CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA 2009-08-25
Teknisk Fysik 14.00-18.00
Sal: V

Tentamen i Optik för F2 (FFY091)

Lärare: Bengt-Erik Mellander, tel. 772 3340

Hjälpmedel: Typgodkänd räknare, Physics Handbook, Mathematics Handbook.

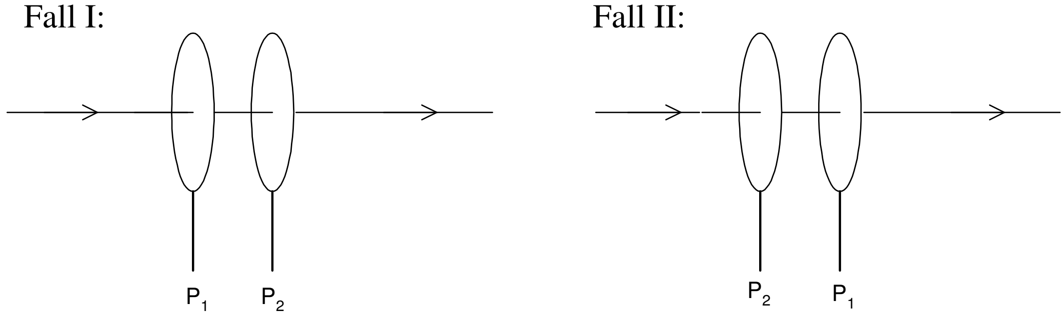
Poänggränser: Betyg 3: 8 p; Betyg 4: 12 p; Betyg 5: 16 p
Förslag på lösningar till tentan anslås vid Fysiks entré efter skrivningstidens slut.
Resultatet kommer att vara klart 2009-09-11 kl. 12.00.
Granskning kan ske 2009-09-11 kl. 12.00-12.30 i Kansli Fysik (Lärarservice bredvid Fysikbiblioteket) och därefter under lärarservice ordinarie öppettider.

---

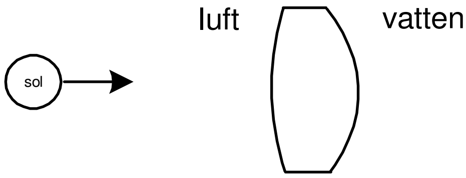
1. Beskriv:
   a) Exemplifiera hur begreppen rums- och tidskoherens kommer in vid ett dubbelspaltsförsök? Vad måste man tänka på för att få ett tydligt interferensmönster? (2p)
   b) Kvarts är både dubbelbrytande och optiskt aktivt. Beskriv ett experiment där den optiska aktiviteten används för att vrida polarisationsplanet hos en infallande monokromatisk planpolariserad stråle 90°, det vill säga ljuset in mot kvartskristallen är planpolariserat och när det går ut ur kristallen är det fortfarande planpolariserat men polarisationsplanet är vridet 90°. Utred också varför ljuset bör vara monokromatiskt. (2p)

2. Solljus infaller mot en stilla vattenyta. Antag att solen befinner sig 40° över horisonten, att solljuset har intensiteten 700 W/m^2 och att vattnet inte absorberar något av ljuset.
   a) Beräkna intensiteten hos det ljus som reflekteras.
   b) Beräkna intensiteten hos det transmitterade ljuset i vattnet.
   Brytningsindex för vatten är 1,33. (4p)

3. Vertikalt linjärpolariserat ljus med intensiteten I_0 infaller mot två ideala (plan)polarisatorer, P_1 och P_2 . Om ljuset först går igenom P_1 och sedan P_2 är slutliga intensiteten noll. Om man istället låter ljuset först går igenom P_2 och sedan P_1 är slutliga intensiteten 0,25 I_0 . Bestäm transmissionsriktningen för P_1 och för P_2 relativt vertikalplanet. (4p)



4. Man använder en tjock bikonvex lins av glas (n=1,50) för att fokusera solljus. Linsen sitter monterad så att det är luft på vänster sida (där ljuset faller in) och vatten på höger sida. Linsen är 3,0 cm tjock, den vänstra ytan har krökningsradien 5,00 cm och den högra 2,56 cm. Var bryts ljusstrålarna från solen samman (alltså i vattnet)? Vatten har brytningsindex 1,33. (4p)



5. Man vill antireflexbehandla frontlinsen på en kamera som skall användas under vatten. Om antireflexbehandlingen skall bestå av ett tunt skikt på linsen, vilket brytningsindex bör skiktet ha och hur tjockt skall det vara. (Det är alltså vatten på linsens utsida.) Vatten har brytningsindex 1,33, linsen har brytningsindex 1,71 och beräkningarna kan göras för vakuumvåglängden 600 nm. (4p)

Formler: Airy-funktionen

$$\frac{I_t}{I_o} = \frac{T^2}{(1-R)^2} \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} Sin^2 \frac{\delta}{2}}$$

Jonesvektorer/matriser:

Horisontell $\mathscr{P}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ Vertikal $\mathscr{P}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Vänstercirkulärpolarisation $\mathscr{L}$ $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$

Högercirkulärpolarisation $\mathscr{R}$ $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$

Planpolarisator horisontell $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

Planpolarisator vertikal $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

λ/4-platta, snabba axeln vertikal $e^{i\pi/4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$

λ/4-platta, snabba axeln horisontell $e^{i\pi/4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$

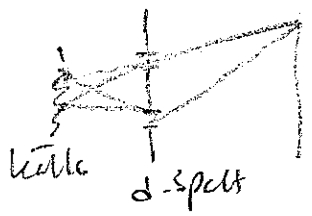
Formella regler: För att få full poäng på tentamensproblem krävs:
- att uppställda samband motiveras så att lösningsgången lätt kan följas
- att samtliga införda symboler definieras
- att rätt svar med rätt enhet avges.

Avsluta alla beräkningsproblem med ett tydligt, inramat **Svar**

OPTIK FÖR F2 2009-08-25

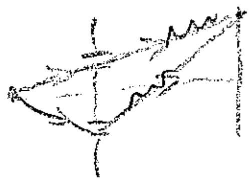
Korta förslag till lösningar:

(1) a) rumskoherens: har att göra med ljuskällans storlek för utbredd ljuskälla.



olika punkter i ljuskällan ger olika interferensmönster. För tydligt interferensmönster – minska ljuskällans utbredning t.ex. med en spalt (bländare) direkt till höger om källan.

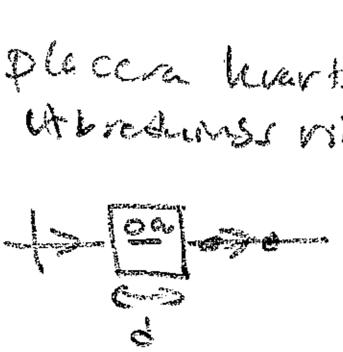
tidskoherens:



Vågpaket som utgår från källan kommer att fördröjas om de går den "långa vägen". Om ett vågpaket delas av dubbelspalten måste de paket som gått olika vägar delvis överlappa om det skall bli interferens. Koherenslängden måste alltså vara > vägskillnaden.

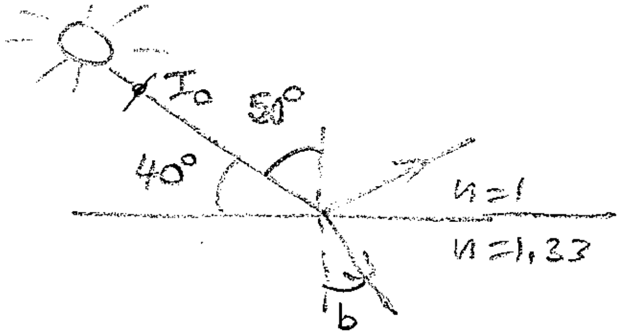
Åtgärd: gör vägskillnaden < koherenslängden för ljuset.

b) placera kvartskristallen med o.a. // ljusets utbredningsriktning. Anpassa kristallens tjocklek d så att den



ger 90° vridning (värde kan slås upp i Phys. Handbook om man vet λ. Vridningen beror på λ och om ljuset ej är monokromatiskt vrids olika våglängder olika mycket (stor skillnad) Rotationsdispersion.

(2)



$I_0 = 700\ W/m^2$

$n_1 \sin i = n_2 \sin b$

$i = 50° \Rightarrow b = 35{,}2°$

Opolariserat ljus in:

$I_{0\perp} = I_{0\parallel} = 350\ W/m^2$ $\qquad R_\parallel = \dfrac{I_{R\parallel}}{I_{0\parallel}} \quad R_\perp = \dfrac{I_{R\perp}}{I_{0\perp}}$

reflekterat ljus:

$$r_\perp = \frac{\sin(i-b)}{\sin(i+b)} = 0{,}257 \qquad R_\perp = r_\perp^2 = 0{,}0660$$

$$r_\parallel = \frac{\tan(i-b)}{\tan(i+b)} = 0{,}0222 \qquad R_\parallel = r_\parallel^2 = 0{,}000492$$

$$I_r = I_{R\parallel} + I_{R\perp} = R_\parallel I_{0\parallel} + R_\perp I_{0\perp} = 0{,}0660 \cdot 350 +$$
$$+ 0{,}000492 \cdot 350 = 23{,}3\ W/m^2$$

transmitterat ljus:

$$t_\perp = \frac{2\cos i \sin b}{\sin(i+b)} = 0{,}7437$$

$$t_\parallel = \frac{2\cos i \sin b}{\sin(i+b)\cos(i-b)} = 0{,}7692$$

OBS! $I \sim n E_0^2$ $\qquad t_\perp = \dfrac{E_{0t\perp}}{E_{0i\perp}}$ etc. $\begin{cases} I_{t\perp} \sim n E_{0t\perp}^2 \\ I_{0\perp} \sim 1 \cdot E_{0i\perp}^2 \end{cases}$

amplitud

$$t_\perp^2 = \frac{I_{t\perp}}{I_{0\perp}} \cdot \frac{1}{n}$$

$$I_t = I_{t\perp} + I_{t\parallel} = n t_\perp^2 I_{0\perp} + n t_\parallel^2 \cdot I_{0\parallel} =$$
$$= 1{,}33 \cdot (0{,}7437^2 + 0{,}7692^2) \cdot 350 = 533\ W/m^2$$

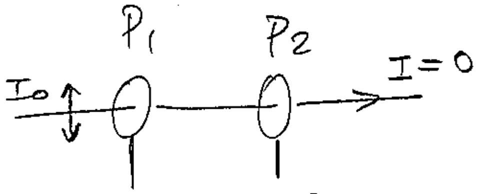
(Alltså är $I_0 \neq I_r + I_t$)

Svar: $I_r = 23\ W/m^2$

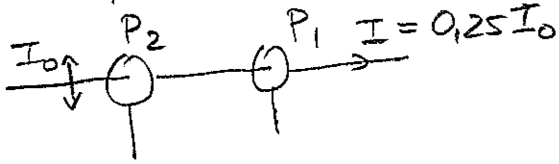
$I_t = 533\ W/m^2$

(3)

a)



b)



Antag att P_1:s transmissionsriktning har vinkeln α_1 relativt vertikalplanet och att P_2:s har vinkeln α_2.

Malus lag:

a) Efter P_1: $I = I_0 \cos^2 \alpha_1$

efter P_2: $I = I_0 \cos^2 \alpha_1 \left(\cos^2(\alpha_2 - \alpha_1)\right)$

skall alltså vara $= 0$ dvs

$$\cos^2 \alpha_1 \cos^2(\alpha_2 - \alpha_1) = 0$$

Alltså är antingen $\cos \alpha_1 = 0$ eller $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) = 0$

b) Efter P_2: $I = I_0 \cos^2 \alpha_2$

efter P_1: $I = I_0 \cos^2 \alpha_2 \cos^2(\alpha_1 - \alpha_2)$

skall vara $= 0{,}25 I_0$

$$0{,}25 = \cos^2 \alpha_2 \underbrace{\cos^2(\alpha_1 - \alpha_2)}_{\text{kan ej vara } = 0}$$

$\Rightarrow$ $\cos \alpha_1 = 0$ enl. a) dvs $\alpha_1 = 90^\circ$

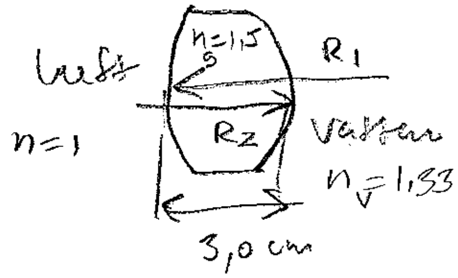
$$0{,}25 = \cos^2 \alpha_2 \cos^2(-\alpha_2)$$

$$\sqrt[4]{0{,}25} = \cos \alpha_2$$

$\therefore \alpha_2 = 45^\circ$

Svar: P_1:s transmissionsriktning är horisontell
P_2:s — " — 45° mot vertikalplanet

(4)



$R_1 = 5{,}0$ cm
$R_2 = 2{,}56$ cm
$n_g = 1{,}5$
$n_v = 1{,}33$

Desartes formel för brytning i sfärisk yta:

1:a ytan: $\frac{1}{\infty} + \frac{n_g}{b_1} = \frac{n_g - 1}{R_1}$

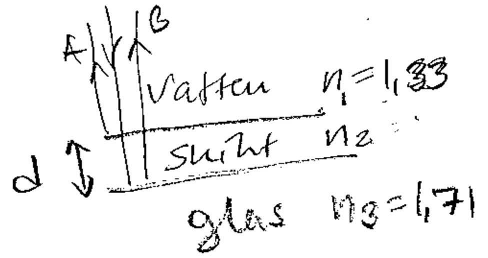
$$b_1 = \frac{R_1 n_g}{n_g - 1} = \frac{5 \cdot 1{,}5}{1{,}5 - 1} = 15 \text{ cm}$$

2:a ytan:

$$\frac{1{,}5}{-12} + \frac{1{,}33}{b_2} = \frac{1{,}33 - 1{,}5}{R_2} = 6{,}95 \text{ cm}$$

$\boxed{\text{Svar: } 6{,}9 \text{ cm bakom högra ytan (i vattnet)}}$

(5)



$\lambda = 600$ nm

$n_2 = ?$ Bör ligga mellan 1,33 och 1,71

$d = ?$

Villkor för destruktiv interferens

$$2n_2 d = m\lambda/2$$

$$d = \frac{m\lambda}{4n_2}$$

Villkor: Amplituderna är lika för stråle A och B

Fresnels formler, vinkelrätt infall

stråle A: $r_{\parallel A} = \dfrac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} = -r_{\perp A}$; $R_A = \left(\dfrac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2$

stråle B: $r_{\parallel B} = \dfrac{n_3 - n_2}{n_3 + n_2} = -r_{\perp B}$; $R_B = \left(\dfrac{n_3 - n_2}{n_3 + n_2}\right)^2$

Infallande intensitet: I

stråle A: $I \cdot R_A$

stråle B: $(I - IR_A) \cdot R_B - (I - IR_A) R_B R_A =$

$= IR_B (1 - R_A)^2 \approx IR_B$

↑ några % försummas

alltså:

$$R_A \approx R_B \Rightarrow \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2 = \left(\frac{n_3 - n_2}{n_3 + n_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow (n_2 - n_1)(n_3 + n_2) = (n_2 + n_1)(n_3 - n_2)$$

$$n_2^2 + \cancel{n_2 n_3} - n_1 n_3 - \cancel{n_1 n_2} = \cancel{n_2 n_3} + n_1 n_3 - \cancel{n_1 n_2} - n_2^2$$

$$2n_2^2 = 2n_1 n_3$$

$$\therefore n_2 = \sqrt{n_1 n_3} = 1{,}51$$

t.ex. minsta avstånd: $d = \dfrac{600 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 1{,}51} = 9{,}95 \cdot 10^{-8}$ m

$$\boxed{\text{Svar: } n = 1{,}51 \quad d = 9{,}9 \cdot 10^{-8}\ \text{m (t.ex.)}}$$