

Tentamen i Optik för F2 (FFY091)

Lärare: Bengt-Erik Mellander, tel. 772 3340

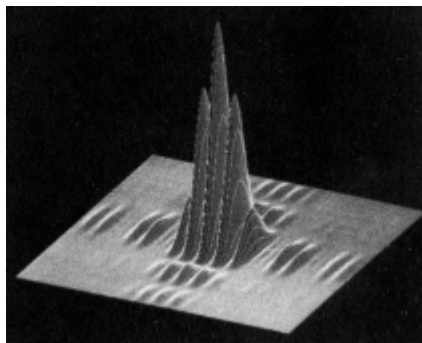
Hjälpmedel: Typgodkänd räknare, Physics Handbook, Mathematics Handbook.

Poänggränser: Betyg 3: 8 p; Betyg 4: 12 p; Betyg 5: 16 p

Förslag på lösningar anslås vid Fysiks entré, Kemigården 1, efter skrivningstidens slut.
Resultatet kommer att vara klart 2010-01-28.

Granskning kan ske 2010-01-28 kl. 12.00-12.30 i Studentcentrum Origo, 1 tr. upp, och därefter vid Lärarservice (bredvid Fysikbiblioteket) under deras ordinarie öppettider.

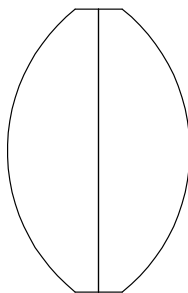
1. a) Bilden nedan visar intensiteten för Fraunhoferdiffraktionsmönstret för en viss apertur. Beskriv aperturen. Förklara ditt resonemang. (1p)



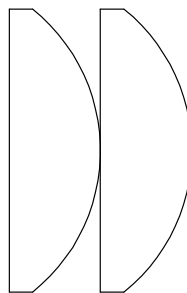
- b) Skissa hur Fraunhoferdiffraktionsmönstret (intensiteten) ser ut för en liksidig triangulär apertur. (1p)

- c) Du betraktar solnedgången i havet från en ö i Bohusläns yttre kustband. Är det röda ljuset du ser i solskivan polariserat? Är det blå (himmels)ljuset polariserat? Förklara i så fall hur och varför, alternativt varför inte. (1p)

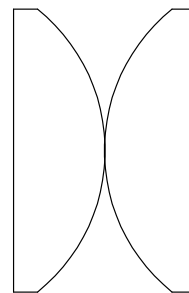
- d) Två likadana plankonvexa linser sätts samman på tre olika sätt, A, B och C, se nedan. Vilket av alternativen har den kortaste effektiva fokallängden? Motivera! Tips: effektiva fokallängden räknas från systemets huvudplan. (1p)



A

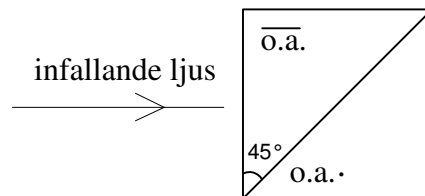


B

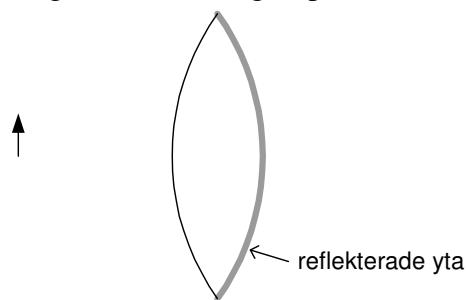


C

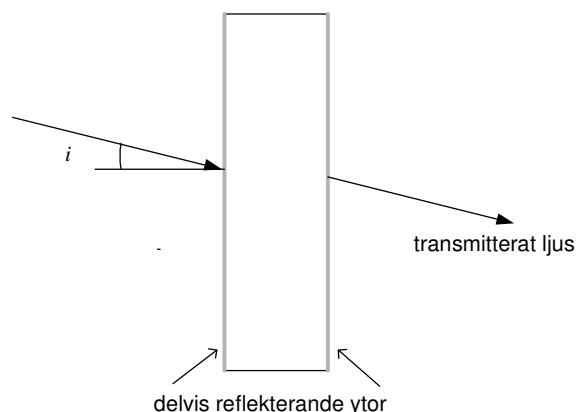
2. En jordbävning har skett på havsbotten och en mottagarstation observerar följande: Vågor med frekvenser runt 0,1 Hz mottas kl 12.00 och vågor med frekvenser runt 0,2 Hz mottas kl 18.00. När inträffade jordbävningen och hur långt är avståndet från jordbävningen till mottagarstationen? Ledning: Vågor på djupt vatten i havet kan beskrivas med dispersionsrelationen $\omega^2 = gk$ där $g = 9,80 \text{ m/s}^2$. (4 p)
3. Ett Rochonprisma består av två rätvinkliga prismor, sammansatta med optiska axlarna vinkelräta mot varandra enligt figur. Opolariserat ljus infaller vinkelrätt mot prismet. Hur stor blir vinkeln mellan de genom prismet transmitterade strålarna? ($n_o = 1,658$, $n_{eo} = 1,486$). (4p)



4. En tunn bikonvex lens med samma krökningsradie på båda ytorna, 150 mm, har ett reflekterande skikt på den bakre ytan. Linsmaterialet har brytningsindex 1,5 och linsen befinner sig i luft. Ett föremål befinner sig 400 mm till vänster om den främre ytan. Bestäm slutliga bildens läge och förstoring. (4p)



5. En planparallell glasplatta där två av sidorna är belagda med skikt med hög reflektans fungerar som en Fabry-Perot-interferometer. Plattan är 1,00 mm tjock och den är omgiven av luft. Interferometern belyses med en laser med våglängden 633 nm. När laserstrålens infallsvinkel varierar noterar man att för infallsvinklarna $i_{max} = 1,33^\circ$, $2,28^\circ$, $2,94^\circ$, $3,47^\circ$ och $3,93^\circ$ är det transmitterade ljusets intensitet maximal. Beräkna glasplattans brytningsindex. Tips: En plot av $(i_{max})^2$ mot ordningen kan eventuellt vara en hjälp, notera att vinklarna är små så $\sin\alpha \approx \alpha$. (4p)



Formler: Airy-funktionen

$$\frac{I_t}{I_o} = \frac{T^2}{(1-R)^2} \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\delta}{2}}$$

Jonesvektorer/matriser:

Horisontell \mathcal{P}	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	Vertikal \mathcal{V}	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
---------------------------	--	------------------------	--

Vänstercirkulärpolarisation \mathcal{L}	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$
---	---

Högercirkulärpolarisation \mathcal{R}	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$
---	--

Planpolarisator horisontell	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
-----------------------------	--

Planpolarisator vertikal	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
--------------------------	--

$\lambda/4$ -platta, snabba axeln vertikal	$e^{i\pi/4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$
--	--

$\lambda/4$ -platta, snabba axeln horisontell	$e^{i\pi/4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$
---	---

Formella regler: För att få full poäng på tentamensproblem krävs:

att uppställda samband motiveras så att lösningsgången lätt kan följas

att samtliga införda symboler definieras

att rätt svar med rätt enhet avges.

Avsluta alla beräkningsproblem med ett tydligt, inramat **Svar**

Optik för F2

2010-01-14

Förslag till lösningar:

1 a) Ur mönstret kan man se att aperturen är två korta "spolter"

b) Det ser ut som en "sexuddad stjärna"



se t.ex. Hecht s. 677

c) Det blå ljuset är polariserat pga Rayleigh spridning, nära solen syns ingen polarisation, rakt upp (zenit) och i ett band över himlen där vi betraktar solstrålarna vinkelrätt är polarisationen starkast.




Det röda ljuset är opolariserat, det här inte spritt utan är opolariserat solljus vilket det spridda ljuset.

d) För en plankonvex lins ligger huvudplanen så här:



Formeln för bildavstånd:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \quad \text{alltså för } \begin{array}{|c|} \hline \text{X} \\ \hline \end{array} \text{ är } d=0$$

och för  är d stort, C ger alltså störst $\frac{1}{f}$, dvs minst f_{st}

Svar: C ger kortast f .

2)

$$\omega = \sqrt{g \cdot k}$$

vågorna utbreder sig med gruppshastigheten

$$v_g \equiv \frac{d\omega}{dk}$$

$$\text{dus. } v_{g1} = \frac{d}{dk} \left(\sqrt{g} k^{1/2} \right) = \sqrt{g} \cdot \frac{1}{2} k^{-1/2}$$

$$v_{g1} = \sqrt{g} \cdot \frac{1}{2} \cdot k_1^{-1/2}$$

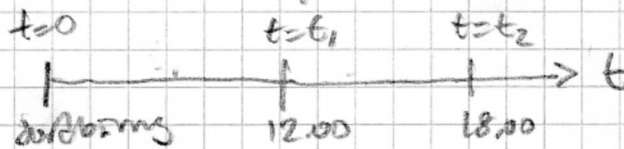
$$v_{g2} = \sqrt{g} \cdot \frac{1}{2} \cdot k_2^{-1/2}$$

$$\text{der } k_1 = \frac{\omega_1^2}{g} = \frac{(2\pi \cdot 0,1)^2}{9,80} = 0,0403 \text{ m}^{-1}$$

$$k_2 = \frac{\omega_2^2}{g} = \frac{(2\pi \cdot 0,2)^2}{9,80} = 0,161 \text{ m}^{-1}$$

$$\therefore v_{g1} = \frac{1}{2} \sqrt{9,80} / \sqrt{0,0403} = 7,797 \text{ m/s}$$

$$v_{g2} = \frac{1}{2} \sqrt{9,80} / \sqrt{0,161} = 3,899 \text{ m/s}$$



$$t_1 = \frac{S}{v_{g1}} \quad t_2 = \frac{S}{v_{g2}}$$

$$t_2 - t_1 = S \left(\frac{1}{v_{g2}} - \frac{1}{v_{g1}} \right) = 6 \text{ h} = 6 \cdot 3600 = 21600 \text{ s}$$

$$S = 21600 \left(\frac{1}{v_{g2}} - \frac{1}{v_{g1}} \right)^{-1} = 1,68 \cdot 10^5 \text{ m} = 168 \text{ km}$$

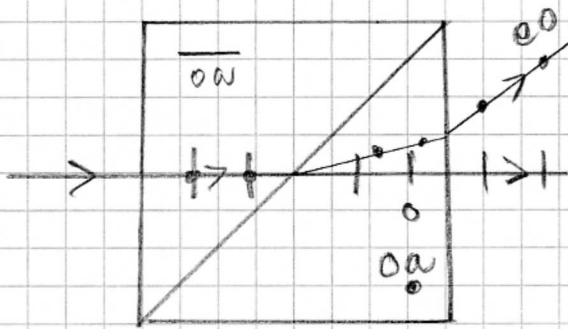
$$t_1 = \frac{S}{v_{g1}} = \frac{1,68 \cdot 10^5}{7,797} = 21547 \text{ s} = 5,99 \text{ h}$$

Svar: Avståndet är 168 km, arbetsgången
inbörskade kl. 06.01

3) Rochon Prisma

$$n_o = 1,658$$

$$n_{eo} = 1,486$$



Första prisma:

Båda strålarna är ordinära - ingen brytning

Andra prismat:

Ena strålen är

fortfarande ordinär -

- ingen brytning -

polariserad //.

Den andra strålen blir e.o. och bryts
enl. Snells lag (att Snells lag gäller
beror på att vågfronternas tvärsnitt i planet
är cirkulära)

$$n_o \sin 45^\circ = n_{eo} \sin \theta_1$$

$$\Rightarrow \theta_1 = 52,1^\circ$$

$$\text{dvs. } 45^\circ - 52,1^\circ = 7,1^\circ \text{ mot o-stråle}$$

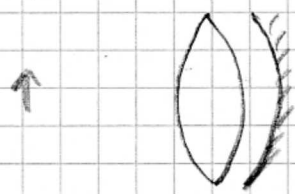
Sedan brytning i plana ytan:

$$n_{eo} \sin 7,1^\circ = \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow \theta_2 = 10,6^\circ$$

Svar Vinkeln mellan strålarna är $10,6^\circ$

4)



$$R = 150 \text{ mm}$$

$$n = 1,5$$

$$a = 400 \text{ mm}$$

ses som lins + spegel + lins

Linsmakerformeln: $\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) =$
 $= 0,5 \cdot \frac{2}{150} = \frac{1}{150} \text{ mm}^{-1}$

Spegel: $\frac{1}{f} = \frac{2}{150} = \frac{1}{75} \text{ mm}^{-1}$

Efter lins 1:

$$\frac{1}{400} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{150} \Rightarrow b_1 = 240 \text{ mm}$$

Efter spegel:

$$\frac{1}{-240} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{75} \Rightarrow b_2 = 57,1 \text{ mm}$$

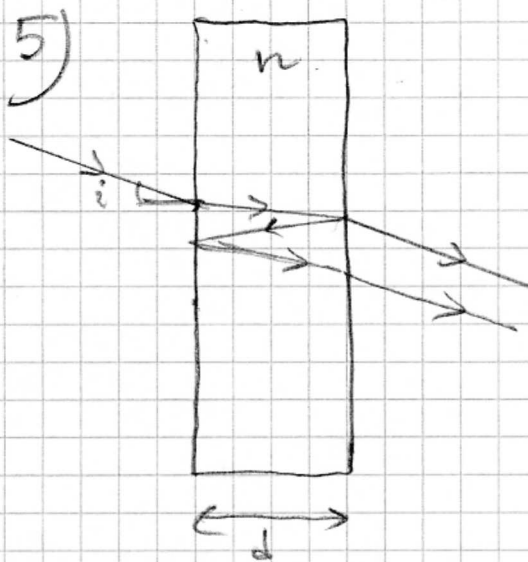
Efter lins 2:

$$\frac{1}{-57,1} + \frac{1}{b_3} = \frac{1}{150} \Rightarrow b_3 = 41,4 \text{ mm}$$

$$M = \frac{57,14}{400} = 0,10$$

Svar: Bilden finns 41 mm till vänster om vänster linsyta förstoring 0,10

att: räkna med formeln för "brytning i sfärisk yta" - fungerar lika bra



Fabry-Pérot

Optisk väglängd mellan speglarna $2nd \cos \theta$

$$\text{där } \sin i = n \sin \theta$$

$$\text{små vinklar } i \approx n \theta$$

$$\text{Max } i: 2nd \cos \theta = m\lambda$$

$$1 - \cos \theta = 2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \cos \theta = 1 - 2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)$$

små vinklar:

$$\cos \theta \approx 1 - 2 \frac{\theta^2}{4} = 1 - \frac{\theta^2}{2}$$

$$\text{Max: } 2nd \left(1 - \frac{\theta^2}{2} \right) = m\lambda$$

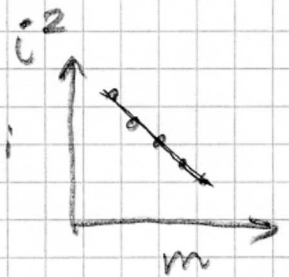
$$\text{och } \theta = \frac{i}{n}$$

$$2nd \left(1 - \frac{i^2}{n^2 \cdot 2} \right) = m\lambda$$

$$2nd - \frac{i^2 \cdot d}{n} = m\lambda$$

$$i^2 = \frac{n}{d} (2nd - m\lambda)$$

$$i^2 = 2n^2 - m \frac{\lambda n}{d} \quad \text{en rät linje i}$$



men vi vet inte värdet på m

men om vi antar $m = 1, 2, 3, 4, 5$

får vi en rät linje.

lutningen på linjen är $-\frac{\lambda n}{d}$

avläs lutningen i diagrammet $= 1104 \cdot 10^{-3}$
 (kom ihåg: konvertera från grader till radianer)
 och sätt in värden på λ och $d \Rightarrow n = 1,65$

$$\text{Svar } n = 1,65$$