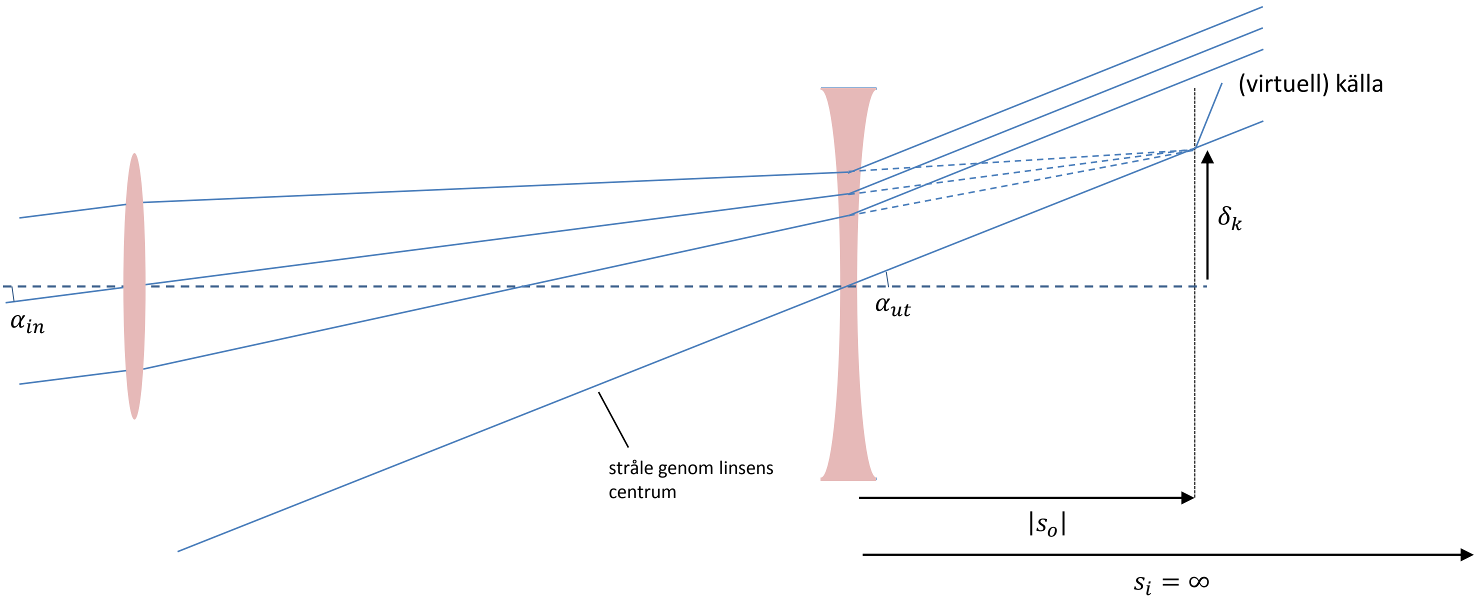
forts. 1e)

(alternativt)

Alternativt kan vi använda en annan konstruktionsregel från geometrisk optik i punkt 2

2. En stråle genom centrum på linsen bryts ej. I skissen tycks det inte gå något ljus genom centrum pga objektivets begränsade storlek men vi kan tänka oss att det gör det genom att objektivdiametern ökas. Eftersom denna stråle är opåverkad av att vi sätter tillbaka okularet ges vinkeln på strålen efter okularet

$$\alpha_{ut} = \frac{\delta_k}{|s_o|} = \frac{\delta_k}{|f_2|}$$



1. GALILEIS TELESKOP

1f) Med den totala ”förstoringen” hos ett avbildande system menar man hur många gånger större bilden är än objektet. Men ett teleskop utgör bara en del av det totala avbildande systemet: dess uppgift är att göra den slutliga avbildningen på näthinnan större än om vi inte använde teleskop. Förstoringen för teleskopet anger hur många gånger större bilden på näthinnan blir med teleskop jämfört med om man tittar direkt utan teleskop. Detta är samma sak som att säga hur många gånger större vinkel en stråle har ut från teleskopet än in i teleskopet, eftersom vinkeln in i teleskopet också är den vinkel in i ögat som vi skulle ha om vi betraktade objektet utan teleskop. Man kan alltså säga att ”förstoringen” hos ett teleskop eller kikare anger vinkelförstoringen.

1g) Den eftersökta ”förstoringen” är alltså vinkelförstoringen M_{vinkel}. Från figurerna till lösningen för 1e) fås

$$M_{vinkel} = \frac{\alpha_{ut}}{\alpha_{in}} = \frac{\delta_k}{|f_2|}\frac{f_1}{\delta_k} = \frac{100cm}{5cm} = 20$$

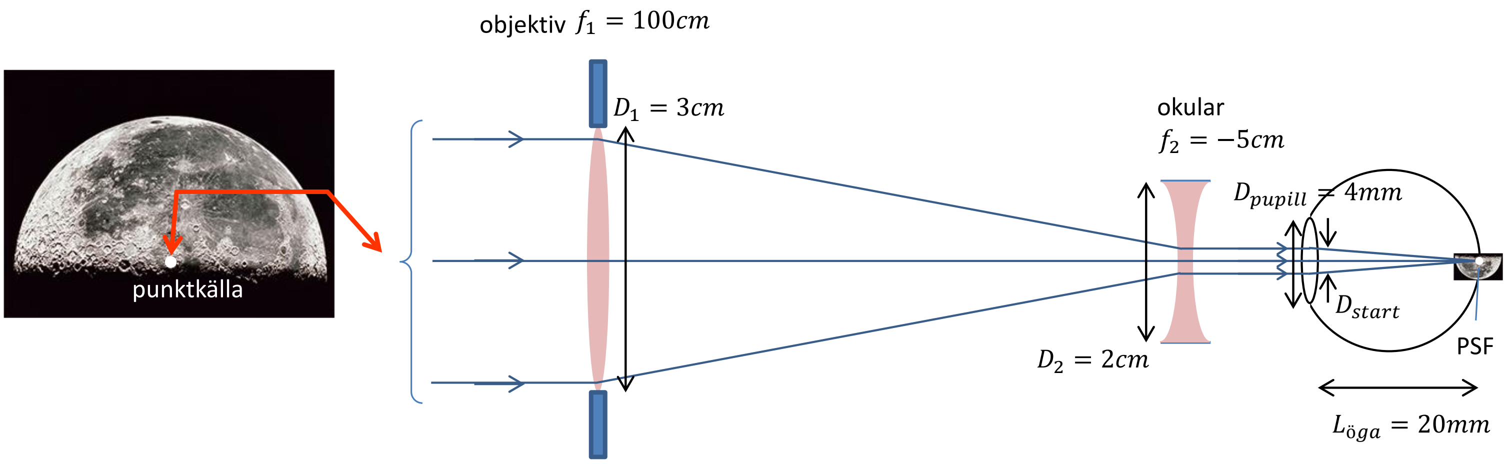
2) Månen avbildas på näthinnan. Varje punktkälla på månen ger en blaffa (PSF) på näthinnan med ändlig storlek - spotsize. För ett idealt system är ljuset perfekt fokuserat på näthinnan. Då ger tumregeln att storleken av PSFen blir

$$D_{spot} \approx \frac{\lambda}{D_{start}} L_{öga}$$

Observera att tumregeln gäller för propagationen i homogent medium före fokus och att utsträckningen av fältet i startplanet, D_{start}, inte ges av pupillen utan av diametern på strålen efter okularet (eftersom den är mindre än pupilldiametern). Likformiga trianglar (se även figuren till lösningen till 1d)) ger

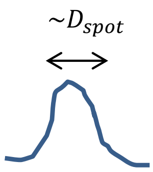
$$\frac{D_{start}}{|s_o|} = \frac{D_1}{f_1} \Rightarrow D_{start} = \frac{D_1}{f_1}|s_o| = \frac{D_1}{M_{vinkel}} = \frac{3cm}{20} = 1.5mm$$

Därmed blir $D_{spot} \approx \frac{\lambda}{D_{start}} L_{öga} = \frac{550nm}{1.5mm} 20mm = 7\mu m \approx 10\mu m$

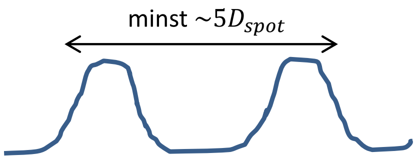


forts. 2)

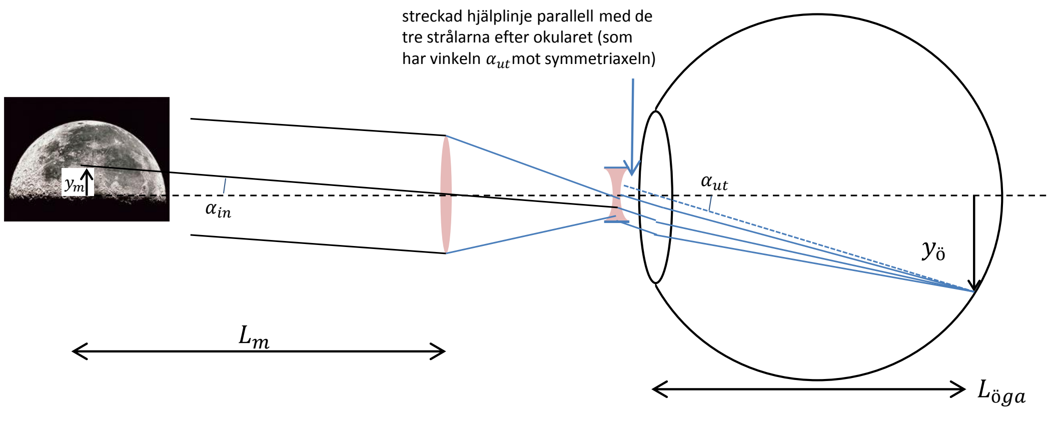
D_{spot} är approximativt bredden på den smalaste linje vars ljusstyrka är märkbart skild från sin omgivning (dvs minsta feature size)



En krater är ett utsträckt ringformat objekt (här nedan i genomskärning). För att den ska uppfattas som just ett ringformat objekt behövs nog åtminstone $\sim$5 features i radiell led.



En någotsånär tydlig krater upptar alltså minst $5D_{spot} \approx 50\mu m$ på näthinnan. Vad motsvarar det på månen? Vi tar reda på det avbildande systemets totala förstoring (i vanlig kurs-mening) M:



$$M = \frac{y_ö}{y_m} = \frac{\alpha_{ut} L_{öga}}{\alpha_{in} L_m} =$$

$$= M_{vinkel} M_{utan\ teleskop}$$

forts. 2)

där $M_{utan\ teleskop} = \frac{L_{öga}}{L_m}$ är avbildningens förstoring om vi tittat direkt mot månen utan teleskop. Teleskopet ökar alltså bildens storlek med en faktor M_{vinkel}, precis som vi tidigare argumenterat. Med siffror har vi

$$M = M_{vinkel} M_{utan\ teleskop} = 20 \frac{20mm}{400000km} = 10^{-9}$$

Om den minsta bilden av en krater är 50µm på näthinnan så har motsvarande krater på månen en storlek av

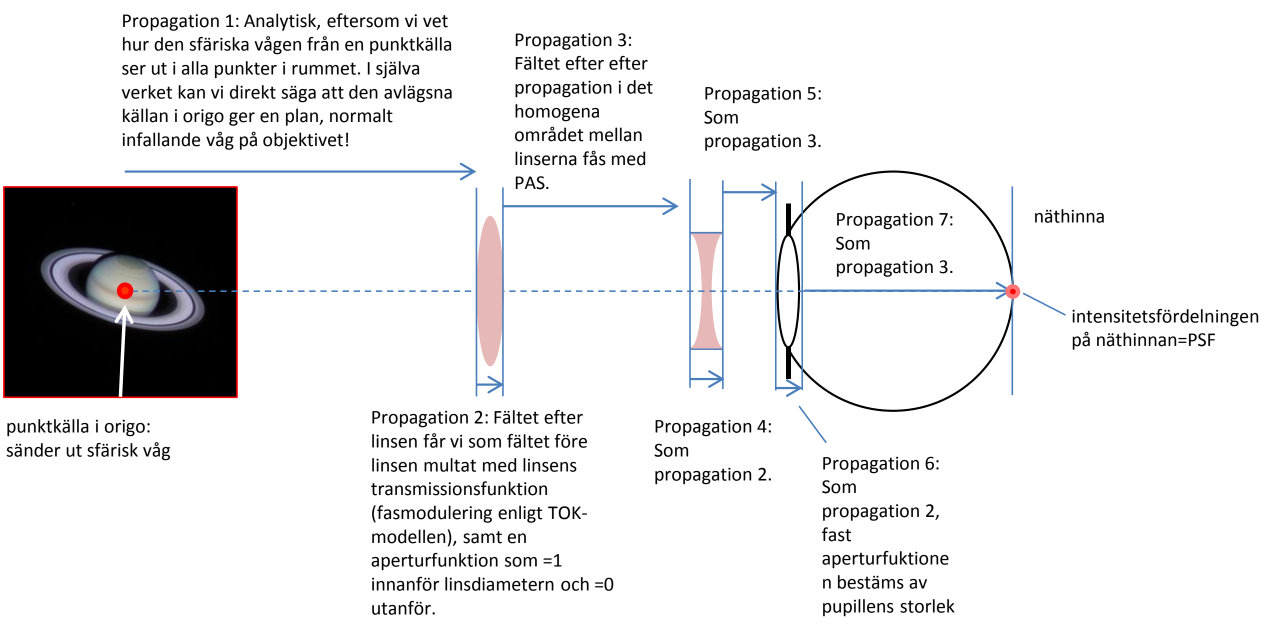
$$D_{krater,min} = \frac{50\mu m}{M} = 50km \approx 100km$$

d.v.s. en krater stor som avståndet mellan Göteborg och Borås. Detta kan också jämföras med månens diameter på 3850km. Idealt sett kunde alltså Galilei se en hel del detaljer på månen (vilket han också gjorde i praktiken, han förde noggranna anteckningar).

3a) Vi använder faltningsmetoden för att simulera intensitetsfördelningen. Till den behöver vi två saker:

1. Den perfekta avbildningen, dvs en förstorad (förminskad) kopia av objektet. Vi antar att vår bild av Saturnus kan användas för detta ändamål – visserligen har den ett rätt begränsat antal features (i alla fall i jämförelse med det verkliga objektet Saturnus), men det spelar ingen roll så länge den faktiska bilden blir väsentligt suddigare.

2. Avbildningens point-spread-function (PSF), dvs hur ljuset från en punktkälla i origo av objektet fördelar sig när det kommer till bildplanet (näthinnan). Förhoppningsvis blir fördelningen nära punktformig (deltafunktion), för då har vi en skarp avbildning. Punktkällan sänder ut ”laserljus” så vi kan använda propagationsmetoderna vi lärt i denna (och tidigare) kurser (vi antar en typisk våglängd mitt i det synliga området – eller så upprepar vi beräkningarna för ett antal olika synlliga våglängder och viktar ihop en PSF).



forts. 3a) Till slut får vi den verkliga intensitetsfördelningen på näthinnan genom att falta PSFen med den perfekta intensitetsfördelningen, dvs vår bild. Numeriskt använder vi oss av faltningssatsen för att utföra faltningen som en produkt av två fouriertransformerade funktioner (perfekta intensitetsfördelningen respektive PSFen) följt av en invers fouriertransform. Vi måste då se till att samplingsavstånden hos perfekta intensitetsfördelningen och PSFen är identisk, se nedan.

3b) Den perfekta bildens storlek på näthinnan bestäms med geometrisk optik. Vi börjar med att bestämma förstoringen M för hela det avbildande systemet med Saturnus som objekt och näthinnan som bildplan. Precis som tidigare för månen är

$$M = M_{vinkel} M_{utan\ teleskop}$$

där nu $M_{utan\ teleskop}$ gäller avbildningen av Saturnus direkt på näthinnan med enbart ögonlinsen, dvs

$$M = 20 \cdot \frac{L_{öga}}{L_s} = 20 \cdot \frac{20mm}{10 \cdot 150milj\ km} = 2.7 \cdot 10^{-13}$$

där vi använde minnesregeln om Saturnus avstånd till solen (och därmed ungefär till jorden). I bilden som representerar objektet upptar Saturnus diameter uppskattningsvis $2cm$, medan hela bilden är ca $6cm$ (horisontell riktning), och samplas i 308 punkter (pixlar), dvs Saturnus diameter upptar ca $2cm/6cm \cdot$ 308=103 $\approx$ 100 sampelpunkter. Sampelavståndet hos objektet blir alltså

$$a_{Sat} = \frac{D_{Sat}}{100} = \frac{10 \cdot 12000km}{100} = 1200km$$

där vi använde minnesregeln om Saturnus storlek. I den perfekta avbildningen blir sampelavståndet alltså

$$b = M \cdot a_{Sat} = 0.3\mu m$$

Vi kan därmed säga redan nu att objektet är tillräckligt tätt samplat – vi vet ju från många tidigare uppgifter om avbildningar i ögat att ögats PSF aldrig blir mindre än ett par µm. Den verkliga bilden blir alltså betydligt suddigare än den ”perfekta” även om den senare bara representerar Saturnus med ca 100 sampelpunkter (snarare än oändligt många) i en riktning.

3c) Vid faltningen av den perfekta bilden och PSFen, som båda uppkommer i näthinnans plan, måste du använda samma samplingsavstånd för den perfekta bilden och PSFen. Samplingsavståndet för perfekta bilden bestämdes i uppg b) till $b = M \cdot a_{Sat} = 0.3\mu m$. Alltså måste även PSFen ha samplingsavståndet b. Eftersom ingen av propagationsmetoderna som används för att beräkna PSFen, alltså PAS och multiplikation med transmissionsfunktion, ändrar samplingsavståndet måste detta vara lika stort i alla plan från objektivplanet och bort till näthinnan. Speciellt måste fältet mest största utbredningen kunna samplas; största utbredningen har fältet i objektivplanet där det är lika med objektivets diameter $D_1 = 3cm$. För att sampla fältet i detta plan krävs alltså

$$N = \frac{D_1}{b} = \frac{3cm}{0.3\mu m} = 100000$$

sampelpunkter i en dimension, dvs man skulle behöva använda $N \times N = 100000 \times 100000$-elementsmatriser för att sampla fältet! Detta klarar inte Matlab av på långa vägar (i kursen har vi använt $N \times N = 2048 \times 2048$ som mest).

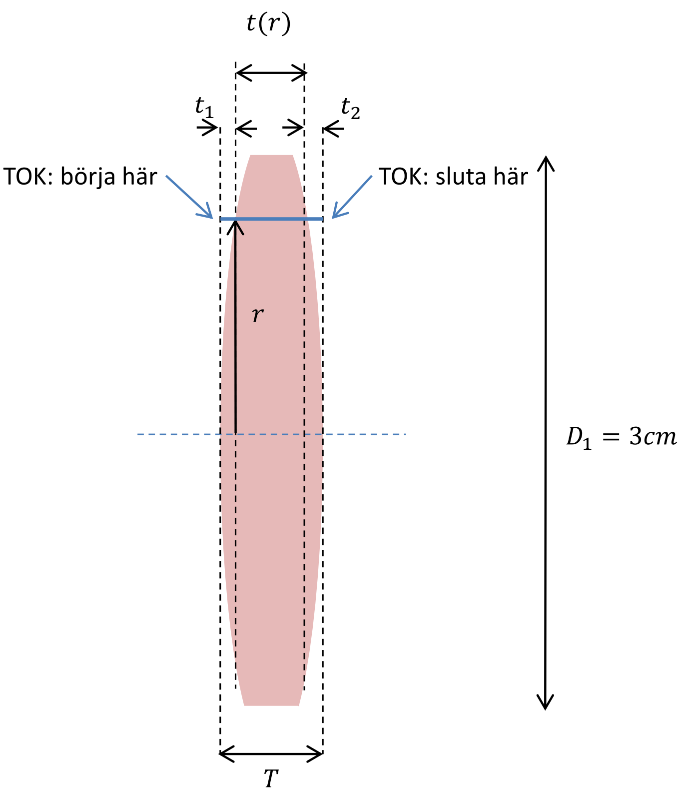
Finns det någon lösning? Ja, en möjlig men inte helt bra lösning är att beräkna PSFen med mindre matriser (större samplingsavstånd) och sedan sampla om den på en finare grid (samplingsavstånd b) med hjälp av någon lämplig numerisk interpoleringsmetod. En annan, och smidigare och förmodligen mer noggrann, lösning är att använda propagationsmetoder där samplingsavståndet i ”Plan 2” är fritt valbart. En sådan metod lärs ut i masterkursen Fundamentals of Photonics.

4) Enligt TOK-modellen erhålls fasmoduleringen vid transmission genom linsen på avståndet r från symmetriaxeln som

$$\varphi(r) = n_{luft}k_0 t_1(r) + n_{glas}k_0 t(r) + n_{luft}k_0 t_2(r)$$

där $t_1(r)$+$t_2(r) = T - t(r)$ och $n_{luft} = 1$, så att

$$\varphi(r) = k_0\big(T - t(r)\big) + n_{glas}k_0 t(r) = const + k_0(n_{glas} - 1)t(r)$$



forts. 4) Vi jämför detta med fasmoduleringen hos en generell lins med fokallängd f

$$\varphi_{lins} = -k_0 \frac{r^2}{2f}$$

Galileis lins fungerar som en sådan lins om den har samma fasmodulering så när som på en godtycklig (icke r-beroende) konstant, som inte spelar någon roll för linsens funktion. Alltså har Galileis lins fokallängd f om

$$k_0(n_{glas} - 1)t(r) = -k_0 \frac{r^2}{2f} + \text{const} \Rightarrow$$
$$t(r) = -\frac{r^2}{2\,(n_{glas} - 1)f} + \text{const}$$

Villkoret $t(r = 3/2cm) = 3mm$ och $n_{glas} \approx 1.5285$ur tabellen för brytningsindex hos materialet vid 500nm våglängd, ger

$$3mm = -\frac{(1.5cm)^2}{2(1.5875 - 1)100cm} + \text{const} \Rightarrow \text{const} = 3.19mm$$

Linsens maximala tjocklek får för $r = 0$, och blir alltså $t(0) = \text{const} = 3.19mm$. Linsen förändrar alltså inte sin tjocklek särskilt mycket – en lins med diameter 3 cm och fokallängd 100 cm är en ganska svag lins!

5a) Tjockleken $t(r)$ hos linsen är förstås oberoende av våglängd, men eftersom glasmaterialets brytningsinden n_{glas} är våglängdsberoende blir även linsens fokallängd det. Vi får extrapolera lite ur grafen, men vid 670 nm våglängd skulle brytningsindex kunna vara $n_{glas} \approx 1.5195$. Ur formeln för sambandet mellan tjocklek och fokallängd från föregående uppgift fås

$$f = -\frac{r^2}{2\,(n_{glas} - 1)(t(r) - const)}$$

där $t(r)$ fås ur samma samband vid designvåglängden 500 nm

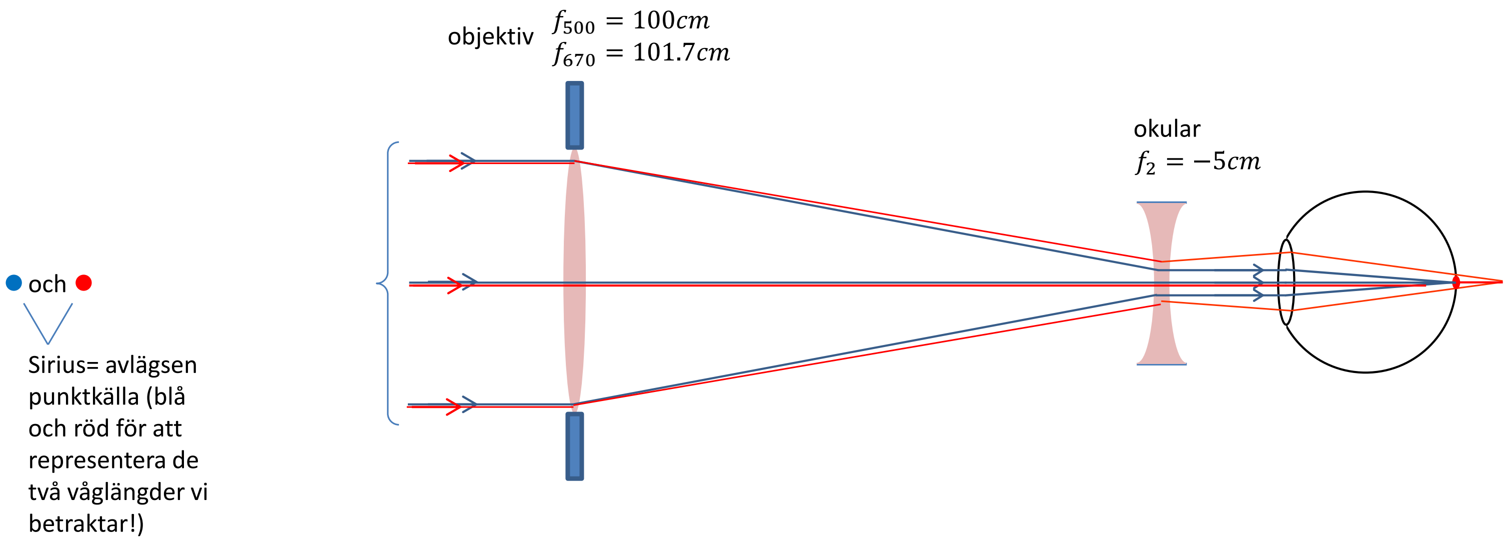
$$t(r) = -\frac{r^2}{2\,(n_{glas,design} - 1)f_{design}} + \text{const}$$

där $n_{glas,design} = 1.5285$ och $f_{design} = 100cm$ är brytningsindex och fokallängd vid designvåglängden, från föregående uppgift. Sätter vi in $t(r)$ i uttrycket för f fås fokallängden vid 670 nm våglängd

$$f = \frac{2\,(n_{glas,design} - 1)f_{design}}{2\,(n_{glas} - 1)} = 101.7\ cm$$

Att f blivit större är naturligt eftersom ett lägre brytningsindex bör innebära en svagare lins.

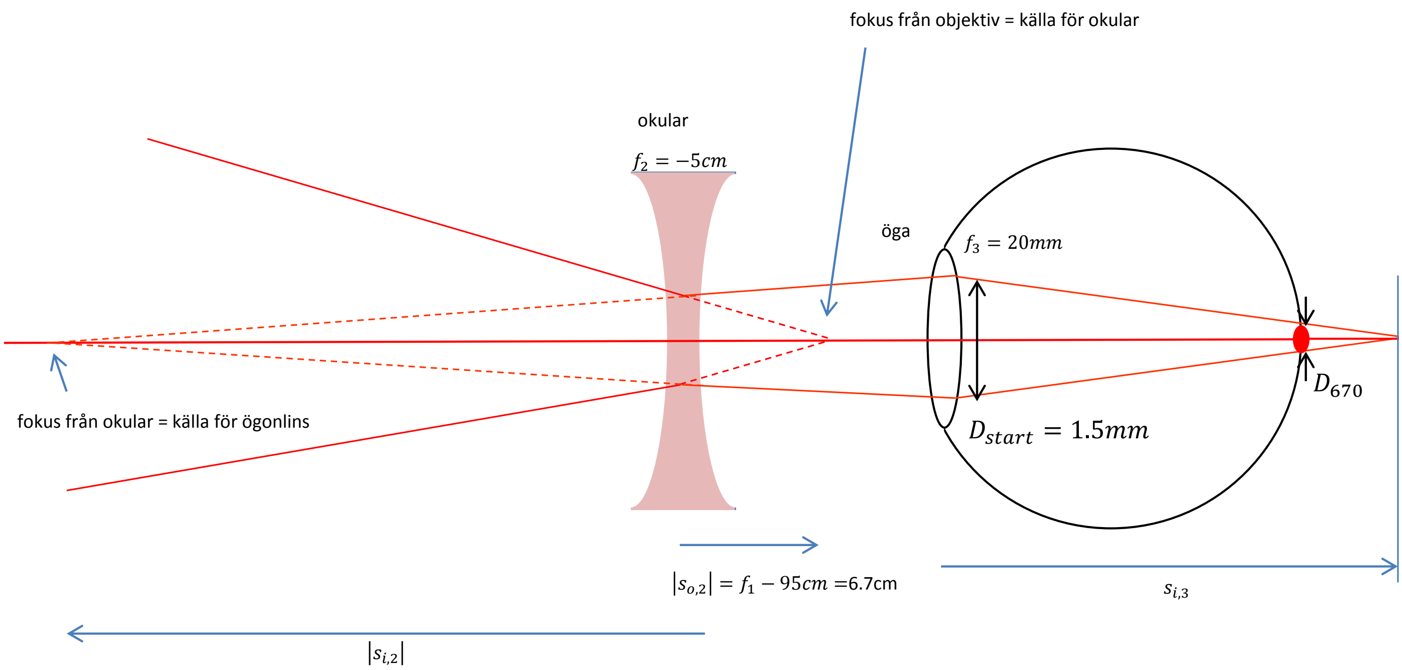
5b) Sirius är en vit stjärna, dvs den sänder ut både blått och rött ljus (bland annat). Den blå och den röda vågen är plana vågor när de når objektivet. Objektivets längre fokallängd för rött ljus gör att det fokuseras för långt fram efter okularet, vilket innebär att ljuset blir divergent efter okularet, se skissen nedan som dock överdriver skillnaden något för tydlighets skull. Därmed fokuserar ögonlinsen det röda ljuset bakom näthinnan – på näthinnan får vi en skarp blåaktig fläck omgiven av en rödaktig "halo". Men är detta en signifikant effekt? Det besvaras i c)!



5c) Vi beräknar hur långt bakom näthinnan bilden av Sirius hamnar i rött ljus. Först ser vi att ljuset från objektivet fokuseras på fokallängden 101.7 cm från objektivet, dvs ljuset in på okularet tycks vara på väg till ett fokus 6.7 cm till höger om okularet. Alltså är ”objektets” (källans) läge relativt okularet $s_{o,2} = -6.7cm$ (negativt eftersom källan ligger till höger om linsen). Ljuset ut från okularet är fokuserat på avståndet $s_{i,2}$, som ges av linsformeln

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_{o,2}} + \frac{1}{s_{i,2}} \Rightarrow s_{o,2} = -19.7\text{cm}$$

(negativt därför att fokus tycks ligga till vänster om okularet). Om ögat ligger på avståndet 1 cm från okularet, fås alltså att ljuset in på ögonlinsen tycks komma från en källa $s_{o,3} = 20.7cm$ framför ögat. Linsformeln ger då att $s_{i,3} = 22.1mm$. Fokus för det röda ljuset hamnar alltså $2.1mm$ bakom näthinnan!



forts. 5c)

Slutligen beräknar vi ”blaffan” av det röda ljuset på näthinnan med geometrisk optik, och ser om det är väsentligt större än den blå (som ges av tumregeln). Om vi antar att det röda ljuset in på ögat har samma diameter som det blå (i själva verket är diametern större både eftersom objektivets fokus är längre från okularet och ljuset ut från okularet är divergent), som vi kallade $D_{start} = 1.5mm$. Likformiga trianglar ger då den röda blaffans diameter i näthinnans plan

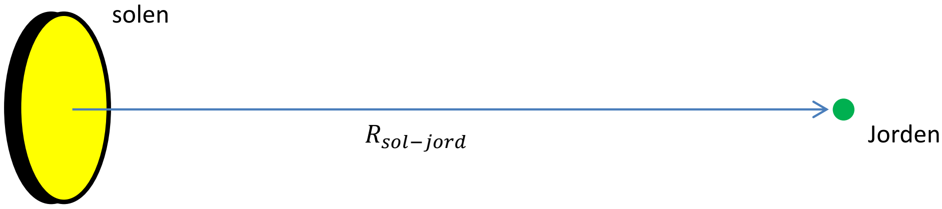
$$D_{670} = D_{start}\frac{s_{i,3} - 20mm}{s_{i,3}} = 140\mu m \approx 100\mu m \gg 10\mu m \text{ (minsta spotsize)}$$

Det blå ljuset är optimalt fokuserat, dvs bildar en fläck med ungefär minsta spotsize, d.v.s. en diameter av storleksordningen 10µm. Den röda blaffan är alltså mycket större och bildar en halo runt den blå fläcken. Kromatisk aberration är alltså ett signifikant problem i detta teleskop.

6) Solen och månen är inkoherenta ljuskällor. Varje punkt på utan sänder ut fält isotropt i en halvsfär, dvs intensiteten är konstant på halvsfären. Eftersom totala intensiteten från alla källor bara är summan av varje källas intensitet blir den också konstant på halvsfären (förutsatt att halvsfären ligger hyfsat långt från solen/månen)

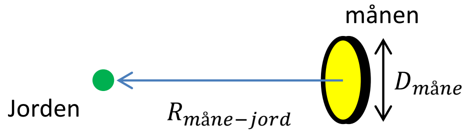
Om solen sänder ut effekten P_{sol} blir intensiteten på solstrålningen vid jorden

$$I_{sol} = \frac{P_{sol}}{\text{area av halvsfär med radie } R_{sol-jord}} = \frac{P_{sol}}{\frac{1}{2}4\pi R_{sol-jord}^2}$$



Precis samma sak gäller för ljuset från ljuskällan månen. Om månen sänder ut effekten $P_{måne}$ blir intensiteten hos månstrålningen på Jorden

$$I_{måne} = \frac{P_{måne}}{\text{area av halvsfär med radie } R_{måne-jord}} = \frac{P_{måne}}{\frac{1}{2}4\pi R_{måne-jord}^2}$$



forts. 6) Den effekt som månen sänder ut i det synliga området är den effekt månen mottager från solen multiplicerat med hur stor andel som reflekteras. Solljusets intensitet vid månen är densamma som vid Jorden, alltså blir

$$P_{måne} = I_{sol} \cdot \text{månens area} \cdot \text{reflekterad andel}$$

Det sökta förhållandet mellan intensiteten av solljus och månsken blir alltså

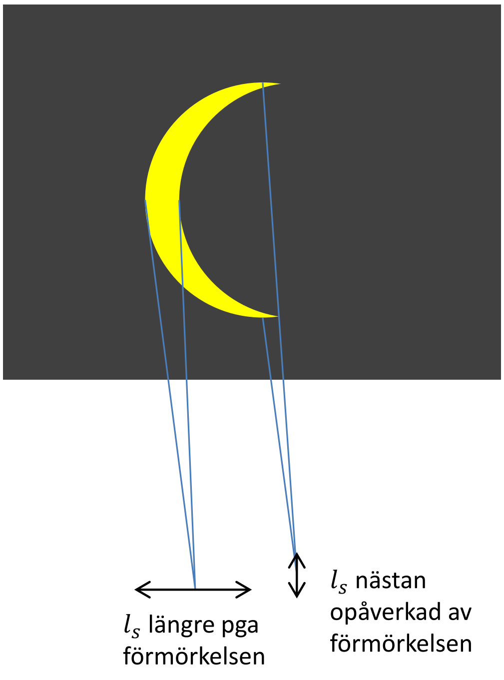
$$\eta \equiv \frac{I_{måne}}{I_{sol}} = \frac{I_{sol} \cdot \frac{\pi D_{måne}^2}{4} \cdot 0.18}{\frac{1}{2} 4\pi R_{måne-jord}^2 I_{sol}} = \frac{(3450km)^2 \cdot 0.18}{8 \cdot (400000km)^2} = 1.7 \cdot 10^{-6} \approx 1 \cdot 10^{-6}$$

Månljuset är alltså ungefär 1 miljon gånger svagare än solljuset!

7a) Solförmörkelse innebär att en del av solljuset blockeras (vi ser färre av punktkällorna på solen), så uppenbarligen minskar intensiteten.

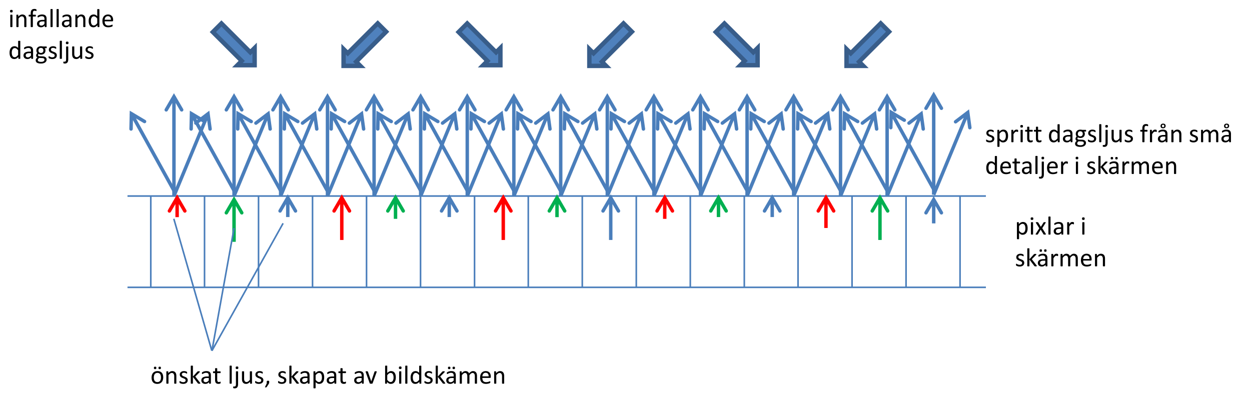
7b) Den del av solen som vi ser har ju samma färg som hela solen. Det händer ingenting med solljusets våglängdsfördelning bara för att en del av solytan täcks över, d.v.s. bandbredden på ljuset är densamma (du kan inte med spektroskopisk analys av ljuset säga om en solförmörkelse ägde rum eller inte). Det betyder att solljuset har samma låga tidskoherens som vanligt.

7c) Solens skenbara storlek minskar pga av förmörkelsen vilket påverkar rumskoherens hos solljuset. Men eftersom solen nu är ”bananformad” är inte koherenslängden lika stor i alla riktningar. I bananens längsriktning är den ljuskällan nästan lika utsträckt som tidigare, så att spatiella koherenslängden l_s i stort sett är opåverkad. Men i bananens tvärsriktning är källans utsträckning betydligt mindre än normalt – och en mindre källa (mer lik en punkt) betyder längre spatiell koherenslängd l_s. Och ju närmare total förmörkelsen är, desto smalare blir bananen, och desto längre koherenslängden.



7. THE SOLFÖRMÖRKELSE!

8a) Text på ett vanligt papper utnyttjar omgivningens ljus för att skapa områden som sänder ut olika mycket ljus (tex svarta bokstäver mot vit bakgrund) eller olika färger (tex färgbilder). Ju mer ljus in från omgivningen desto bättre fungerar detta, i princip (utom vid extremt höga intensiteter då man kan bli bländad).
En bildskärm, däremot, producerar eget ljus för att skapa samma effekter. Problemet är att det ljus som faller in på bildskärmen utifrån inte hjälper till i denna process, tvärtom reflekteras en stor del av detta diffust när det faller in på bildskärmen och träffar på alla miljontals små pixlar som var och en är en vätskekristallcell med pyttesmå elektroder, ledningar, transistorer och annan drivelektronik i mikrometerskala som funkar som ljusspridare. Är det infallande dagsljuset tillräckligt starkt utgör dess diffusa reflektion från skärmen en dominerande bakgrundsintensitet till vilken den önskade bilden från bildskärmen adderas. Resultaten blir en ljus bildskärm med mycket låg kontrast – vi får svårt att uppfatta den önskade bilden.



8b) Det är i princip möjligt att släcka ut ljus med ”motljus”, alltså motsatt fas (destruktiv interferens) – att utnyttja interferens är ju något vi gör hela tiden med laserljus. Men en inkoherent ljuskälla - som bildskärmen som sprider dagsljus – är omöjlig att släcka ut bl.a. eftersom fasen ändrar sig så snabbt (snabbare än vi kan mäta) att vi aldrig skulle hinna kompensera för detta genom att skapa ljus med motsatt fas. Och vad än värre är – det finns inget Löwenbräu-institut i München! Artikeln publicerades 2015-04-01.