

Tentamen i Optik FFY091

Tisdag 17 mars 2015, kl. 14:00-18:00 (VV)

Examinator och jourhavande lärare: Jörgen Bengtsson, tel. 0730-302737, finns på plats ca kl 15 och 17 för att svara på frågor.

Tillåtna hjälpmedel:

Böcker: Beta Mathematics Handbook, Physics Handbook, kursbok i Fourieranalys, 10 valfria utskrivna sidor ur Physics of Light and Optics

Häften, utskrifter, anteckningar: Föreläsningsanteckningar (även egenhändigt skrivna och kommenterade), HUPP-beskrivningar och egna, rättade, lösningar inklusive Jörgens/Pontus kommentarer och av dem bifogat material, labb-pm med egna anteckningar.

Övrigt: Typgodkänd räknare samt linjal.

Lösningsförslag: Ges efter tentan på kurshemsidan i pingpong.

Rättning: Inrapporterad inom tre veckor från tentamensdatum.

Godkänt: 24p, 36p och 48p av max 60p för betyg 3, 4, resp. 5 (för bonusregler se kurs-pm på kurshemsida). Observera att för 2016 gäller nya regler, se Kursinfo Optik F2 2016.pdf.

Visning: Efter överenskommelse via e-mail.

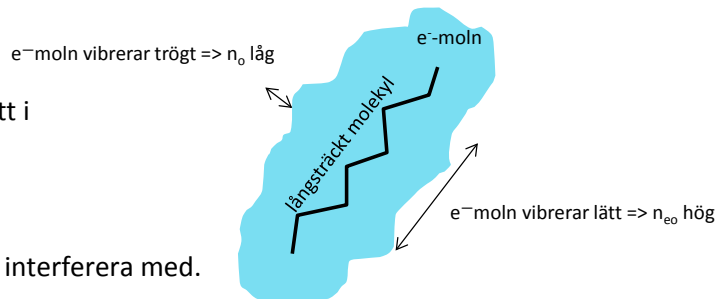
Ord på vägen:

- Skriv din kod på alla sidor du lämnar in.
- Motivera dina steg och formulera dig klart (gärna icke-verbalt i form av skisser) – båda dessa aspekter poängbedöms.
- Gör egna rimliga antaganden där det behövs.

1. KROSSA OPTIKMYTERNA = ÖÖ

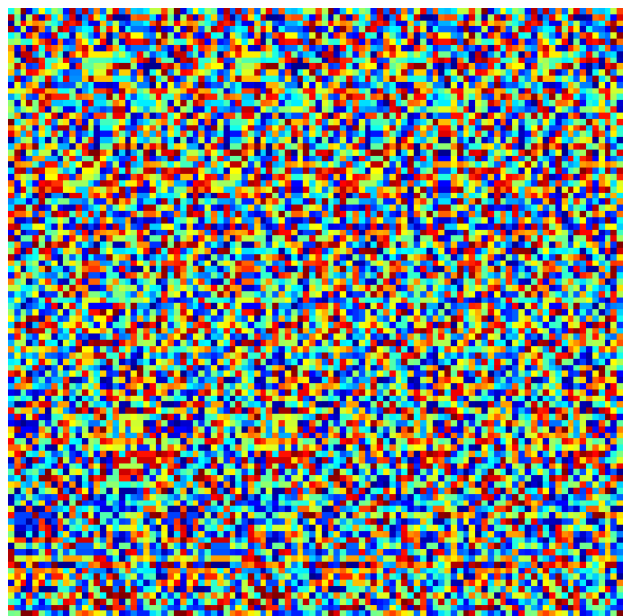
Följande påståenden är (delvis) felaktiga, ofullständiga eller överförenklade. Korrigera/förtydliga eller förklara varför det är fel (tex med ett motexempel). Var mycket kortfattad, en eller två korta meningar. (13 p)

- a) Optiska fältet (E-fältet) i en viss punkt i tid och rum skulle kunna vara $3e^{j0.83\pi}V/m$.
- b) Man bör använda Huygens-Fresnels metod (HFM) i stället för PAS vid numerisk propagation, eftersom man bara behöver göra en fouriertransformering (men ingen inverstransformering därtill).
- c) Att experimentellt demonstrera hur fjärrfältet till fältet i Plan 1 ser ut kräver – som namnet antyder – att vi avlägsnar oss långt från Plan 1.
- d) E-fältets styrka (längden av E-fältvektorn) varierar sinusformigt i tiden för allt monokromatiskt ljus (ljus med en enda frekvens/våglängd).
- e) Snells lag gäller alltid för en plan våg som faller in mot en plan yta med infallsvinkeln θ_{in} .
- f) Vår bild av de molekyler som svarar för dubbelbrytning kan förklara alla polarisationsändrande materials funktionssätt i Laboration O4.
- g) Inkoherent ljus interfererar inte.
- h) En ensam foton har ingen annan foton att interferera med.
- i) Ljuskällorna i det här rummet utgörs av lamporna (och eventuellt andra elektriska prylar).
- j) Grönt laserljus är farligare än rött.
- k) Liksom alla andra föremål är vattenflaskan du kanske har på bordet framför dig en termisk primär ljuskälla som avger IR-strålning och således ständigt förlorar energi och blir allt kallare.
- l) Belyser man ett papper (skrovlig yta) med en bred laserstråle från en HeNe-laser blir den belysta pappersytan full av svarta prickar – speckle.
- m) Intensitetsfördelningen på näthinnan avgör vad du ser.



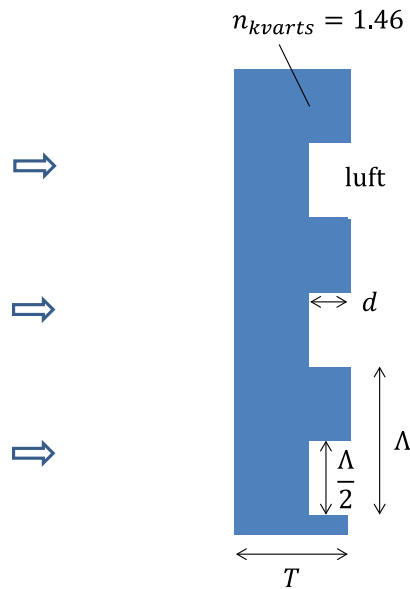
en svart-blå klänning (och viral succé)

en tre-dimensionell bild



<http://swiked.tumblr.com/post/112073818575/guys-please-help-me-is-this-dress-white-and>

2. GITTER = Ö2.5

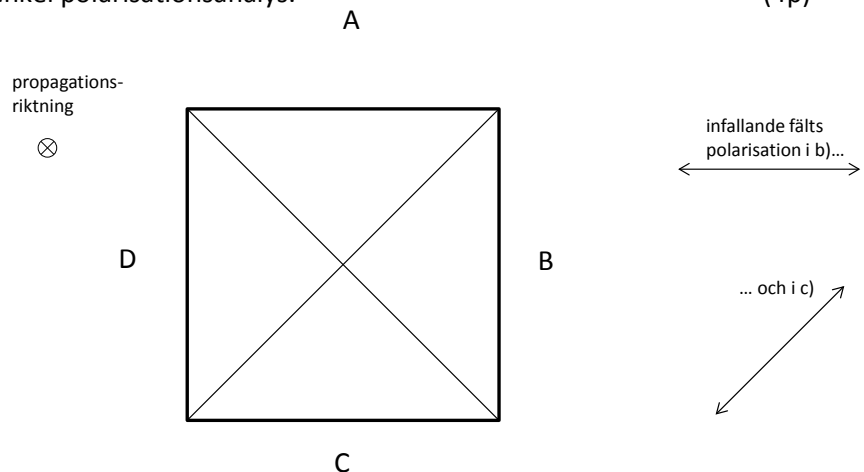


Ett binärt diffraktionsgitter i kvarts för transmission (normalt infallande plan våg) med duty cycle 50% är designat för att inte skicka något ljus i den diffraktionsordning som ligger rakt fram (i det infallande ljusets utbredningsriktning). Designvåglängden är 633 nm, tjockleken $T=1$ mm. (6p)

- Visa att detta designvillkor är uppfyllt om fasmoduleringen är 180° .
- Hur djup, d , ska reliefen då göras för att uppnå önskat värde på moduleringen? Använd TOK-modellen.
- Om gittret skulle göras som ett reflektionsgitter (infallande ljus från höger), med samma fasmodulering som transmissionsgittret, vilka värden skulle du då välja för d och för brytningsindex för materialet?

3. REDAN DE GAMLA EGYPTIERNÄ = Ö2.6

I labb O4 finns en "pyramidskärm" som visas schematiskt här, så som det infallande ljuset "ser" den. Med dess hjälp kan man utföra enkel polarisationsanalys. (4p)



- Vad är principen bakom pyramidskärmen, och hur går praktiskt en "avläsning" till?
- Antag att infallande ljus är linjärpolariserat horisontellt, så som indikeras. Hur ser man det på pyramidskärmen?
- Vad ser man om infallande ljus är linjärpolariserat ljus som är polariserat 45° mot horisontalaxeln?
- Vad ser man om infallande ljus är medurs-cirkulärpolariserat ljus? Hur kan man skilja det från polarisationen i c) med hjälp av pyramidskärmen?

4. (F)LIGHT IS IN THE AIR = Ö1.4

Flygplan besköts med laser över Orust

Publicerad 12 januari 2015 | Uppdaterad 12 januari 2015




Bild: Jessica Bentsen

Annons ▾


🗨️ 📄 ✉️ T T T

Fyra flygplan besköts under söndagen med laser ovanför Orust.
– Det handlar om luftfartssabotage, säger polisens presstalesman Christer Fuxborg till GP.

På söndagen fick polisen information från Sturups flygplats om att flygplan ska ha blivit beskjutna med laser ovanför Orust, enligt [Nyhetersto.se](#). Christer Fuxborg, presstalesman vid polisen Västra Götaland, uppger för GP att larmet inkom vid klockan 20.25.

– Det är fyra plan som har blivit beskjutna, det lägsta på 6 000 meters höjd och de andra på mellan tio och 12 000 meter, säger han.

LASER MOT FLYG



Färre flygplan beskjuts med laser

LASERATTACKER

Artikeln ovan är från GP tidigare i år.

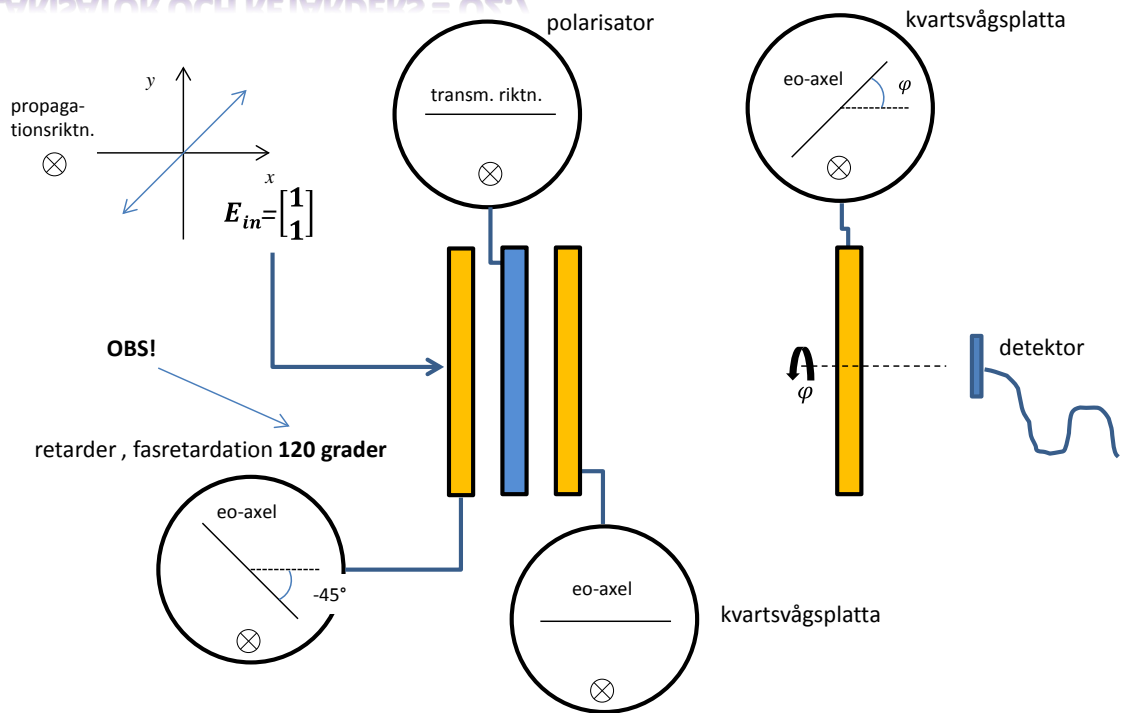
(7p)

a) Antag att piloten på det lägst flygande planet tittar in i laserstrålen som kommer från en punkt nästan rakt under planet, uppskatta grovt intensiteten [W/m^2] på hans näthinna.

b) Som jämförelse, om piloten istället riktar blicken mot solen, vad blir intensiteten [W/m^2] av synligt ljus på hans näthinna då?

Antag att den illustrerande bilden visar hur det gick till när förövaren ”besköt” planet och att pekpinnelasern hade den klart olagliga uteffekten 100mW (ca 100 gånger högre än tillåtet, och i stort sett den högsta effekt som pekpinnelasrar som säljs på turistmarknader i Sydostasien har). Solljusets intensitet i det synliga området är $300 \text{ W}/\text{m}^2$, och piloten har samma pupilldiameter, 3 mm, i både fall a) och b).

5. POLARISATOR OCH RETARDERS = Ö2.7



I uppställningen med ideala komponenter är den sista komponenten, en kvartsvågspatta, vridbar vinkeln φ runt systemets längdsaxel. (6p)

a) Vilket polarisationstillstånd har ljuset som faller in på polarisatorn, dvs efter propagation genom den dubbelbrytande plattan med 120 graders fasretardation?

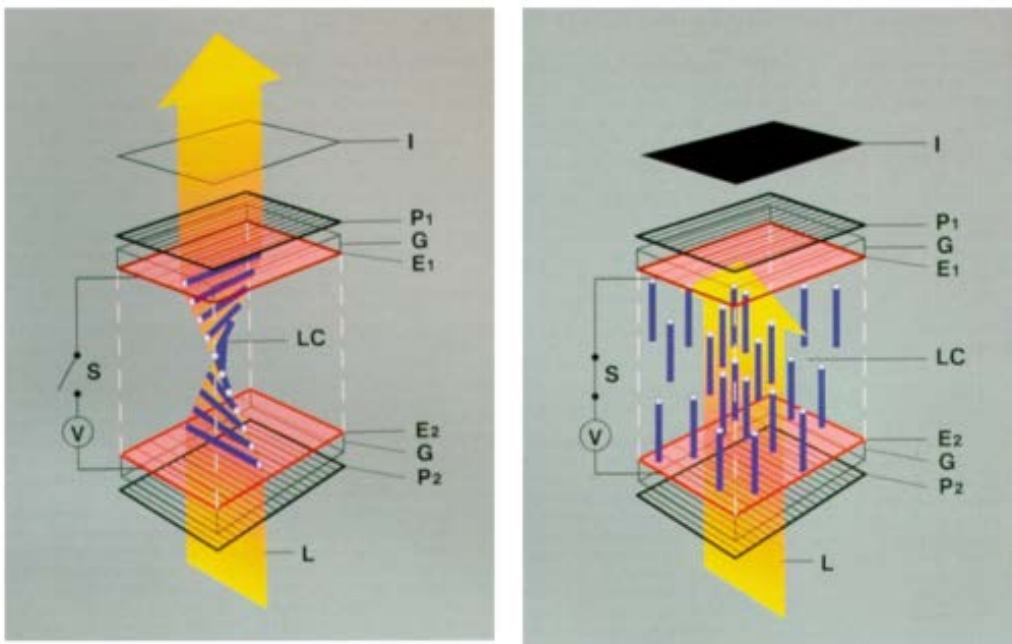
b) Hur ändrar sig intensiteten som faller in på detektorn med vridningsvinkeln φ ? Det räcker med att ange kvoten mellan minimalt och maximalt detekterad intensitet.

6. WIKI OPTICS = Ö2.8

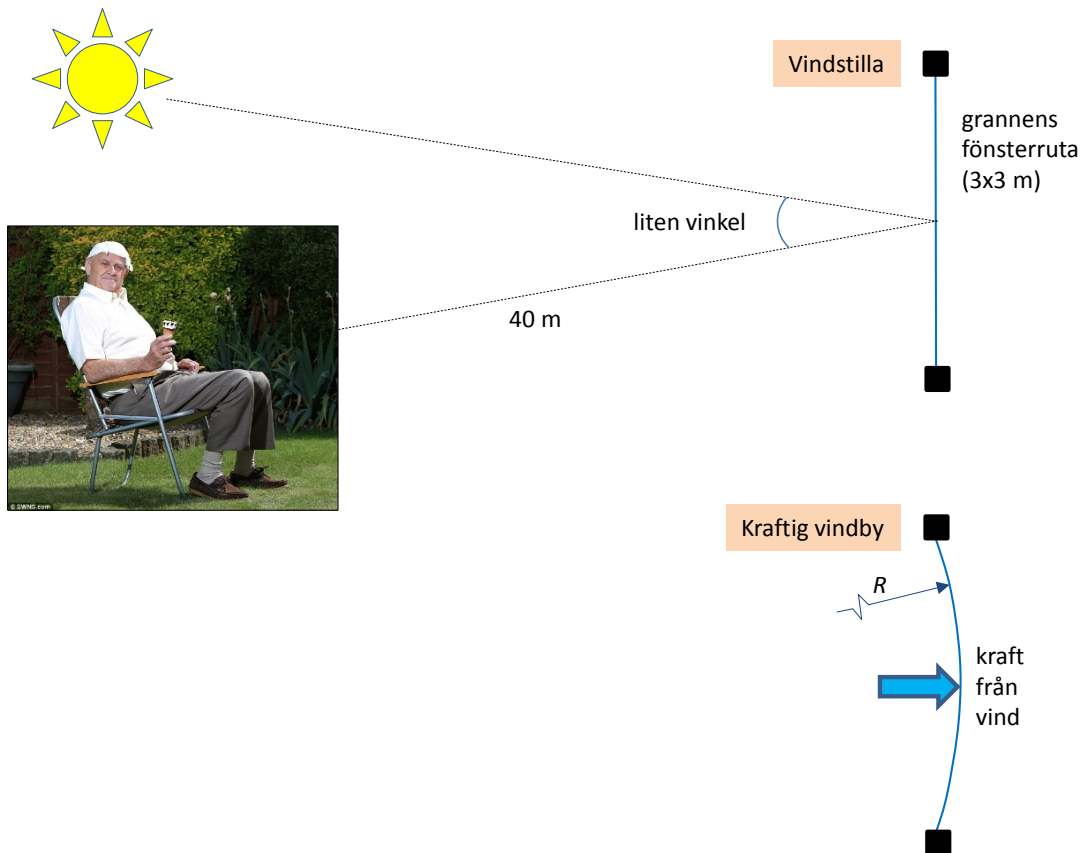
Bilderna nedan är tagna från Wikipedia. (3p)

a) Vad försöker de visa?

b) Vilken av bilderna är mer korrekt och vilken är mindre korrekt?



7. VÄXTHUSEFFEKTEN = Ö34.8



Bonden på granngården har byggt ett växthus vars ena sida, som vetter mot ditt hus, har en stor kvadratisk fönsterruta (enkelglas) med måtten 3mx3m. En vindstillia sensommarkväll sitter du i din trädgård, 40 meter från växthuset, och träffas av solreflexen från fönsterrutan. (7p)

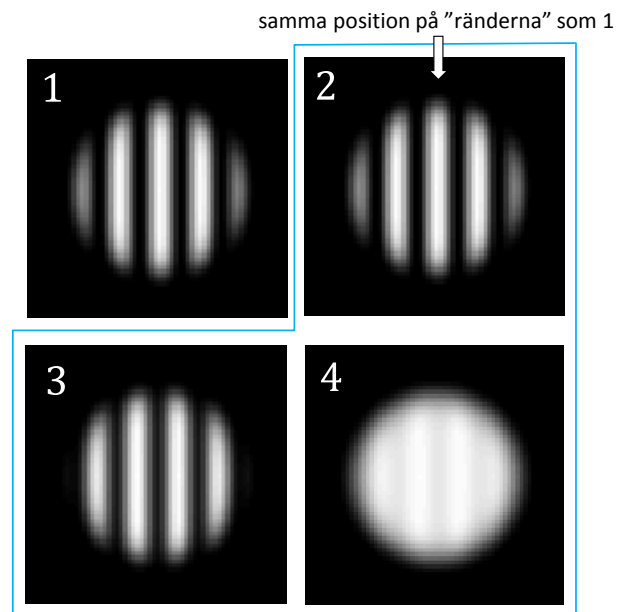
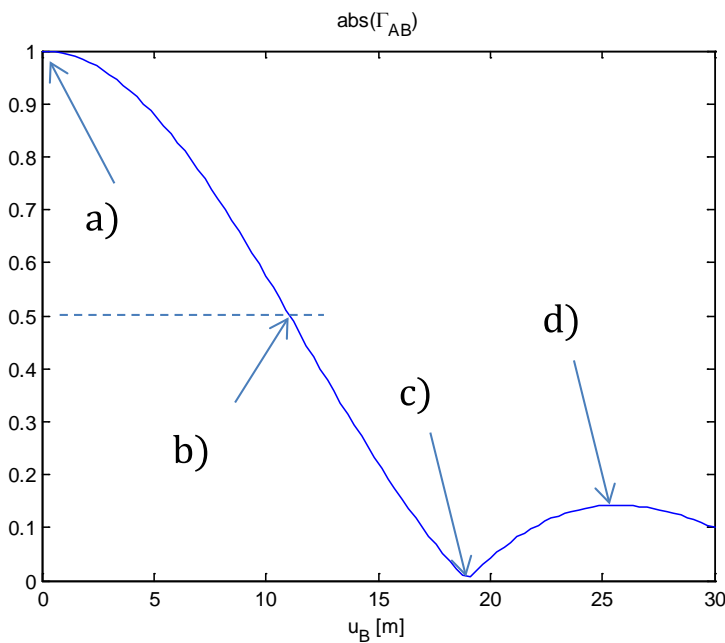
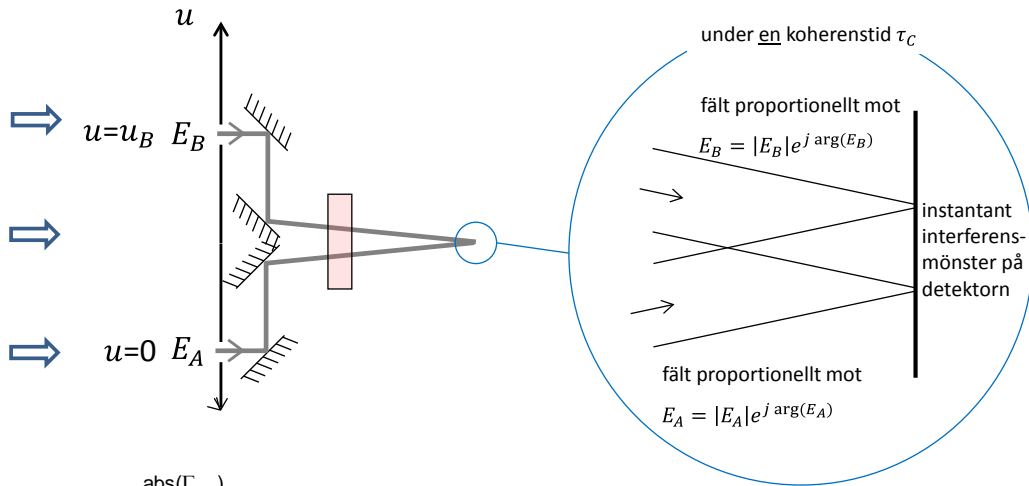
a) Vilken intensitet [W/m^2] har ljuset som träffar dig. Antag att strålningen från den lågtstående solen uppgår till $400 \text{ W}/\text{m}^2$.

Plötsligt kommer det en kraftig vindby och pressar på fönsterrutan så att den plana ytan istället får en perfekt sfärisk form! Kan detta rent av bli obehagligt för dig, om nu fönstret börjar koncentrera det reflekterade ljuset mot dig?

b) Vilken är den "mest farliga" krökningsradien på fönstret?

c) Vilken intensitet [W/m^2] har ljuset som träffar dig nu? Är det tillräckligt för att ge en märkbar temperaturhöjning på din hud, eller kan det rent av vara smärtsamt?

8. SIKTA MOT STJÄRNORNA = Ö5.8

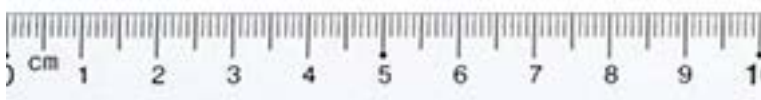


I en Michelson stellar interferometer undersöks koherensen längs u -axeln hos ljuset från en stjärna; en plot av beloppet av the mutual coherence function $\Gamma_{AB} = \langle E_A E_B^* \rangle$ visas ovan. Antag att när de två ljusöppningarna i interferometern sätts mycket nära varandra, dvs $u_B = 0$, observerar man interferensmönstret 1 på detektorn. Vilken/vilka av de visade interferensmönstren 2, 3, och 4 är möjliga som instantana intensitetsfördelningar (dvs som existerar under en koherenstid) i detektorplanet när separationen u_B är

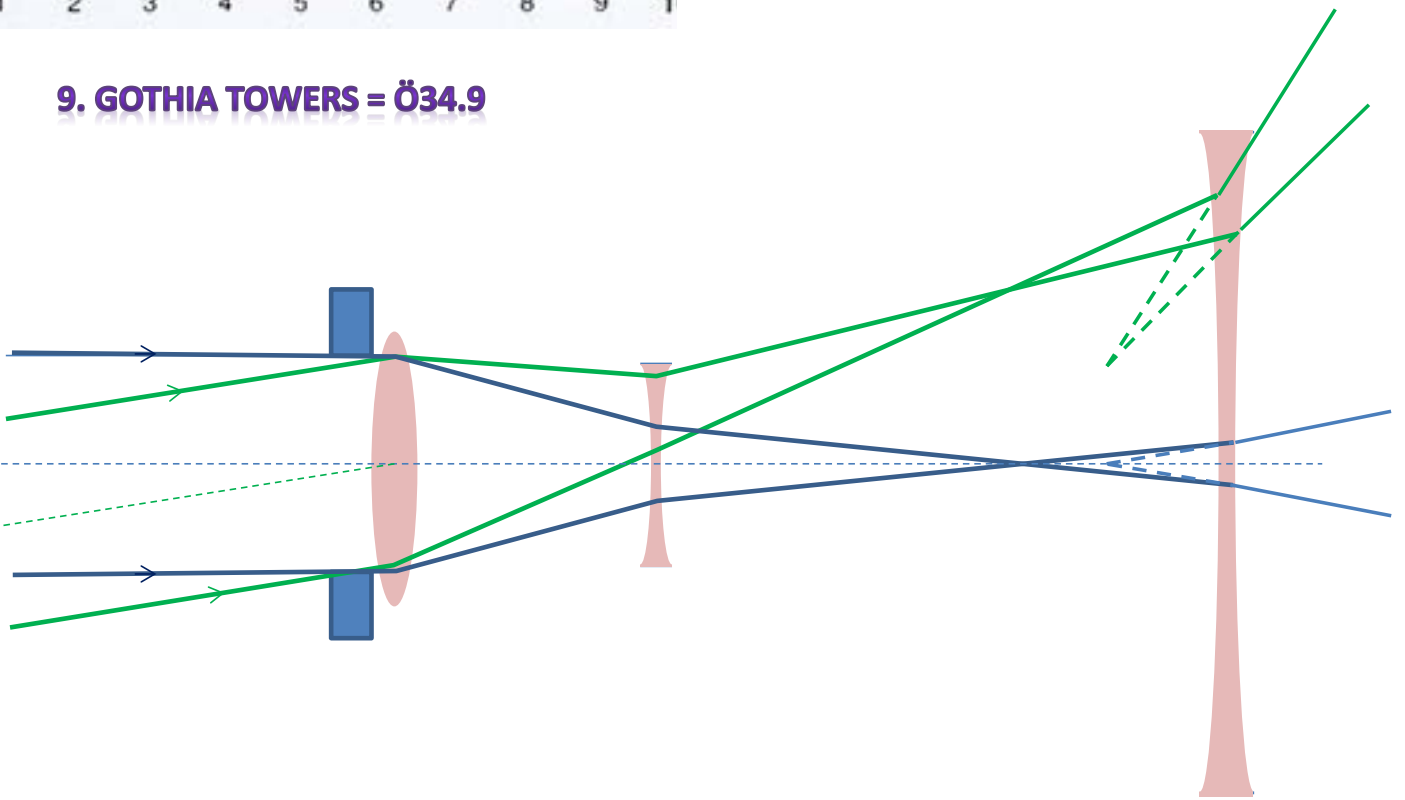
(6p)

- a) $u_B = 0$?
- b) $u_B \approx 11m$?
- c) $u_B \approx 19m$?
- d) $u_B \approx 26m$?

e) Skulle något av mönster 2-4 kunna vara det observerade interferensmönstret på detektorn för någon av separationerna i fallen b), c) eller d)?



9. GOTHIA TOWERS = Ö34.9



För en märklig optisk apparat har en helt korrekt strålgångsanalys gjorts för ljus som kommer in från två olika avlägsna punktkällor 1 km bort. Resultatet av analysen visas här i skala 1:1 (blå respektive gröna strålar representerar ljus från de två punktkällorna, inte olika färger på ljuset). Linserna fungerar idealt, alltså med en fokallängd som är oberoende av färgen på ljuset. Apparaten riktas nu mot Hotell Gothia Towers som råkar ligga just 1 km bort. (8p)

a) Om man sätter sitt normalsynta öga omedelbart till höger om sista linsen, kan man då se en tydlig bild av (en del av) Gothia Towers? Tillåt ögat att ackommodera – ändra ögonlinsens styrka – inom sina naturliga gränser för ett normalsynt öga hos en person i din ålder.

b) Inuti apparaten kommer det att uppstå en tydlig bild av Gothia Towers (som man kan se om man stoppar in en skärm eller detektorarray) i minst ett plan. Var? (Ange läget noggrant i din egen skiss.)

c) Tornen på Gothia Towers har en höjd av nästan 100 m. Vad blir höjden av dessa torn i bilden?

d) Kommer bilden att vara "skarp", ungefär som den till vänster, eller "oskarp" som den till höger?



"skarp"



"oskarp"

(Dessa bilder är stulna från Internet och har storleken 318×274 pixlar)

1. KRÖSSA OPTIKMYTERNA

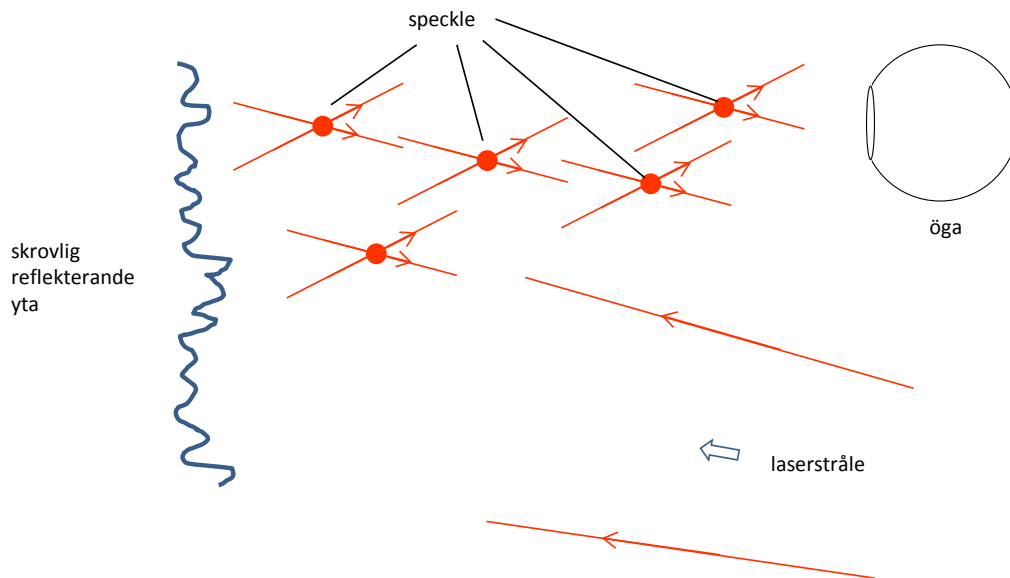
- a) Optiska fältet i en viss punkt i tiden kan inte vara komplext, en sådan beskrivning saknar mening. Det verkliga fältet kan bara vara reellt, positivt eller negativt, och anger (i den skalära beskrivningen) E-fältvektorns längd i den (underförstådda) polarisationsriktningen.
- Om PAS eller HFM är bäst bestäms huvudsakligen av propagationssträckan. Båda metoderna ger fel om fältet kommer utanför det numeriska fönstret, men samplingsavståndet i Plan 2 är olika för de två metoderna. För HFM ökar det med propagationssträckan vilket gör metoden bra för långa propagationssträckor där fältet har expanderat. Däremot funkar den inte för kortare sträckor där PAS med sitt konstanta sampelvstånd i Plan 2 kan användas. Särskilt smidigt är PAS för vågledarsimuleringar där ju fältet behåller sin utsträckning i sidled.
- b) Enklast sättet att erhålla fjärrfältet till ett fält i Plan 1 är att sätta in en lins efter Plan 1. Då erhålls en intensitetsfördelning i planet på fokallängds avstånd efter linsen som är en förminskad kopia av fjärrfältets intensitetsfördelning. Fjärrfältets fasfördelning erhålls i allmänhet inte i fokalplanet, men detta är oftast inget problem i demonstrationssammanhang eftersom fasfördelningen är "osynlig".
- c) För tex cirkulärpolariserat monokromatiskt ljus är E-fältets styrka konstant i tiden, men riktningen roterar ett varv under periodtiden T .
- d) Snells lag gäller tex inte för normalinfall mot dubbelbrytande material i de fall ljusets polarisation inte är riktad längs eo- eller o-riktningarna, alltså när e-molnet börja vibrera i en riktning som inte sammanfaller med ljusets polarisation därför att vibrationen sker lättare i eo-riktningen.
- e) Vår modell kan inte förklara optisk aktivitet, dvs en successiv vridning av polarisationsriktningen hos linjärpolariserat ljus. Detta fenomen kan uppstå i molekyler med spiralstruktur, t.ex sockermolekyler.
- f) Ljus är en våg och vågor interfererar – alltid! Dock är interferensmönstret konstant bara under koherenstiden. För "inkoherent" ljus är koherenstiden mycket kort vilket innebär att vi inte har en chans att se ett enskilt mönster utan bara ett medelvärde av ett stort antal. Då försvinner typiska effekter av konstruktiv och destruktiv interferens och allt vi ser är summan av intensiteterna – dvs "ingen interferens".
- g) Men det behövs inte – fotonen interfererar ändå! Även om fotonen är ensam i systemet kommer dess statistiska beteende att vara samma som för en våg, och den kommer alltså tex helt och hållet att undvika positioner i rummet eller reflektionsriktningar från halvgenomskinliga speglar där vågteorin säger att fältet ska vara noll pga destruktiv interferens.
- h)

- i) Lamporna utgör de primära ljuskällorna som skapar sitt eget ljus. Men alla föremål i rummet sänder ut ljus (genom att de reflekterar infallande ljus) - och vi har ju sagt att dessutom varje punkt på ett objekts yta är en punktförmig koherent ljuskälla. Så man skulle kunna säga att det finns förfärligt många ljuskällor i rummet.
- j) Nja, både rött och grönt ljus går uppenbarligen genom ögat och kan koncentreras på näthinnan, vilket normalt sett är det "farliga" med synlig strålning. Det som är helt avgörande för farligheten är alltså intensiteten på näthinnan, med andra ord uteffekten på laserpekaren eller vad det nu är som är laserkällan, inte dess våglängd.
- k) Det är riktigt att flaskan strålar ut energi hela tiden. Men flaskan är omgiven av väggar, tak, och andra föremål i rummet som strålar ut energi som flaskan absorberar. Om flaskan och dess omgivning har samma temperatur mottar flaskan lika mycket effekt som den sänder ut, och behåller sin temperatur.

l) och m) på nästa sida

l)

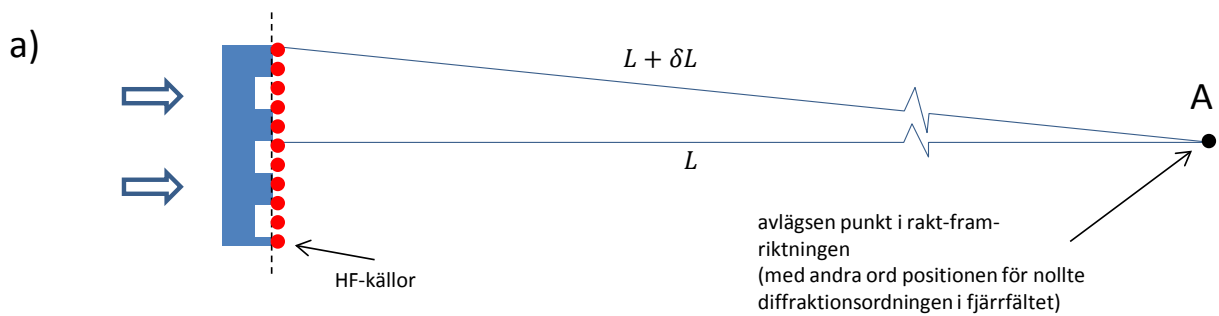
Efter att laserstrålen reflekterats i den skrovliga ytan uppstår ett komplicerat interferensmönster i rummet från papperet och ända fram till ögat, ja i hela rummet. I detta mönster bildas ljusa och mörka områden som för ögat ser ut som ljusa eller mörka punktkällor, speckle. Ögat fokuserar på de punktkällor som ligger på det avstånd ögat ser bäst på – närsynta ser alltså de specklar som ligger nära ögat. I vilket fall så är inte den belysta pappersytan prickig – den är ju jämnt belyst av lasern. Specklarna uppkommer i rummet mellan papper och betraktare.



m)

Intensitetsfördelningen på näthinnan bestämmer bara till en del "vad vi ser". T.ex. finns det en hårdkodad signalbehandling i näthinnan av signalerna från tappar och stavar, som förstärker kontraster i bilden. Av största betydelse är sedan hjärnans jobb med att tolka informationen. Det kan gå så långt så att hjärnan tolkar in sådant som kanske inte finns, som tex den tre-dimensionella känslan man kan få när man tittar på bilden bestående av små kvadrater i olika färger. Och allas hjärnor är inte lika lätta att lura...

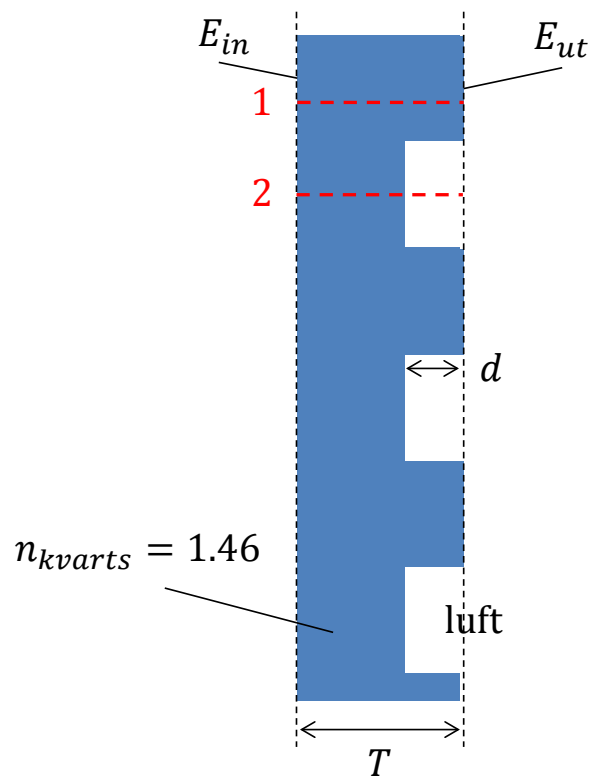
2. GITTER



Om punkten A, i rakt-fram-riktningen, är tillräckligt långt bort är den extra gångvägen δL mycket mindre än λ ($\delta L \rightarrow 0$ då $L \rightarrow \infty$). Fasändringen pga gångvägen till A blir alltså lika stor för alla HF-källorna. Om nu hälften av HF-källorna har fasen noll och hälften fasen 180° , och propagationen till A bara adderar samma konstanta fas till bidraget från varje källa, så har vi total destruktiv interferens i A från HF-källorna. Med andra ord är intensiteten i A noll.

(för övriga punkter i fjärrfältet, som inte ligger rakt fram, gäller inte $\delta L \rightarrow 0$ då $L \rightarrow \infty$ och alltså ger propagationen olika fasbidrag från olika HF-källor)

b)



Enligt TOK-modellen så beter sig fältet lokalt som en plan våg som rör sig i horisontell led. Beroende på om vågen rör sig gittrets tjocka del, bana 1, eller tunna del, bana 2, fås olika fasändring hos fältet.

Fasändring bana 1:

$$\varphi_1 = \underbrace{k_0 n_{kvarts} T}_{\text{fasändring per längdenhet hos plan våg}}$$

Fasändring bana 2:

$$\varphi_2 = k_0 n_{kvarts} (T - d) + k_0 n_{luft} d$$

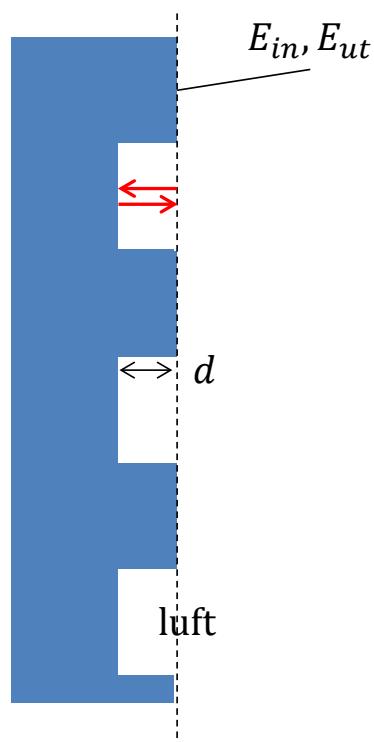
Fasmoduleringen hos gittret är skillnaden

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = k_0 (n_{kvarts} - n_{luft}) d$$

Ska fasmoduleringen φ bli 180° blir alltså

$$d = \frac{\pi}{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) (n_{kvarts} - n_{luft})} = 700 \text{ nm}$$

c)



Vid reflektion uppstår fasmodulering genom att ljuset som reflekteras från fördjupningen har fått en extra gångväg, dvs blivit fördröjt, dvs ändrat sin fas, jämfört med ljuset som reflekterats från en "högplatån".

Fasmoduleringen hos gittret blir då

$$\varphi = k_0 n_{luft} \underbrace{2d}_{\text{extra gångväg}}$$

Vi har bortsett från ev fasändring vid reflektionen mot gittermaterialet, eftersom den är lika oberoende om reflektionen sker nere i fördjupningen eller på högplatån.

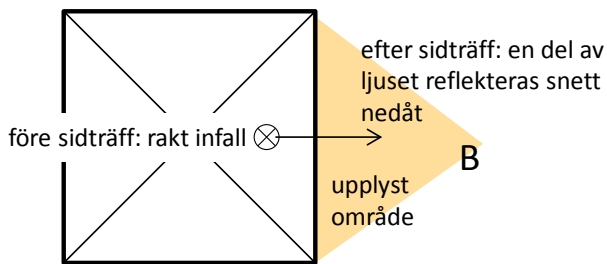
Ska fasmoduleringen φ bli 180° blir alltså

$$d = \frac{\pi}{2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) n_{luft}} = \frac{\lambda}{4} = 160 \text{ nm}$$

Materialet bör vara något med hög reflektans, alltså vanligen en metall. Dessa har komplexa brytningsindex även om man sällan använder dessa i praktiken när man konstruerar gitter – man använder material som är kända för sin höga reflektans helt enkelt.

3. REDAN DE GAMLA EGYPTIERN

a)

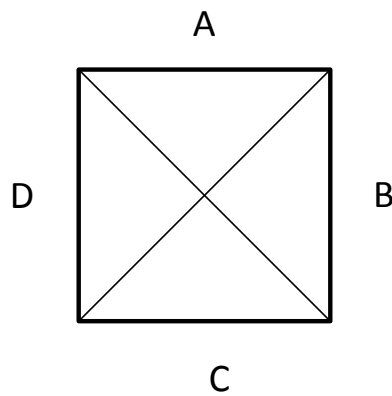
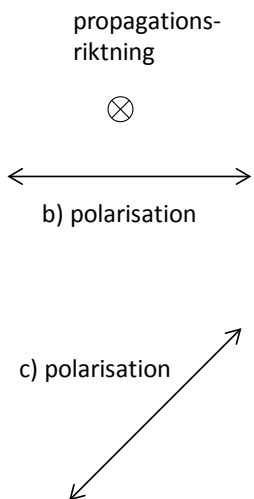


Höjden på pyramiden är gjord med hänsyn till pyramidmaterialets brytningsindex, så att ljus som faller in rakt ovanifrån träffar pyramidens fyra sidor i Brewstervinkeln. Eftersom Brewstereffekten endast uppkommer om polarisationen ligger i infallsplanet betyder det att ljus med denna polarisation inte kommer att ha någon reflektion när det passerar pyramidens sida utan allt kommer att transmittas in i pyramiden.

Ljus som inte har denna polarisation kommer att delvis reflekteras när det träffar pyramidens sida. Detta ljus kommer att lysa upp "marken" precis utanför pyramidens sida. Detta illustreras för sida B i figuren

(infallsplanet är planet som spänns upp av infallande ljusets k-vektor och normalen till ytan)

b,c,d)

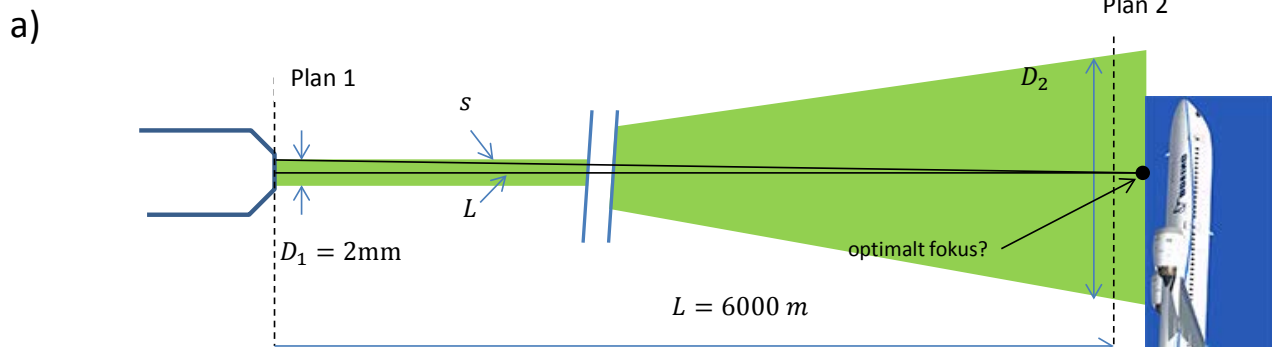


b) Om ljuset är "horisontalpolariserat" ligger polarisationen i infallsplanet för sida B och D; där uppkommer Brewstereffekten och ingen reflektion sker. I sidorna A och C är polarisationen vinkelrätt mot infallsplanet, och här finns ingen Brewstereffekt, dvs reflektion sker som vanligt. Alltså blir markområdena A och C belysta.

c) Infallande ljus kan delas upp i ett horisontal- och ett vertikalpolariserat fält, och har sålunda komponenter både i infallsplanet (ingen reflektion) och vinkelrätt mot infallsplanet (partiell reflektion) för alla sidor på pyramiden. Alla markområden A-D blir alltså belysta.

d) Samma resonemang som i c), cirkulärpolariserat ljus kan också delas upp i en horisontal- och en vertikalpolariserad komponent, och alla markområden A-D blir belysta. Man kan skilja fallen c) och d) åt genom att rotera pyramidskivan 45° . Fall c) övergår då till fall b), och endast två markområden kommer att bli belysta.

4. (F)LIGHT IS IN THE AIR



Laserstrålen kommer förmodligen att breddas och bli mindre farlig när den propagerar till flygplanet. Vi kan uppskatta stråldiametern vid planet med tumregeln, förutsatt att

1) Strålen vid lasern är kollimerad. Är det en hyfsad pekpinnelaser så har tillverkaren sett till att detta är uppfyllt, annars blir det ingen vidare pekpinne. Vi antar alltså med stor säkerhet att detta är uppfyllt.

2) Planet (Plan 2 !) befinner sig i fjärrfältet från fältet i Plan 1. Detta kan vi kolla på många sätt, tex genom att konstatera att ljuset från lasern är optimalt fokuserat i origo i Plan 2, dvs det finns ingen lins som skulle förbättra situationen. Detta kan vi kolla genom att beräkna sträckan s , som är gångvägen för HF-källorna längst ut på laserstrålen i Plan 1, och jämföra med L :

$$s - L = \sqrt{L^2 + \left(\frac{D_1}{2}\right)^2} - L = 0.1\text{ nm} \ll \lambda$$

Alltså har alla HF-källor väsentligen samma gångväg till origo i Plan 2, dvs ljuset är optimalt fokuserat där så att ljusstrålens bredd D_2 är minsta möjliga och ges av tumregeln

$$D_2 \approx \frac{\lambda}{D_1} L \approx \frac{550\text{nm (grönt)}}{2\text{mm}} 6000\text{m} = 2\text{m}$$

OK 1

OK 2

a)

(forts)

Intensiteten vid pilotens öga är alltså

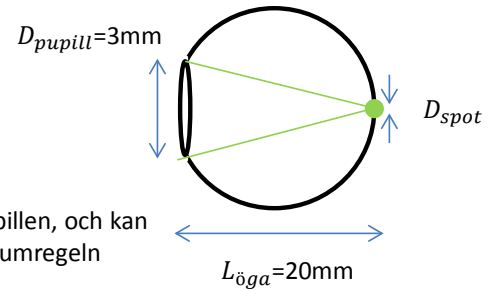
$$I_{Plan2} = \frac{100mW}{\pi \cdot 1^2m^2} = 30 mW/m^2$$

Detta ljus är koherent ljus med i stort sett plan vågfront och konstant intensitet över pupillen, och kan fokuseras ner till minsta möjliga spot i pilotens ideala öga (piloter har bra ögon!) enligt tumregeln

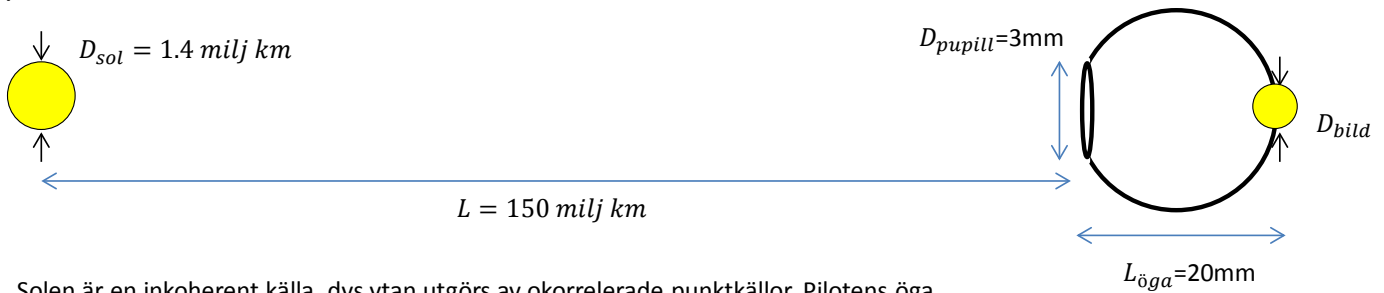
$$D_{spot} \approx const \frac{\lambda}{D_{pupill}} L_{öga} \approx const \frac{550nm}{3mm} 20mm = 6\mu m$$

om vi tar konstanten i tumregeln att vara 1.5 (ett hyfsat medelvärde mellan generella tumregelns 1 och specialtumregeln för cirkulära fält i Plan 1 och generös definition av diameter i Plan 2 som hade konstanten 2.44). Intensiteten på näthinnan blir alltså

$$I_{nätinna} = \frac{\text{effekt genom pupill}}{\text{area av spot}} = \frac{I_{Plan2} \cdot \pi \left(\frac{D_{pupill}}{2}\right)^2}{\pi \left(\frac{D_{spot}}{2}\right)^2} = 10kW/m^2$$



b)



Solen är en inkoherent källa, dvs ytan utgörs av okorrelerade punktkällor. Pilotens öga fokuserar varje källa till en spot på näthinnan med storlek ca $6\mu\text{m}$ som vi såg i a). Totalt bildar källorna en bild på näthinnan vars storlek ges av geometrisk optik som

$$D_{bild} = MD_{sol} = \frac{L_{\text{öga}}}{L} D_{sol} = 200\mu\text{m}$$

Bilden är alltså mycket större än spoten från varje punktkälla, så vi kan säga att vi har ett ljus cirkulärt område på näthinnan med diametern $200\mu\text{m}$. Intensiteten på näthinnan blir då, med en intensitet på solljuset på $300\text{W}/\text{m}^2$ framför ögat,

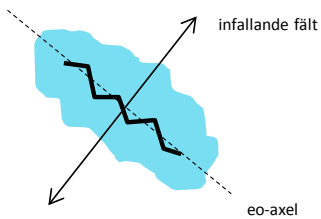
$$I_{\text{näthinna}} = \frac{\text{effekt genom pupill}}{\text{area av spot}} = \frac{300\text{W}/\text{m}^2 \cdot \pi \left(\frac{D_{\text{pupill}}}{2}\right)^2}{\pi \left(\frac{D_{\text{bild}}}{2}\right)^2} = 70\text{kW}/\text{m}^2$$

Solen är alltså något "farligare", men det handlar inte om några jätteskillnader på flera tiopotenser.

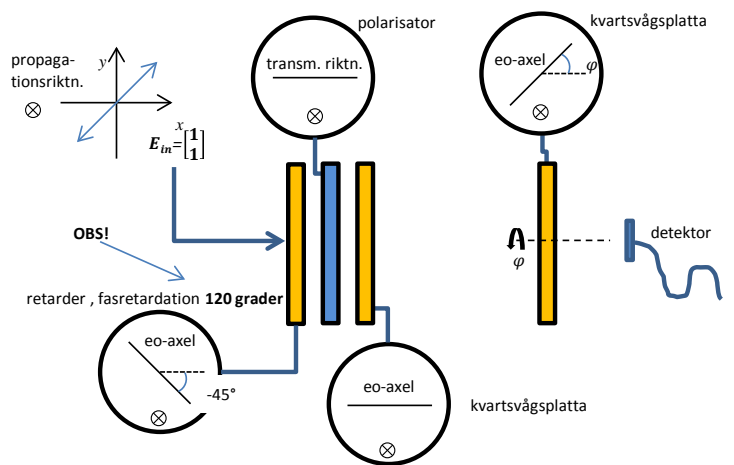
5. POLARISATOR OCH RETARDERS

a)

Det infallande fältet på den första retardern är polariserat vinkelrätt mot eo-axeln:



Fältet försöker alltså enbart få e-molnet att vibrera i o-riktningen; det faktum att det är lättare att vibrera i eo-riktningen "utnyttjas" inte. Alltså sker propagationen precis som i ett vanligt isotropt medium, dvs polarisationstillståndet ändras inte. Så ljuset in på polarisatorn är också linjärpolariserat 45° mot x-axeln.



- b) Ljuset efter polarisatorn är linjärpolariserat längs x-axeln, och förbli så efter första kvartsvågspattan – i analogi med a) – eftersom det x-polariserade ljuset bara får e-molnet att vibrera i eo-riktningen i kvartsvågspattan.

Vi delar upp infallande ljuset på andra kvartsvågspattan i dess komponenter i eo- och o-led

$$\begin{aligned} E_{eo,in} &= E_{in} \cos(\varphi) \\ E_{o,in} &= -E_{in} \sin(\varphi) \end{aligned}$$

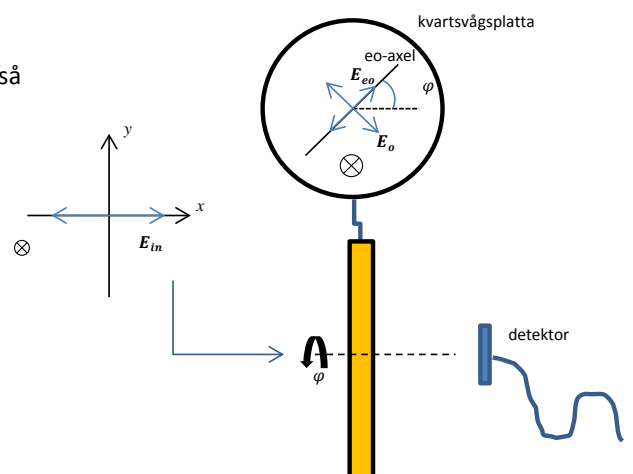
Efter kvartsvågspattan har eo-riktningen fått en extra 90° färförskjutning.

$$\begin{aligned} E_{eo,ut} &= E_{in} \cos(\varphi) e^{j\frac{\pi}{2}} \\ E_{o,ut} &= -E_{in} \sin(\varphi) \end{aligned}$$

Totala intensiteten efter kvartsvågspattan blir då

$$I_{ut} = |E_{eo,ut}|^2 + |E_{o,ut}|^2 = |E_{in}|^2 (\cos^2(\varphi) + \sin^2(\varphi)) = |E_{in}|^2$$

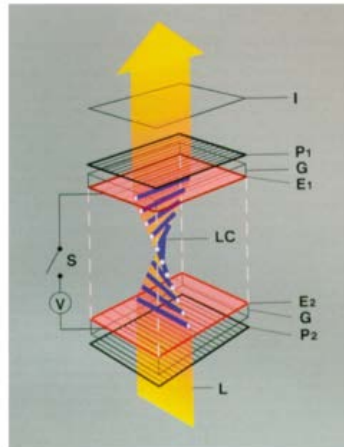
Intensiteten på detektorn är alltså oberoende av vridningsvinkeln, så den efterfrågade kvoten blir ett. (Allt detta hade också kunnat inses direkt eftersom ingen energi går förlorad i en retarder: den effekt, och därmed intensitet eftersom vi antar plana vågor, som kommer in måste komma ut, oberoende av vridningsvinkel.)



6. WIKI OPTICS

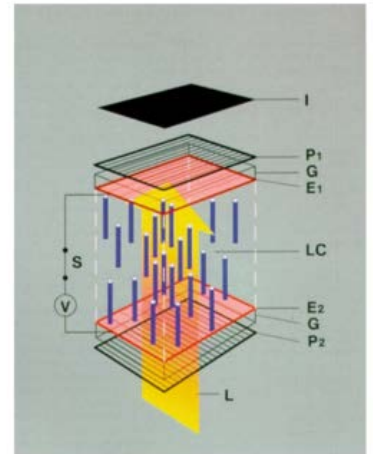
a)

Bilderna försöker visa hur ljuset är "på" (vänster bild) och "av" i en twisted-nematic (vridcell) vätskekristall-baserad pixel i en bildskärm. En sådan simulerade vi i HUPP2.



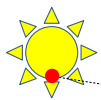
b)

Den högra bilden är helt OK optiskt. Man har lagt på spänning och molekylerna linjerar upp sig i DC-fältet. Vätskekristallen blir därmed inte dubbelbrytande för ljus som propagerar uppåt, så det behåller sitt polarisationstillstånd från första polarisatorn och släcks ut i den andra, korsade, polarisatorn.

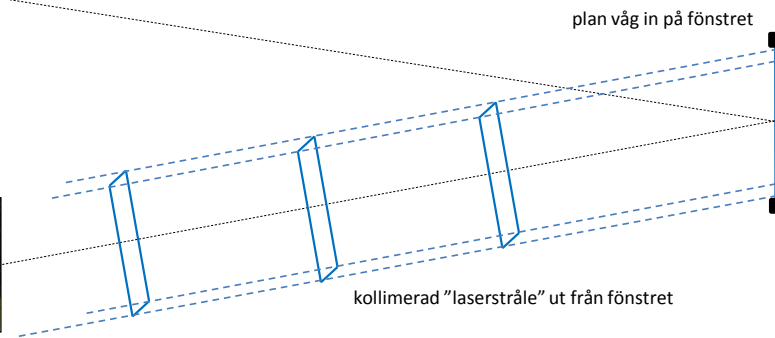


Den vänstra bilden visar hur det ser ut utan spänning, när molekylerna vrider sig 90° mellan polarisatorerna (pga speciell ytbehandling på de glas som vätskekristallerna ligger mellan). Problemet är att Wikipedia visar att ljusets polarisation perfekt följer med molekylernas vridning (och därmed blir polariserat i andra polarisatorns transmissionsriktning och smiter ut). Någon sådan "följ-med-effekt" har aldrig beskrivits i denna kurs eller någon annan kurs, för den existerar helt enkelt inte, även om propagationen approximativt följer med twisten om dubbelbrytningen är tillräckligt stark och propagationssträckan tillräckligt lång (tjock vätskekristallcell).

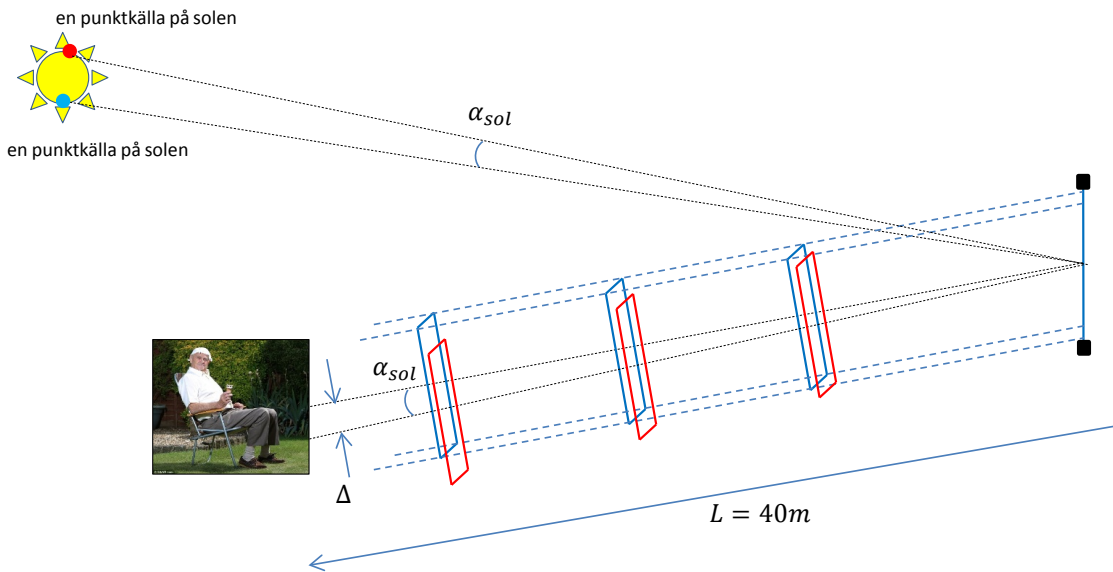
7. VÄXTHUSEFFEKTEN



en punktkälla på solen



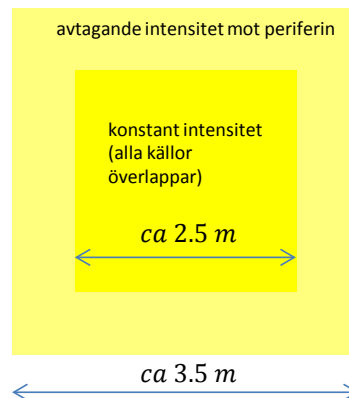
- a) Solen är en inkoherent ljuskälla, som består av okorrelerade punktkällor. Varje punktkälla för sig betar sig emellertid som koherent källa (en punktformig laser) som sänder ut en sfärisk våg. Vid Jorden är den mycket nära plan över en yta på 3x3 meter, och efter reflektion i glasrutan har vi alltså en kollimerad laserstråle med det gigantiska tvärsnittet 3x3 meter. En sådan har en mycket liten divergens och vi kan använda vår magkänsla och direkt säga att strålen efter 40 meters propagation ser exakt likadan ut som när den lämnade glasrutan alltså en konstant intensitet över ett kvadratisk tvärsnitt på 3x3 meter.



- a) (forts)
 En punktkälla på andra "ändan" av solen ger samma laserstråle, bara lite förskjuten. Förskjutningen Δ ges av

$$\Delta = \alpha_{sol} L = \frac{1.4 \text{ milj km}}{150 \text{ milj km}} 40 \text{ meter} = 0.4 \text{ m}$$

Intensiteten från alla källor är summan av varje källas intensitet eftersom de är inkoherenta. Som vi ser av Δ så överlappar de 3x3 meter stora intensitetskvadraterna ganska väl där du sitter, intensitetsfördelningen ser ut ungefär så här



a) (forts)

I området i mitten där alla källor överlappar är intensiteten densamma som intensiteten på det reflekterade ljuset precis när det lämnar fönstret, dvs

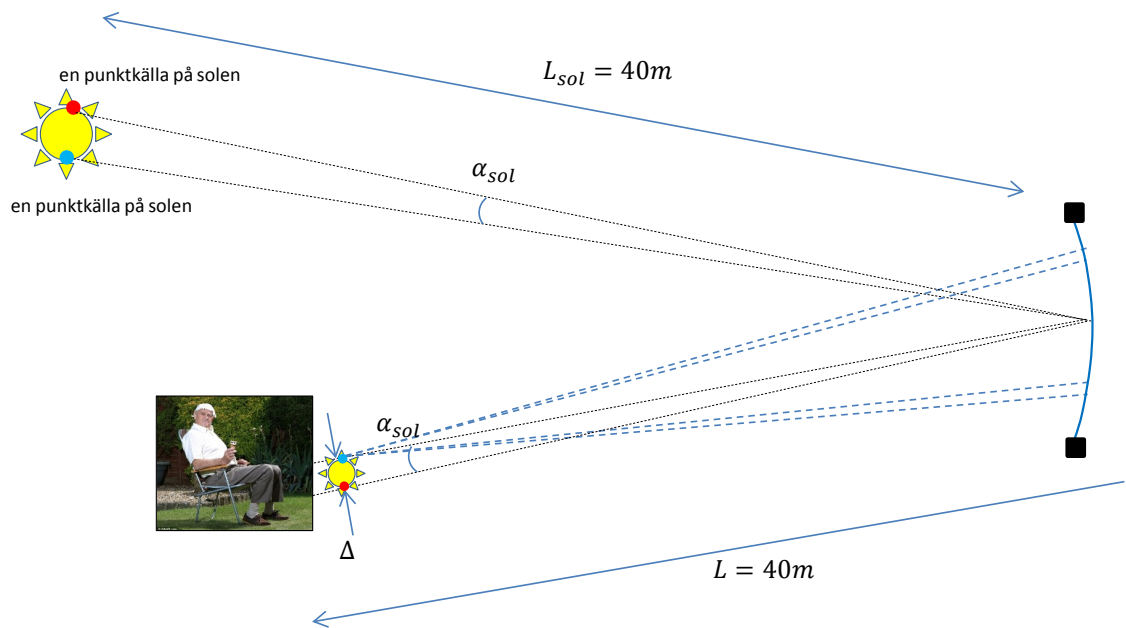
$$I = I_{sol} \cdot R_{fönster}$$

där $I_{sol} = 400\text{W}/\text{m}^2$ är infallande solintensitet på fönstret, och $R_{fönster}$ är andelen intensitet som reflekteras från fönstret. Enligt Fresnele ekvationer är effektreflektionen från en luft-glas ($n=1.5$) yta 4%. Eftersom enkelglasfönstret har två ytor blir totala effektreflektionen 8% - multipelreflektioner har försumbar effekt vid så låga reflektanser. Infallande intensitet på dig blir alltså ca $40\text{W}/\text{m}^2$.

b)

Fönsterrutan bildar nu ett "brännglas" som koncentrerar ljuset. Dock kan en inkoherent ljuskälla aldrig fokuseras ned till en storlek så liten som "minsta spotsize" eftersom den består av flera ljuskällor i olika positioner. Som vi motiverat på föreläsningen är den minsta ljusfläck man kan få i själva verket en avbildning av ljuskällan i det plan man vill ha sitt "fokus". Eftersom solen är långt bort så erhålls bilden på fokallängds avstånd från spegeln/fönstret, dvs 40 meter. Eftersom fokallängden är halva krökningsradien för en sfärisk spegel, ska alltså krökningsradien vara 80 meter (innebär att mitten på fönstret ska vara intryckt en dryg centimeter).

c)



Av bilden framgår redan att bilden av solen på dig har en diameter av Δ , vilket också kan fås ur de vanliga avbildningsformlerna

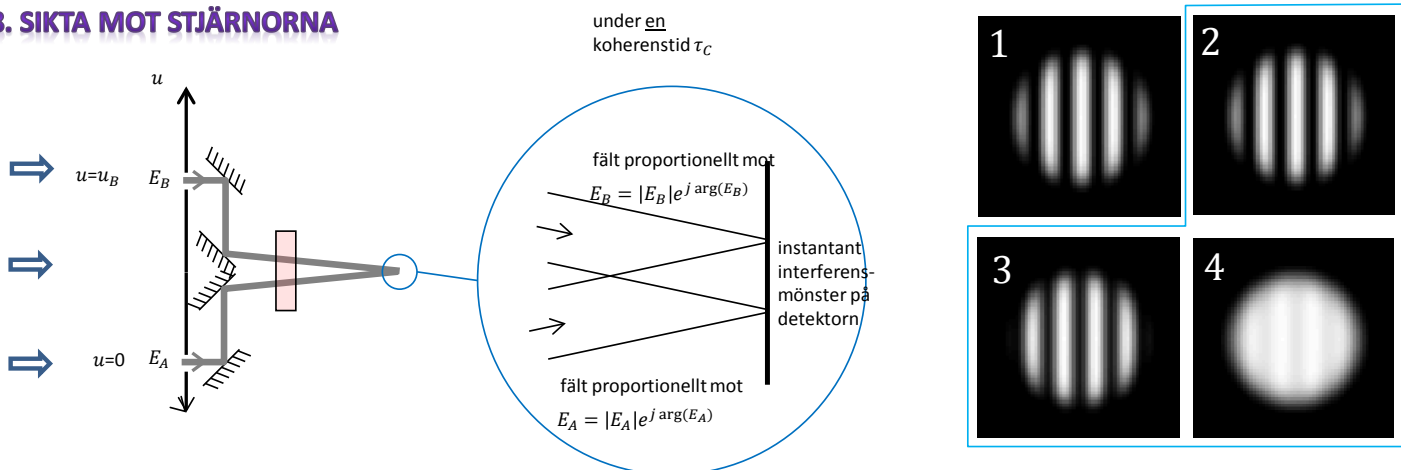
$$D_{bild} = M D_{sol} = \frac{L}{L_{sol}} D_{sol} = 0.4m$$

Intensiteten på dig blir

$$I = \frac{\text{effekt på dig}}{\text{area av bild}} = \frac{\text{effekt reflekterad från fönstret}}{\text{area av bild}} = \frac{I_{sol} \cdot A_{fönster} \cdot R_{fönster}}{\pi \left(\frac{D_{bild}}{2}\right)^2} = 2000W/m^2$$

Intensiteten är dubbelt så hög som högsta direkta solintensitet (nära ekvatorn med solen i zenit) och är definitivt märkbar och förmodligen klart obehagligt varm, åtminstone om fönstret behåller sin form mer än några sekunder.

8. SIKTA MOT STJÄRNORNA



a)-d) Det instantana interferensmönstret bestäms av ögonblicksvärdena på E_A och E_B . När $u_B = 0$ är E_A och E_B identiska eftersom de är tagna i samma punkt. De är alltså lika starka och har samma fas och ger alltid samma interferensmönster, nämligen nummer 2. Det observerade mönstret, som visas i nummer 1, är summan av mönster för ett stort antal koherenstider och måste vara identiskt eftersom alla koherenstider ger samma resultat.

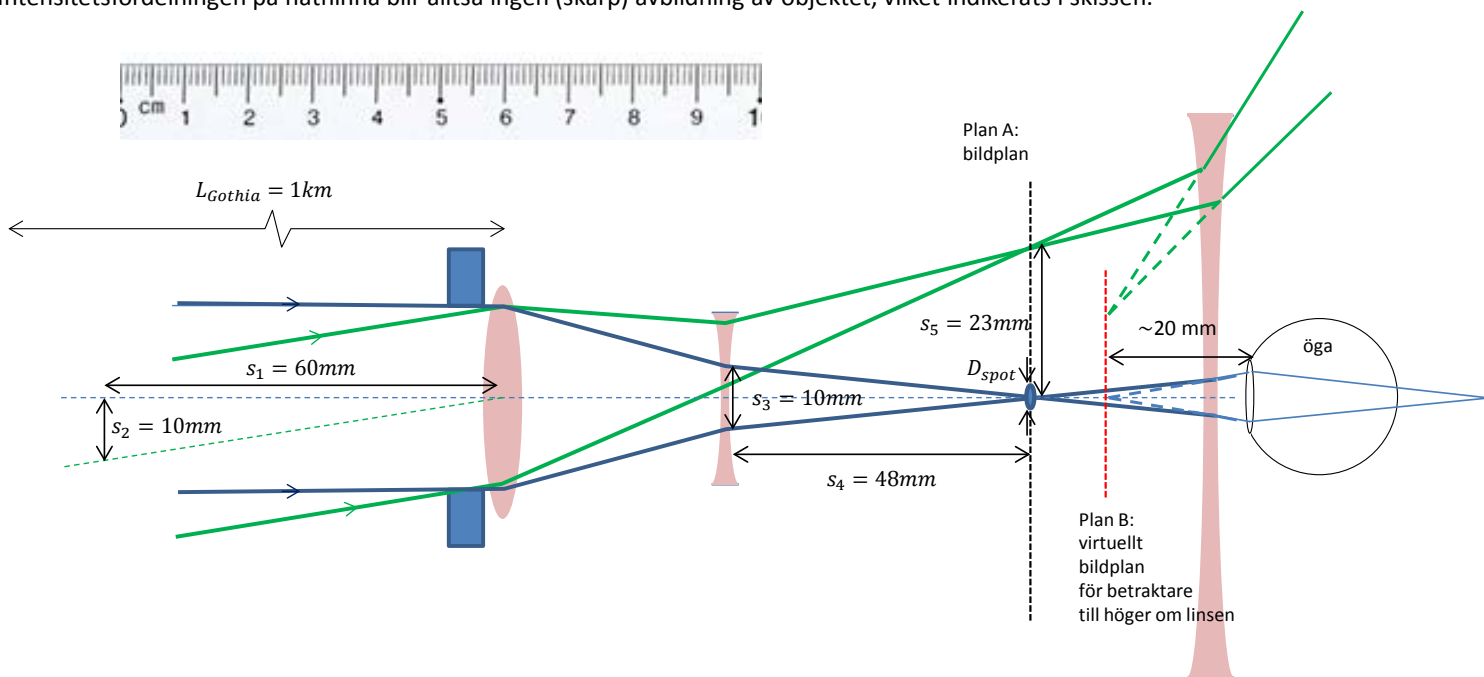
För övriga positioner u_B ser vi att mutual coherence är mindre än maxvärdet, det betyder att i dessa punkter är fältet inte helt förutsägbart. Alla värden på fasskillnaden mellan E_B och E_A är därmed möjliga, om än inte lika sannolika, liksom alla möjliga värden på förhållandet mellan amplituderna $|E_B|/|E_A|$. Att alla värden på fasskillnaden är möjliga innebär att mönster nummer 2 och 3 är möjliga eftersom positionen av ränderna bestäms av fasskillnaden. Att alla värden på förhållandet mellan amplituderna är möjliga gör att nummer 4 är möjligt eftersom den uppkommer om ett av fälten E_A eller E_B är mycket starkare än det andra. Det är fortfarande full interferens men dominansen av det ena fältet gör att inte den destruktiva interferensen får ner intensiteten till noll. Så för a) är nummer 2 möjlig, för b) till d) är alla nummer 2-4 möjliga.

e) Det observerade interferensmönstret är tidsmedelvärdet av alla instantana mönster. Förmodligen är inte något av mönstren 2-4 lika med det observerade interferensmönstret i fallen b) till d), det vore osannlikt eftersom bilderna visar simuleringar av instantana interferensmönster. Dock skulle det suddiga nummer 4 kunna vara ganska likt det observerade mönster man får i fall d) där den svaga tendensen för E_B att vara ur fas med E_A gör att man kan se svaga "motfasränder" av den typ som visas i nummer 4

Jo, vi börjar med b)!

9. GOTHIA TOWERS

- b) Frågan gäller avbildning av inkoherent belysta föremål. En avbildning uppstår när (laser-)ljuset från varje punktkälla på objektet koncentreras till (nästan) en punkt igen. I analysen är ljuset från två punktkällor markerat. Vi ser att ljuset från varje punktkälla fokuseras till en punkt (i geometrisk optisk approximation) i Plan A. Detta är en reell bild – här kan man sätta en skärm eller detektorarray och fånga upp bilden av Gothia Towers.
- a) Vi ser att för en betraktare som är positionerad efter den sista linsen tycks ljuset från varje punktkälla komma från en punkt i Plan B. Detta är ett virtuellt bildplan. Ingen verklig bild uppstår i detta plan, men betraktaren bakom sista linsen uppfattar det som att objektet ligger i detta plan. Om vi sätter ögat intill sista linsen, så som visas i figuren, är det alltså som om vi har objektet ca 20 mm framför oss. Det är för nära för att vi ska kunna se skarpt (prova själv att försöka läsa en text som du håller 20 mm från ögat!). Intensitetsfördelningen på näthinna blir alltså ingen (skarp) avbildning av objektet, vilket indikerats i skissen.



- c) Vi mäter upp sträckorna s_1 till s_5 enligt figur. Systemets förstoring kan vi finna genom att beräkna hur stor separationen mellan punktkällorna är i verkligheten

$$\text{Verklig separation} = \frac{s_2}{s_1} L_{Gothia} = 170m$$

I avbildningen är samma punktkällor separerade med $s_5 = 23mm$; förstoringen blir alltså

$$M = \frac{23mm}{170m} = 1.4 \cdot 10^{-4}$$

Höjden i bildplanet av Gothia Towers 100 meter höga torn blir alltså $M \cdot 100m = 14mm$.

- d) I den geometrisk-optiska approximationen blir ljuset från varje punktkälla koncentrat till en enda punkt i bildplanet, men i verkligheten blir det en "blaffa" med ändlig utbredning i bildplanet. Om vi antar att linserna är ideala, och alltså ger bästa möjliga fasmodulering för att samla ljuset i bildplanet kan vi använda tumregeln om minsta spotsize. Denna måste tillämpas på propagation i homogent medium, alltså på sträckan från den andra linsen till bildplanet. Vi har då för storleken av minsta spotsize (tumregeln med konstanten lika med 1.5, se diskussionen till uppgift 4a)

$$D_{spot} = 1.5 \frac{\lambda}{D_{start}} s_4 = 1.5 \frac{\lambda}{s_3} s_4 = 4\mu m$$

Det betyder att i den 14mm höga bilden av Gothia Towers skulle vi alltså i princip kunna se av storleksordningen $14mm/4\mu m = 3000 \approx$ av storleksordningen 1000 stycken detaljer. Eftersom den visade bilden bara är samplad med ca 300 pixlar så skulle vi alltså i teorin kunna få betydligt bättre skärpa i bildplanet än till och med den skarpa bilden!