

Tentamen i Optik för F2 (FFY091)

Lärare: Bengt-Erik Mellander, tel. 772 3340.

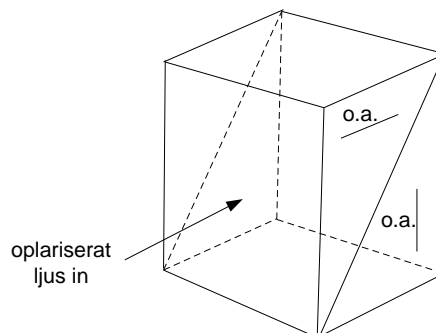
Hjälpmedel: Typgodkänd räknare, Physics Handbook, Mathematics Handbook.

Poänggränser: Betyg 3: 8 p; Betyg 4: 12 p; Betyg 5: 16 p

Förslag på lösningar anslås vid Fysiks entré, Kemigården 1, efter skrivningstidens slut.
Resultatet kommer att vara klart 2012-01-27.

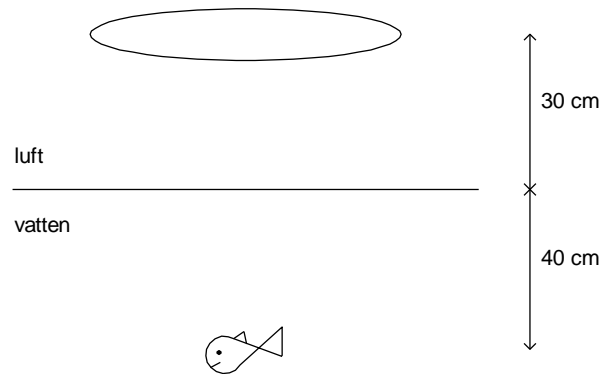
Granskning kan ske 2012-01-27 kl. 11.45-12.15 i Studentcentrum Origo, 1 tr. upp, och därefter vid Lärarservice (bredvid Fysikbiblioteket) under deras ordinarie öppettider.

- En stråle består av opolariserat och högercirkulärpolariserat ljus. Hur gör du för att bestämma hur stor del av intensiteten som är högercirkulärpolariserad? Beskriv i detalj utrustning, procedur samt formler som behövs. (2p)
 - Beskriv strålgången genom nedanstående polarisator gjort av kvarts ($n_o=1,54424$ och $n_{e0}=1,55335$). Kuben är sammansatt av två kvartsprismor där den optiska axeln har olika orientering i de två delarna. Opolariserat ljus infaller vinkelrätt mot en av kubens ytor, se figuren. Beskriv kvalitativt men utförligt (inga beräkningar krävs) med hjälp av text och en figur hur ljuset bryts i dubbelprismat. Visa tydligt strålarnas polarisation och riktning. (2 p)

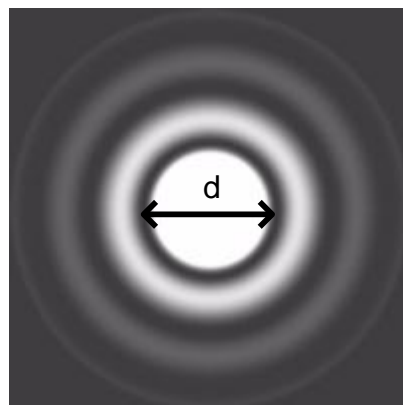


- Two overlapping plane waves propagate in the same direction in glass. The two waves have the same amplitude but different wavelengths, 761 nm and 656 nm. The glass's refractive index is 1,5049 at 761 nm and 1,5076 at 656 nm. Calculate phase and group velocity for the resulting wave. (4p)

3. Man vill avbilda en liten fisk med hjälp av en bikonvex lens. Fisken befinner sig 40 cm under vattenytan, linsen finns 30 cm ovanför vattenytan, rätt ovanför fisken, se figuren nedan. Linsen har samma krökningsradie på båda linsytorna, 20 cm. Vatten har brytningsindex 1,333. Bestäm läget för bilden av fisken. (4p)



4. Vad är kvoten av bredden av centrala diffraktionsmönstret och bredden av centrala interferenslinjen i ett Fraunhoferdiffraktionsmönster från en trippelspalt? (4p)
5. En plan elektromagnetisk våg infaller mot en liten cirkulär öppning. Våglängden är 450 nm. Efter spalten placeras först en lens med fokallängden 2,00 m samt en skärm som placeras i linsens fokalplan. På skärmen kan man observera att den innersta mörka ringens diameter $d = 7.3$ mm, se figuren nedan. Nu tas linsen och skärmen bort. När man undersöker intensiteten utefter öppningens axel upptäcker man ett antal max och min. Bestäm var det minimum på axeln finns som är längst från aperturen. (4p)



Formella regler: För att få full poäng på tentamensproblem krävs:
att uppställda samband motiveras så att lösningsgången lätt kan följas
att samtliga införda symboler definieras
att rätt svar med rätt enhet avges.
Avsluta alla beräkningsproblem med ett tydligt, inramat **Svar**

Formler:

Airy-funktionen:

$$\frac{I_t}{I_o} = \frac{T^2}{(1-R)^2} \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\delta}{2}}$$

Jonesvektorer/matriser:

Horisontell \mathcal{P} $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ Vertikal \mathcal{P} $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Vänstercirkulärpolarisation \mathcal{L} $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$

Högercirkulärpolarisation \mathcal{R} $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$

Planpolarisator horisontell $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

Planpolarisator vertikal $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\lambda/4$ -platta, snabba axeln vertikal $e^{i\pi/4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$

$\lambda/4$ -platta, snabba axeln horisontell $e^{i\pi/4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$

Förslag till lösningar:

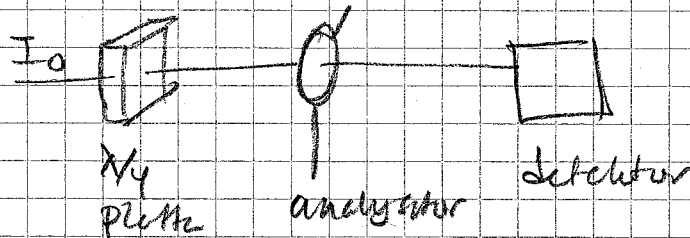
1)

Utrustning:

En $\lambda/4$ platta, en linjäranalysator, en detektor som kan mäta lysintensitet.

a)

Proceduren:



$\lambda/4$ plattan omvandlar det cirkulärpolariserade ljuset till planpolariserat, det opolariserade ljuset påverkas ej.

Rotera analysatorn och mät I_{min}

$$I_{min} = \frac{I_{opol}}{2} \quad \text{ty att cirkulärpolariserat}$$

ljus har blivit omvandlat till linjärpolariserat ljus (som stoppas av analysatorn)

Det cirkulärpolariserade ljusets intensitet:

$$I_c = I_0 - 2I_{min}$$

I_0 = infallande ljusets intensitet

Mät I_0 med detektorn, beräkna I_c

Metoden kräver en ideal analysator

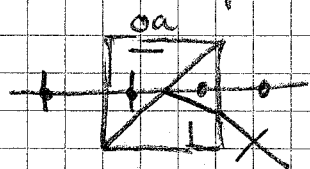
som inte absorberar i transmissions-

riktningen: Mät på en planpolariserad

stråle genom analysatorn för att

kompensera för detta.

b)



Motivera med Fresnels brytningslag
1:a delen - ingen brytning
2:a delen - brytning enl. Fresnel r k-y

2

$$E_1 = E_{01} \sin(k_1 x - \omega_1 t)$$

$$E_{01} = E_{02}$$

$$E_2 = E_{02} \sin(k_2 x - \omega_2 t)$$

$$E = E_1 + E_2 = 2 \sin \left(\frac{(k_1 + k_2)x - (\omega_1 + \omega_2)t}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{(k_1 - k_2)x - (\omega_1 - \omega_2)t}{2} \right)$$

$$\omega_1 = \frac{2\pi \cdot c}{\lambda_1} = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^8}{761 \cdot 10^{-9}}$$

$$\omega_2 = \frac{2\pi \cdot c}{\lambda_2} = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^8}{656 \cdot 10^{-9}}$$

$$k_1 = \frac{2\pi \cdot n}{\lambda_1} = \frac{2\pi \cdot 1,5049}{761 \cdot 10^{-9}}$$

$$k_2 = \frac{2\pi \cdot n}{\lambda_2} = \frac{2\pi \cdot 1,5076}{656 \cdot 10^{-9}}$$

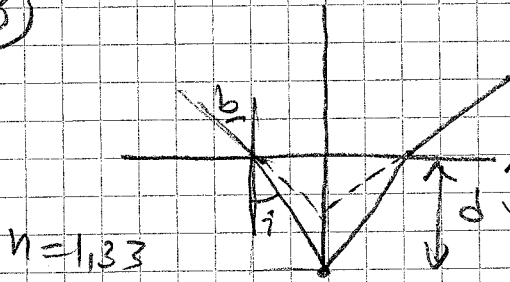
$$v_{\text{fase}} = \frac{\omega_c}{k_c} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot \frac{2}{(k_1 + k_2)} =$$

$$= \left(\frac{\frac{1}{761} + \frac{1}{656}}{\frac{1,5049}{761} + \frac{1,5076}{656}} \right) c = 0,664 c$$

$$v_{\text{grupp}} = \frac{\omega_g}{k_g} = \left(\frac{\frac{1}{761} - \frac{1}{656}}{\frac{1,5049}{761} - \frac{1,5076}{656}} \right) c = 0,656 c$$

Svar: 0,664 c resp 0,656 c

③



P.g.a. ljusets brytning
lyckas fisken befinna
sig närmare ytan än
den är

Det synbara löset bestäms

t.ex. genom brytningslagen

$$n \sin i = \sin b \quad \text{snells sättningslag}; \quad n \tan i \approx \tan b$$

$$\frac{\tan i}{\tan b} = \frac{d'}{d} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{synbart djup} \\ \text{verkligt djup} \end{array}$$

$$d' = d \frac{\tan i}{\tan b} = \frac{d}{n} = \frac{40}{1,33} = 30 \text{ cm}$$

Linssatser:

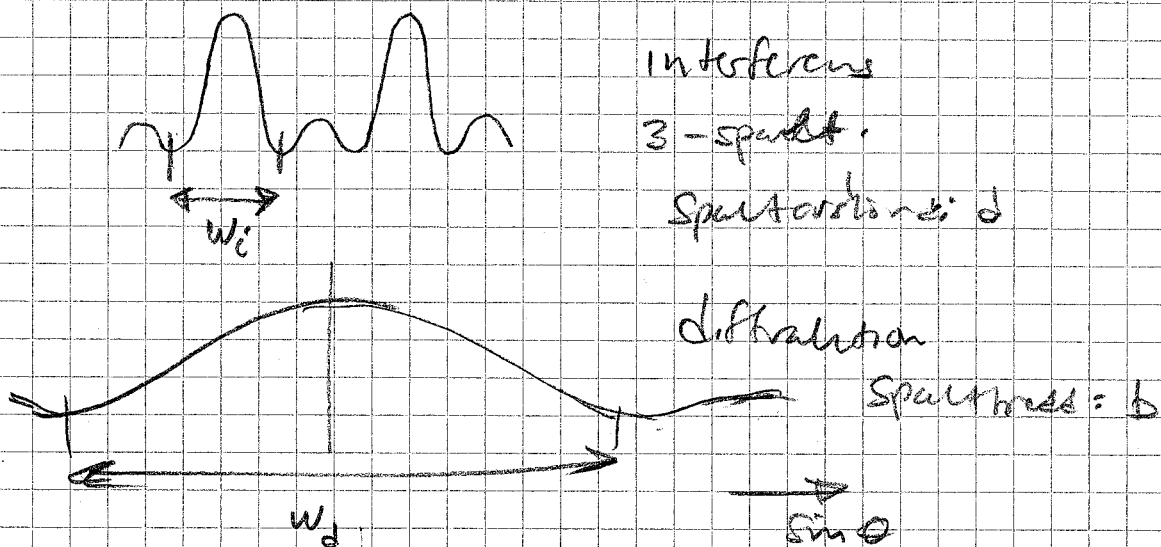
$$\frac{1}{d'} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f} \quad \text{där} \quad \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{20} \right) =$$
$$= \frac{0,5 \cdot 2}{20} = \frac{1}{20} \quad f = 20 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{60} + \frac{1}{x} = \frac{1}{20}$$

$$\Rightarrow x = 30 \text{ cm}$$

Svar 30 cm ovan för linsen

4



Diffraction: $b \sin \theta = m \lambda$ (min)

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{b}$$

$$w_d = \frac{2\lambda}{b}$$

Interferens:

$$d \sin \theta = m \lambda \quad (\text{huvudmax})$$

$$N d \sin \theta = m \lambda \quad (\text{min})$$

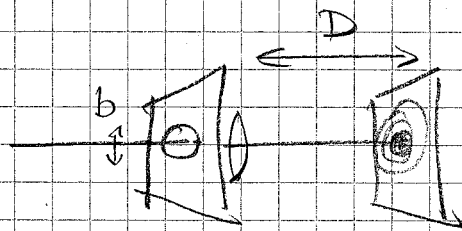
$$\sin \theta = \frac{\lambda}{N d} \quad (\text{nära min})$$

$$w_i = \frac{\lambda}{3d} \cdot 2$$

Förhållandet $\frac{w_d}{w_i} = \frac{2\lambda}{b} \cdot \frac{3d}{\lambda \cdot 2} = \frac{3d}{b}$

Svar: $\frac{3d}{b}$ där b är spaltbredden
och d är spaltavståndet

5



$$D = 2,00 \text{ m}$$

$$d = 7,3 \text{ mm}$$

Först: Fraunhoferdiffraction: $\lambda = 450 \text{ nm}$

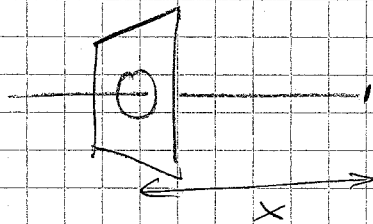
$$\text{min: } b \sin \theta = 1,22 \lambda$$

$$\tan \theta = \frac{d}{2 \cdot D} \quad \text{små vinklar } \tan \theta \approx \sin \theta$$

$$\frac{d}{2D} = \frac{\lambda}{b} \cdot 1,22$$

$$b = \frac{2D\lambda \cdot 1,22}{d} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 450 \cdot 10^{-9} \cdot 1,22}{7,3 \cdot 10^{-3}} = 3,0 \cdot 10^{-4} \text{ m (diameter)}$$

utan lens & skärm: Fresnel diffraction



$$r_m = \sqrt{m \cdot \lambda \cdot x}$$

min för $m = \text{jämnt}$

$m = 2$ ger min längst bort

$$r_2 = b/2$$

$$x = \frac{r_2^2}{2 \cdot \lambda} = \frac{b^2}{4 \cdot 2 \cdot \lambda} =$$

$$= \frac{(3 \cdot 10^{-4})^2}{8 \cdot 450 \cdot 10^{-9}} = 0,025 \text{ m}$$

Svar: 25 mm från aperturen