

TENTAMEN I FASTA TILLSTÅNDETS FYSIK F3

Tid: 2004-03-13 kl. 14.15-18.15

Lokal: VV

Hjälpmedel: Matematiska tabeller, Physics Handbook, TEFYMA, bifogad formelsamling, typgodkänd räknare eller annan räknare i fickformat dock utan inprogrammerad text eller ekvationer av intresse för tentamen. Däremot är det i sin ordning att i räknarens minne ha lagt värden på naturkonstanter som t ex Plancks konstant och elektronmassan.

Examinator: Mats Jonson (772 3188)

1. En stråle infaller vinkelrätt mot och diffrakteras av en Cu(100) kristall (dvs en Cu kristall skuren så att dess yta är parallell med (100) plan). Cu har fcc struktur och gitterparametern är 3,60 Å.
 - a) Strålen utgörs av elektroner med en välbestämd energi. Vilken minsta elektronenergi krävs för att erhålla diffrakterade strålar som är nära parallella med provytan? Hur många sådana strålar erhålles? (2p)
 - b) Strålen är en röntgenstråle. Vilken är den största våglängd som ger upphov till diffraktion i bakåtriktningen (dvs $2\Theta > \pi/2$ om spridningsvinkeln är 2Θ)? (2p)
- 2.a) Redogör för Einsteins modell för en fast kropps värmekapacitivitet och förklara varför modellen ger fel temperaturberoende vid låga temperaturer. (2p)
 - b) Cu har en Debye-temperatur på 345 K. Hur stor är gittersvängningarnas kortaste våglängd enligt Debye-modellen om våghastigheten sätts lika med ljudhastigheten (3800 m/s)? (2p)
- 3.a) Vilken är den minsta fotonenergi som kan ge upphov till direkta optiska övergångar i Na? Na har bcc struktur med gitterparametern 4,23 Å. Du kan betrakta valenselektronerna som en frielektronogas, dvs bortse från energigapen vid Brillouinzonens gränssytor. (3p)
 - b) Förklara kortfattat vad en plasmon är och härled ett uttryck för dess frekvens. (1p)
- 4.a) Uppskatta hur många gånger fler laddningsbärare (hål+elektroner) det finns vid rumstemperatur i kisel dopat med 1 ppm P än i rent Si vid samma temperatur. (2p)
 - b) Beräkna Fermi-nivåns läge i bandgapet i de två fallen i deluppgift a) (odopat och dopat kisel). Motivera de approximationer Du gör. (2p)
5. Välj att svara på *en* av följande två alternativa uppgifter:

Antingen: Redogör för Weiss modell för ferromagnetism. Visa hur man beräknar $M(T)$ för $T < T_c$ och susceptibiliteten för $T > T_c$. (4p)

Eller: Beskriv kortfattat två olika metoder att på experimentell väg få information om energigapet i en supraledare samt beskriv skillnaden mellan typ I och typ II supraledare. (4p)

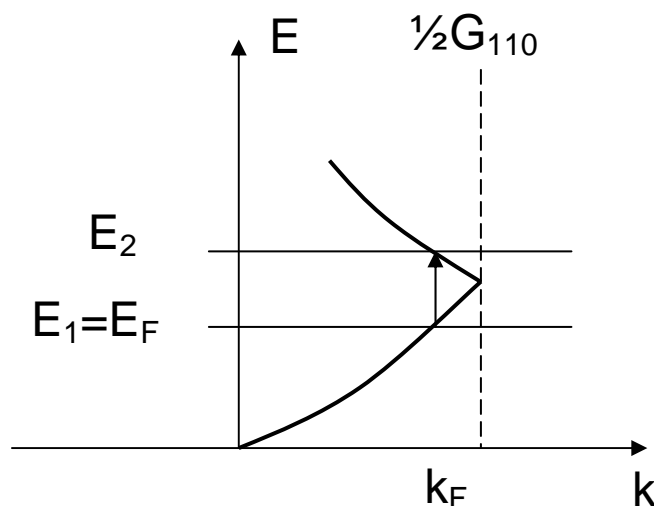
Lösningsskisser. Fasta tillståndets fysik F3 2004-03-13

1. a) Det är en god approximation att anta att elektronerna bara växelverkar med det översta atomlagret. Om kantlängden i den konventionella fcc enhetscellen är a , så bildar en (100)-yta ett kvadratisk gitter med kantlängden $a/\sqrt{2}$. I reciproka rummet får vi då ett kvadratisk stavmönster med kantlängd $2\pi\sqrt{2}/a$. Vi gör en Ewaldkonstruktion. Från en given stav är avståndet till de fyra närmaste stavarna lika, därför får vi fyra diffrakterade strålar. Avståndet är $2\pi\sqrt{2}/a$, varför diffraktionsvillkoret är $k > 2\pi\sqrt{2}/a$. Med $E(\text{eV})=3,81 [k(\text{Å}^{-1})]^2$ får vi med $a=3,60 \text{ Å}$, $E > 23,2 \text{ eV}$.

1. b) Röntgenstrålningen växelverkar däremot med hela gittret. Cu är fcc dvs det reciproka gittret är bcc. Diffraktionsvillkoret är $\mathbf{k}_{\text{ut}} = \mathbf{k}_{\text{in}} + \mathbf{G}_{\text{hkl}} = -2\pi/\lambda(1,0,0) + 2\pi/a(h,k,l)$ där h,k,l alla är udda eller jämna tal. För att diffraktion skall ske i bakåtriktningne krävs att $h/a > 1/\lambda$ eller ekvivalent $\lambda/a > 1/h$. Eftersom $|\mathbf{k}_{\text{ut}}| = |\mathbf{k}_{\text{in}}|$ får vi $|-2\pi/\lambda(1,0,0)| = |2\pi(h/a - 1/\lambda, k/a, l/a)|$ eller $(1/\lambda)^2 = (h/a - 1/\lambda)^2 + (k/a)^2 + (l/a)^2$. Lös ut $\lambda/a = 2h/(h^2 + k^2 + l^2)$. Pröva $hkl=111$, då blir $\lambda/a=2/3$. Men kravet var att $\lambda/a > 1/h=1$. Pröva $hkl=200$, då blir $\lambda/a=1 > 1/h=1/2$ så OK. Pröva $hkl=311$, då blir $\lambda/a=6/11 > 1/3$ så OK. För $hkl=220$ blir $\lambda/a=4/8=1/2$, gränsfall. Etc. Största våglängden för 200 reflexen: $\lambda=a=3,60 \text{ Å}$.

2. b) I Debye-modellen är $\omega = vk$ och $\omega < \omega_D$. Då $(h/2\pi)\omega_D = k_B\Theta_D$ blir $k_D = \omega_D/v = k_B\Theta_D/2\pi/hv = 2\pi/\lambda_D$ och alltså $\lambda_D = hv/k_B\Theta_D = 5,3 \text{ Å}$.

3. a) Fermivågektorn $k_F = (3\pi^2 N/V)^{1/3}$. Na har bcc-struktur och en valenselektron per atom, dvs $N/V = 2/a^3$. Insättning ger $k_F = 0,91 \text{ Å}^{-1}$. Reciproka gittret är fcc. Avståndet från origo till närmaste Brillouinzongräns är $1/2|\mathbf{G}_{110}|$. Minsta fotonenergin svarar mot att en elektron exciteras från ett fyllt tillstånd med energi $E_1(\text{eV}) = E_F(\text{eV}) = 3,81 [k_F(\text{Å}^{-1})]^2$ till ett ledigt tillstånd med energin $E_2(\text{eV}) = 3,81 [(k_F - G_{110})(\text{Å}^{-1})]^2$. I det reducerade zonschemat är vågvektorerna för de två tillstånden lika. $G_{110} = |2\pi/a(1,1,0)| = 2,07 \text{ Å}^{-1}$. Insättning ger fotonenergin som $E_2 - E_1 = 2,0 \text{ eV}$.



4. a) För rent Si har vi att $np = n^2 = n_0 p_0 \exp(-E_g/k_B T)$. Formelsamlingen ger att $np = 2,1 \cdot 10^{31} \text{ m}^{-6}$ vid rumstemperatur och därmed att $n = p = 4,6 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-3}$. Med 1 ppm P finns en P-dopatom per 10^6 Si-atomer. Si har fcc-struktur med en bas av 2 atomer, alltså har vi 8 atomer/konv enhetscell. Tätheten blir då $N_D = 10^{-6} \cdot 8 / (3,57 \text{ Å})^3 = 5,0 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$. Vid rumstemperatur är det för

en uppskattning rimligt att anta att varje dopatom är joniserad, dvs $n \sim N_D = 5,0 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$ och att $n \gg p$. Alltså ca fem miljoner gånger fler laddningsbärare efter dopning.

4.b) Allmänt gäller att $p = p_0 \exp(-\mu/k_B T)$ och $n = n_0 \exp((\mu - E_g)/k_B T)$.

I det odopade fallet är $n = p$ vilket leder till att $\mu = E_g/2 + (k_B T/2) \ln(p_0/n_0)$. Höger led kan skrivas som $E_g/2 + (3k_B T/4) \ln(m_h/m_e) = E_g/2 + 0,75 \cdot 0,025 \text{ (eV)} \ln(0,50/0,26) = E_g/2 + 0,01 \text{ (eV)} \sim E_g/2$ där $E_g = 1,11 \text{ eV}$.

Med dopning enligt ovan är dophalten mycket högre än den intrinsiska halten av elektroner och hål. Alltså är $n \sim N_D = 5,0 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$ (kontroll: $np = 2,1 \cdot 10^{31} \text{ m}^{-6}$ dvs $p = 2,1 \cdot 10^{31} / 5,0 \cdot 10^{22} = 4,2 \cdot 10^8 \text{ m}^{-3} \ll N_D$). Ferminivån fås ur uttrycket $n = n_0 \exp((\mu - E_g)/k_B T)$, dvs $\mu = E_g + k_B T \ln(n/n_0)$ där $n_0 = (m_e/m)^{3/2} 2,5 \cdot 10^{25} = 3,3 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$ vid rumstemperatur. Alltså får vi att $\mu = E_g - k_B T \ln(3,3 \cdot 10^{24} / 5,0 \cdot 10^{22}) = E_g - k_B T \ln(66) = E_g - 0,025 \cdot 4,2 \text{ (eV)} = E_g - 0,10 \text{ (eV)}$. Kontrollera att antagandet att alla dopatomerna är joniserade är rimligt: Sannolikheten för att en dopatom inte är joniserad ges av uttrycket $1/[\exp((E_D - \mu)/k_B T) + 1]$ där $E_g - E_D = 0,045 \text{ eV}$ för P i Si. Vi har att $(E_D - \mu)/k_B T = (E_D - E_g + E_g - \mu)/k_B T = (-0,045 + 0,10)/0,025 = 2,4$ dvs sannolikheten är ca 8%, som vi kan anse vara liten. Genom att göra en iteration till och ändra n till $0,92 N_D = 4,6 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$ kan vi få en bättre approximation. Vi ser att $\mu = E_g - k_B T \ln(3,3 \cdot 10^{24} / 4,6 \cdot 10^{22}) = E_g - k_B T \ln(72) = E_g - 0,11 \text{ (eV)}$, dvs μ ändras obetydligt.