

Tentamen i Optik för F2 (FFY091)

Lärare: Bengt-Erik Mellander, tel. 772 3340

Hjälpmedel: Typgodkänd räknare, Tefyma, Physics Handbook, Mathematics Handbook.

Poänggränser: Betyg 3: 8 p; Betyg 4: 12 p; Betyg 5: 16 p

Förslag på lösningar till tentan anslås vid Fysiks entré efter skrivningstidens slut.

Rättningsprotokollet anslås i Fysiks entré 2007-02-01 kl. 12.00.

Granskning kan ske 2007-02-01 kl. 12.15-12.30 i Studentcentrum Origo.

-
- Beskriv Fresnels zonplatta och uppskatta den fokuserade intensiteten för varierande antal zoner. (2p)
 - Beskriv Rayleighspridning av vitt ljus speciellt beträffande polarisation och intensitetens frekvensberoende. (2p)
 - Förklara vad den optiska komponent som beskrivs av Jonesmatrisen

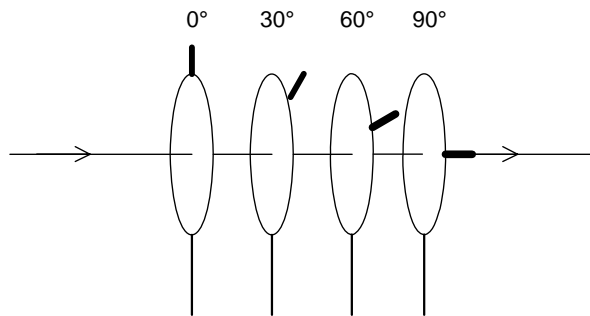
$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$$

har för funktion. Beskriv också hur en sådan komponent kan konstrueras om du till ditt förfogande har $\lambda/4$ -plattor och (linjär)polarisatorer. (4p)

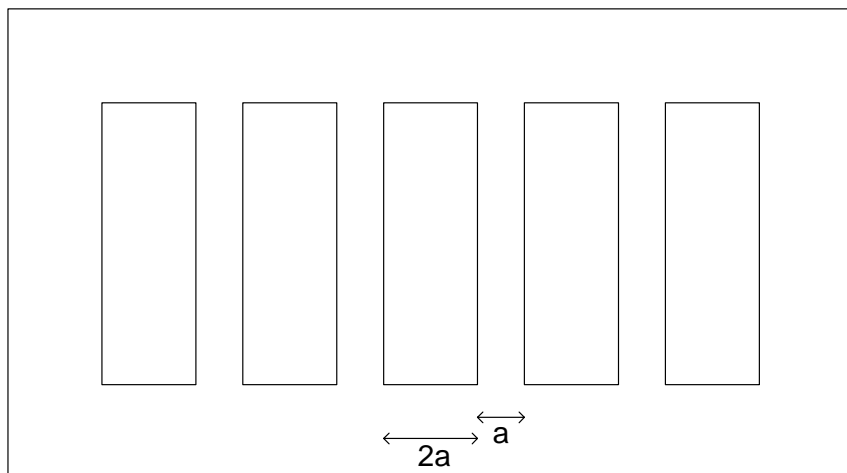
- Man kan vrida polarisationsplanet hos planpolariserat ljus genom att låta det passera ett antal planpolarisatorer, se figuren nedan där man låter opolariserat ljus falla in från vänster och där det planpolariserade ljuset efter första polarisatorn är vertikalt polariserat men slutligen går ut ur den sista polarisatorn med horisontellt polarisationsplan. Antag, som i figuren, att den första och den sista polarisatorn bildar vinkeln 90° och att vinklarna mellan närliggande polarisatorer är lika (i exemplet i figuren = 30°). En nackdel med detta sätt att vrida polarisationsplanet är att intensiteten blir ganska liten. Detta kan man teoretiskt förbättra genom att använda ett oändligt antal ideala polarisatorer. I verkligheten finns inga ideala polarisatorer, en viss del av ljuset som är polariserat i genomsläppsriktningen absorberas, dvs. transmittansen blir < 1 . (Det ljus som är polariserat vinkelrätt mot genomsläppsriktningen kan dock anses bli helt utsläckt.)

Hur många polarisatorer skall du placera mellan de yttre korsade polarisatorerna om du skall få så hög intensitet på det transmitterade ljuset som möjligt? Antag att du har tillgång

till ett obegränsat antal polarisatorer med transmittansen 0,90 i genomsläppsriktningen och att alla polarisatorerna placeras med genomsläppsriktningarna vridna lika mycket relativt föregående polarisator (och naturligtvis skall den totala vridningen bli 90°). (4p)



4. Du skall konstruera en kikare som uppfyller följande krav: Du skall på 400 m avstånd från ett föremål kunna urskilja två punkter 1.0 cm isär. Du har en kikarstomme i form av ett rör, 80 cm långt, där det går att fästa en lins i var ände. I ena änden sitter det redan en tunn lins med $f = 2,0$ cm. Du kan välja ytterligare en tunn lins med valfritt fokalavstånd, denna lins har diametern 4,0 cm. Konstruera kikaren så att du betraktar bilden oändligt långt borta. Kommentera: Går det att uppnå kraven? Antag att dina ögon är som de flestas, dvs. du kan upplösa två punkter 0,1 mm isär på 25 cm avstånd från ögat. Utred om diffraktionsbegränsad upplösning för kikaren är ett hinder. Ljuset kan antas ha våglängden 500 nm. (4p)
5. Beskriv Fraunhoferdiffraktionsmönstret om en skärm med nedanstående spalter (de 5 rektanglarna) belyses med monokromatiskt parallellt ljus som infaller vinkelrätt mot skärmen. Skissa intensiteten och ange läget för max och min. (4p)



Formler: Airy-funktionen

$$\frac{I_t}{I_o} = \frac{T^2}{(1-R)^2} \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\delta}{2}}$$

Jonesvektorer/matriser:

Horisontell \mathcal{P} $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ Vertikal \mathcal{P} $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Vänstercirkulärpolarisation \mathcal{L} $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$

Högercirkulärpolarisation \mathcal{R} $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$

Planpolarisator horisontell $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

Planpolarisator vertikal $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\lambda/4$ -platta, snabba axeln vertikal $e^{i\pi/4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$

$\lambda/4$ -platta, snabba axeln horisontell $e^{i\pi/4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$

Formella regler: För att få full poäng på tentamensproblem krävs:
 att uppställda samband motiveras så att lösningsgången lätt kan följas
 att samtliga införda symboler definieras
 att rätt svar med rätt enhet avges.
 Avsluta alla beräkningsproblem med ett tydligt, inramat **Svar**

OPTIK F2

2007-01-15

Forslag till lösningar

1

a) Bestäm zonen och

planens utseende. Anlys för // lys lin.

$$Zonraderna \quad r_n \approx \sqrt{n \lambda D}$$

se Heurt.

Säuserad i utgångsp?

Amplituden:

$$a = a_1 - a_2 + a_3 + a_4 - \dots = \frac{a_1}{2} + \frac{a_1 - a_2}{2} + \frac{a_2 - a_3}{2} - \dots$$

utan zonplanen:

$$a \approx \frac{a_1}{2} \Rightarrow I_0 \approx \frac{a_1^2}{4}$$

Med zonplanen dvs bara vda zoner öppna

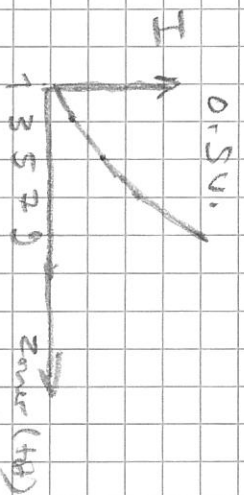
1 zon (kvarns kvantmenor.) $a = a_1 \Rightarrow I = 4 I_0$

zon 1 och 3: $a \approx 2a_1, I = 4a_1^2 = 16 I_0$

zon 1, 3, och 5: $a \approx 3a_1, I = 9a_1^2 = 36 I_0$

zon 1, 3, 5, 7 $a \approx 4a_1, I = 16a_1^2 = 64 I_0$

zon 1, 3, 5, 7, 9 $a \approx 5a_1, I = 25a_1^2 = 100 I_0$



b) Rayleigh spridning beräknat kap 4R8

Notera speciellt att $Z \sim r^4$

och polarisationen hos spritt ljus.

Rayleigh spridning sker för partiklar $< \lambda$.

②

tem med ligesirkulær pol. hvis in

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 \\ -2i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad \text{forthvænde } \mathbb{R}$$

derm med venter cirkulær pol hvis in ;

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \quad \text{indsæt lige ut}$$

kompliceret

M_4



M_4 plottet
komplekset

u_{50}



interpol
 u_{50}

M_4



M_4 plottet
reelt

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$$

anordningen slipper altså igenom

hoger cirkulær polen erat lige

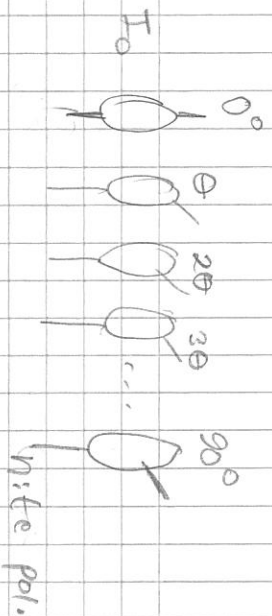
men ikke venter cirkulær polen erat

Desuden er den cirkulær polen erat \mathbb{R}

lige om ^{besl}spolens erat lige indhold

ex.
$$\begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$

③



Antag $n-1$ polarisatorer mellan de första polarisatorerna.

Intensitet: $T = 0,9$

Efter 1:a pol.: $1/2 I_0 T$

2:a pol: $1/2 I_0 \cos^2 \theta T^2$ Mellan lag

3:e pol.: $1/2 I_0 \cos^2 \theta \cos^2 \theta T^3$

n :te pol: $1/2 I_0 \cos^{2(n-1)}(\theta) T^n$

$$\text{där } (n-1)\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2(n-1)}$$

D.v.s. första transmissionsgruppen

systemet är:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{2} \cos^{2(n-1)}\left(\frac{\pi}{2(n-1)}\right) T^n = T_{\text{tot}}$$

Krusste beräknat ut testet för några värden på n

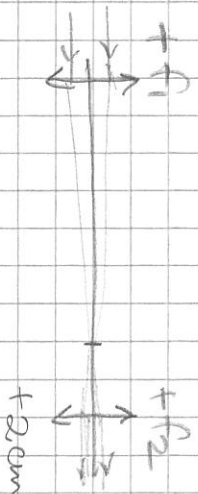
n	T_{tot}
4	0,138
5	0,157
6	0,161 ← max
7	0,158

Över Max transmissions för 5 polarisatorer eller

1:a polarisatorn (dvs. totalt 6 st, antag

4 st mellan de första pol.)

4



Gesamt flux ger punkte skiv ut

$$F_1 + F_2 = 80 \text{ cm} \Rightarrow F_1 = 78 \text{ cm}$$

$$\text{Umbel förhållning } M = \frac{F_1}{F_2} = 39$$

Umbelutän 411 de två punkterna

$$\varphi = \frac{0,01}{400} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$$

eller bitaren:

$$\varphi = M \cdot \varphi = 39 \cdot 2,5 \cdot 10^{-5} = 9,75 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

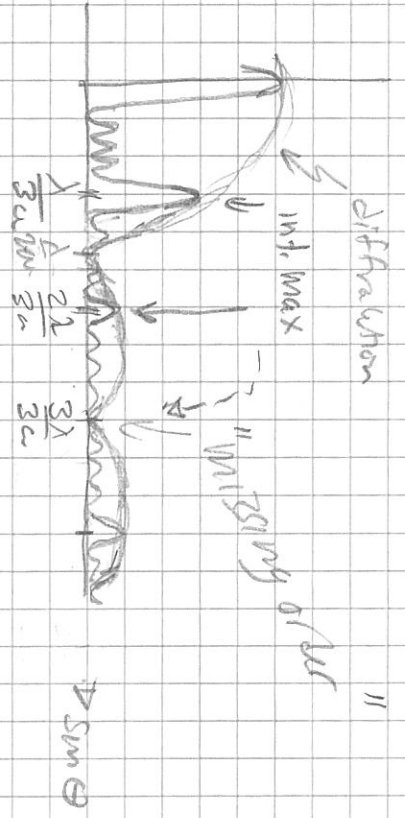
Ögats upplösning gräns

$$\varphi_0 = \frac{0,1}{250} = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \quad \text{alltså OK}$$

Difraktionens begränsad upplösning:

$$\varphi_D = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D} = 1,22 \cdot \frac{500 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 10^{-2}} = 1,53 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$$

Svar Ja, det är möjligt ty $\varphi_{\text{öga}} < \varphi_{\text{etter}}$
så ögats upplösning växlar,
och $\varphi_D < \varphi$ det optiska diameter
är stor nog så diffraktionen begränsar
inte.



5 spalter \Rightarrow 3 sekundär max mellan principlmax

Diffractions min: $2a \sin \theta = N\lambda$
spaltbredd

Interferensmax: $3a \sin \theta = N \cdot \lambda$
spaltavst.

3:e Interferensmax sammanfaller med 2:a diff. min

6:e Interferensmax — " — med 4:e diff. min
 etc.

dessutom pga spaltarnas ändliga längd
 är man vis evhelt spalt diffraction

Mönster på väggen ser ut:



spaltlängd ca 12a

\Rightarrow Diffractions min: $\sin \theta = \frac{N\lambda}{12a}$

