

TENTAMEN I FASTA TILLSTÅNDETS FYSIK F3

Tid 2006-01-09 fm

Lokal V- huset

Hjälpmedel Matematiska tabeller, Physics Handbook, TEFYMA, typgodkänd räknare eller annan räknare i fickformat dock utan inprogrammerad text eller ekvationer av intresse för tentamen. Däremot är det i sin ordning att i räknarens minne ha lagrat värden på naturkonstanter som t.ex Plancks konstant och elektronmassan.

Examinator Lars Walldén (7723347)

1. Röntgenstrålning med våglängden 1.50 \AA infaller mot en Al kristall parallellt med $(\bar{1}10)$ - plan (d v s för dess vågvektor gäller att $k_x = k_y$). Vilken riktning ska strålen ha för ge upphov till en 222-reflex? Ange k_x , k_y och k_z för den infallande strålen. Al har fcc-struktur med gitterparametern 4.05 \AA . (4 p)
 2. a) Härled dispersionsrelationen $\omega(k)$ för gittervågor på en linjär kedja av ekvidistanta atomer med kraftverkan endast mellan närmsta grannar. (2 p)
b) Rita ett diagram som visar hur dispersionsrelationen kvalitativt ändras om det på kedjan finns två olika atomslag med olika massa. Atomerna är ordnade så att varje atom har atomer av det andra slaget som närmsta grannar. (1 p)
c) Beskriv kortfattat någon experimentell metod som kan utnyttjas för att bestämma $\omega(k)$. (1 p)
 3. a) Utgå från känt uttryck för tillståndstätheten i k- rummet (den är $V/8\pi^3$ i det 3D fallet) och härled ett uttryck för tätheten av elektrontillstånd per energiintervall för en 2D frielektron gas. (2 p)
b) Utnyttja resultatet för att beräkna tätheten av elektrontillstånd per atom och energiintervall vid Fermi-nivån och Fermi-vågvektorn för en 2D Na kristall med atomerna ordnade som i de mest tätpackade lagren av en 3D kristall av Na. Na har bcc-struktur med gitterparametern 4.29 \AA . (2 p)
 4. a) Inför begreppet håll och ange i vilket sammanhang begreppet utnyttjas. (2 p)
b) I ett pålagt magnetfält kan valenselektroner bete sig patologiskt, t ex rotera åt motsatt håll jämfört med en fri elektron. Förklara detta, gärna utgående från något förenklat fall, t ex genom att betrakta elektrontillstånd nära hörnen i Brillouin zonen av en 2D kvadratisk kristall. Utnyttja också Ditt svar för att förklara varför Hall-koefficienten inte har samma tecken för samtliga metaller i nedanstående tabell. (2 p)
- | Ämne | Li | Na | K | Be | Zn |
|----------------------------------------------------|--------|-------|------|-------|-------|
| Hall- koeff ($10^{-10} \text{ m}^3 / \text{As}$) | - 1.70 | -2.50 | -4.2 | +2.44 | +0.33 |

5. Redogör så detaljerat Du kan för de olika typer av energigap som förekommer i olika avsnitt av kursen en halvledares energigap, energisprånget vid en Brillouin zongräns,

en supraledares energigap. Beträffande halvledarens energigap bör av redogörelsen framgå ungefär hur stort gapet kan vara, hur det kan bestämmas experimentellt, skillnaden mellan direkt och indirekt energigap med exempel på ämnen som har direkt och indirekt gap, betydelsen av detta för tillämpningar. Beträffande energisprånget vid en Brillouinzongräns bör framgå varför det uppstår och hur experimentell information kan erhållas. Beträffande supraledares energigap bör ungefärlig storlek anges och hur det kan observeras experimentellt.

Lösningssanvisningar tentamen 9 jan 2006

1. $\mathbf{k}^* = \mathbf{k} + \mathbf{G}_{hkl} \dots$ (1) där $\mathbf{G}_{hkl} = \mathbf{G}_{222} = 2\pi/a (2, 2, 2)$

$k^* = k = 2\pi/\lambda \dots$ (2)

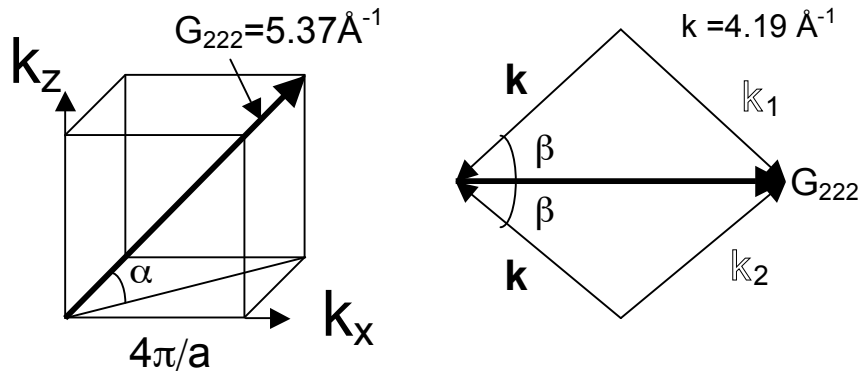
$k_x = k_y \dots$ (3)

(1) och (2) ger efter kvadrering $0 = 2 \mathbf{k} \cdot \mathbf{G}_{222} + G_{222}^2$

dvs $0 = 8\pi/a (k_x + k_y + k_z) + 48 (\pi/a)^2$ som med $k_x = k_y$ och $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 4\pi^2/\lambda^2$ för k_x ger ekvationen $k_x^2 + 4\pi/a k_x + 6\pi^2/a^2 - 2\pi^2/3\lambda^2 = 0$

Två lösningar. För den ena är $k_x = k_y = -2.86 \text{ \AA}^{-1}$ och $k_z = 1.07 \text{ \AA}^{-1}$ och för den andra $k_x = k_y = -0.24 \text{ \AA}^{-1}$ och $k_z = -4.17 \text{ \AA}^{-1}$.

Alternativ lösning: Rita och räkna. Två möjliga riktningar för infallande strålen (två olika \mathbf{k} i högra figuren). Vinklarna α och β ges av \mathbf{k} , \mathbf{G}_{222} och B-zonens kantlängd.



$\alpha = 35.3^\circ$, $\beta = 50.1^\circ$. I ena fallet är $\mathbf{k} = 4.19 (-\cos(\alpha+\beta) \cos 45^\circ, -\cos(\alpha+\beta) \cos 45^\circ, -\sin(\alpha+\beta))$ och i det andra är $\mathbf{k} = 4.19 (-\cos(\alpha-\beta) \cos 45^\circ, -\cos(\alpha-\beta) \cos 45^\circ, -\sin(\alpha-\beta))$

2. Se boken

3. a) Tillståndstätheten i \mathbf{k} -rummet för 2D är $A/4\pi^2 \Rightarrow N(E) dE = 2 (A/4\pi^2) 2\pi k dk$ som med $E = C k^2$ där $C = \hbar^2/2m$ och $dE/dk = 2 C k$ ger $N(E) = A/2C$ dvs $N(E)$ energioberoende.

b) (110) de mest tätpackade planen i bcc- strukturen. Om gitterparametern betecknas a är antalet N_{At} atomer per ytenhet, N_{At}/A , i ett (110) plan $\sqrt{2}/a^2$ (2 atomer på en cellarea av $a^2 \sqrt{2}$). N_{At} atomerna har en valenselektron. Efterfrågat är $N(E_F)/N_{At} = A/(2C N_{At})$ där $N_{At}/A = \sqrt{2}/a^2$ vilket ger $N(E_F)/N_{At} = 0.54 \text{ eV}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$.

Fermi- vågvektorns längd, k_F , erhålls ur $2 (A/4\pi^2) \pi k_F^2 = N_{el} = N_{At}$ som ger $k_F = 0.69 \text{ \AA}^{-1}$.

- 4 a) Se boken
- b) Li, Na och K är monovalenta. Fermi-ytan är nära sfärisk och dispersionen är nära kvadratisk för elektroner på Fermi-ytan => frielektronmodellen fungerar även för Hall-spänningen. Be och Zn är tvåvärda och elektroner vid Fermi-energin (de enda som bidrar till elektriska ledningsförmågan) har k -vektorer nära Brillouin-zonens hörn och där avviker dispersionen drastiskt från dispersionen för en fri elektron. Det kan finnas fickor av tomma tillstånd som ger upphov till hål-beteende. För en enkel förklaring kan man betrakta en 2D kristall med kvadratisk gitter och tvåvärda atomer. I en periodisk potential distorderas dispersionen så att Fermi-randen utgörs av delar av cirklar med centrum i Brillouin-zonens hörn. I ett magnetfält pålagt vinkelrätt mot kristallen kommer dessa elektroner att rotera åt motsatt håll jämfört med rotationsriktningen för fria elektroner i samma pålagda fält.
5. Se boken.