Tentamen i Mekanik 1 (FFM516)

Tid och plats: Tisdagen den 14 januari 2025 klockan 08.30-11.30 på Johanneberg.
Hjälpmedel: Inga
Examinator: Ulf Gran
Jour: Ulf Gran, tel. 031-772 3182, besöker tentamenssalarna c:a kl. 09:30 och 10:30.

Rättningsprinciper: Alla svar skall motiveras, införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar ska, om möjligt, analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Skriv och rita tydligt! Varje uppgift bedöms med 0, 1, 2, ..., 6 poäng enligt följande principer:

- För 6 poäng krävs en helt korrekt lösning.
- Mindre fel ger 1-2 poängs avdrag.
- Allvarliga fel (t ex dimensionsfel eller andra orimliga resultat) ger 4 poängs avdrag.
- Allvarliga principiella fel ger 0 poäng på uppgiften.
- Ofullständiga, men för övrigt korrekta, lösningar kan ge max 2 poäng. Detsamma gäller lösningsförslag vars presentation är omöjlig att följa.

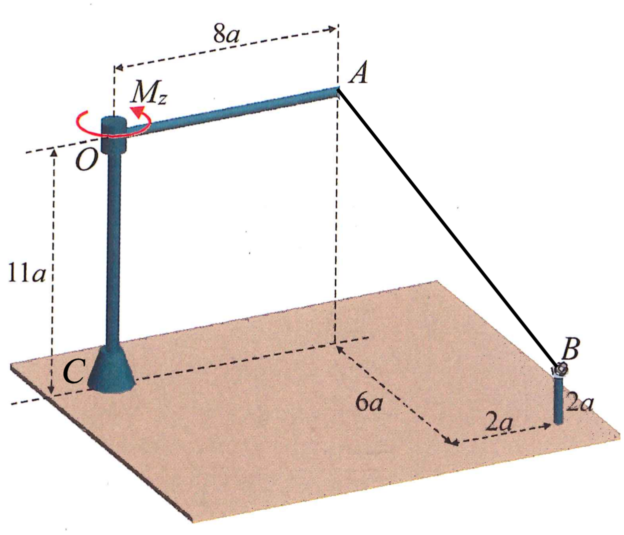
Betygsgränser: Varje uppgift ger maximalt 6 poäng, vilket innebär totalt maximalt 18 poäng på denna deltentamen. För att bli godkänd krävs minst åtta poäng och 8-11 poäng ger betyg 3, 12-15 poäng ger betyg 4 och 16-18 poäng ger betyg 5.

Rättningsgranskning: Torsdagen 13 februari, kl 12.30-13.00 i FL61.

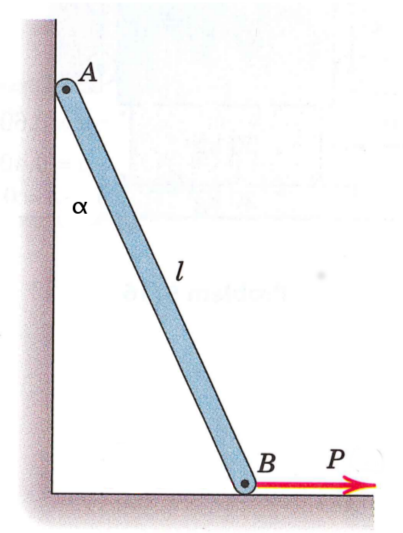
Uppgifter

OBS: I alla uppgifter får svaret ges i termer av de storheter som ges i uppgiftstexten och figuren, samt tyngdaccelerationen g.

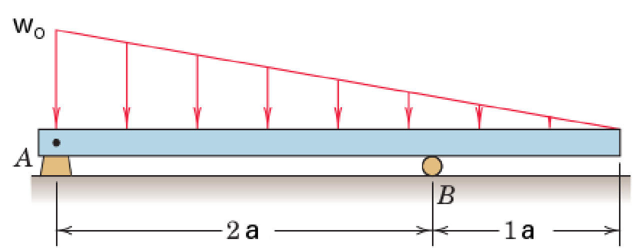
1. En arm OA är fäst vid punkten O så att den endast är fri att rotera (friktionsfritt) kring den vertikala axeln OC. Armen påverkas av ett konstant vridmoment M_z men är hindrad att rotera på grund av en vajer som är fäst i änden A av armen samt i punkten B på ett lodrätt stift med höjden $2a$ enligt figuren. Bestäm beloppet av spännkraften S i vajern uttryckt i termer av M_z och a.



2. Den homogena staven AB med massa m och längd l lutar mot en vertikal vägg enligt figuren. Den statiska friktionskoefficienten mellan staven och alla stödytor är μ_s. Bestäm kraften P, riktad enligt figuren (dvs man drar i staven från höger i punkten B), vilken precis gör att staven börjar glida.

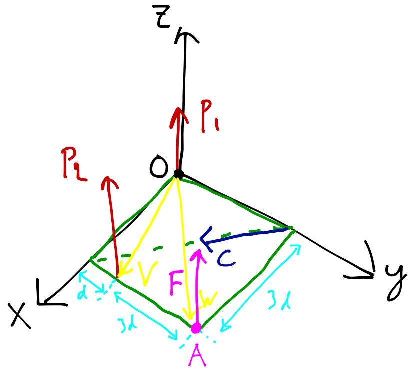


3. Bestäm det maximala böjmomentet M_{max} för den belastade balken och specificera avståndet x_{max} där M_{max} inträffar. Koordinaten x mäts från balkens vänstra ändpunkt. Svara i termer av a och w_0.



Lycka till!

Uppgift 1



$\vec{C} = C(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}, 0)$ $\quad \vec{F} = (0, 0, F)$ (Ty både P_1 o P_2 i $\hat{z}$ led)

$\vec{V} = (3d, d, 0)$ $\quad \vec{W} = (3d, 4d, 0)$

$$\vec{V} \times \vec{P_2} = \begin{pmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 3d & d & 0 \\ 0 & 0 & P_2 \end{pmatrix} = dP_2\hat{x} - 3dP_2\hat{y}$$

$$\vec{M_0} = \vec{C} + \vec{V} \times \vec{P_2} = \left(\frac{3}{5}C + dP_2, -\frac{4}{5}C - 3dP_2, 0\right)$$

$$M_0^F = \vec{W} \times \vec{F} = \begin{pmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 3d & 4d & 0 \\ 0 & 0 & F \end{pmatrix} = 4dF\hat{x} - 3dF\hat{y}$$

$$\begin{cases} P_1 + P_2 = F & (1) \\ \frac{3}{5}C + dP_2 = 4dF & (2) \\ -\frac{4}{5}C - 3dP_2 = -3dF & (3) \end{cases}$$

$3\cdot(2) + (3)$: $\left(\frac{9}{5} - \frac{4}{5}\right)C = (12-3)dF$

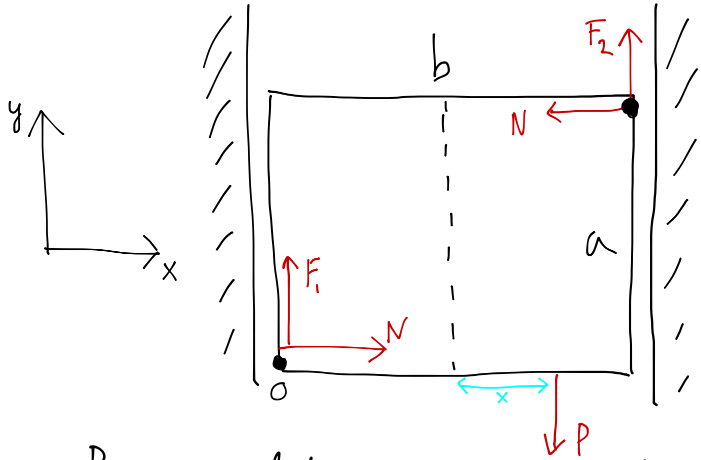
$C = 9dF$

$(2) \Rightarrow P_2 = \left(4 - \frac{27}{5}\right)F = -\frac{7}{5}F$

$(1) \Rightarrow P_1 = \left(1 + \frac{7}{5}\right)F = \frac{12}{5}F$

$$C = 9dF$$
$$P_1 = \frac{12}{5}F$$
$$P_2 = -\frac{7}{5}F$$

Uppgift 2



(Jämvikt i x-led ger direkt att normalkrafterna måste vara lika stora.)

Precis innan lådan rör på sig gäller att

$F_1 = \mu_s N$ & $F_2 = \mu_s N$

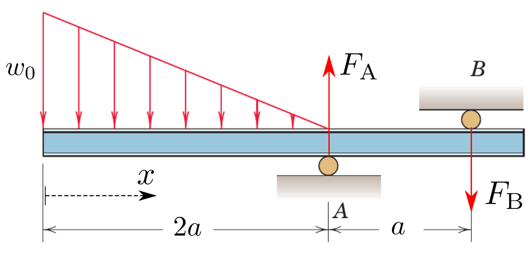
$$\begin{cases} -P\left(\frac{b}{2}+x\right) + Na + \mu_s N b = 0 & ① \quad \left(\curvearrowleft M_0 = 0\right) \\ 2\mu_s N - P = 0 & ② \quad \left(\Sigma F_y = 0\right) \end{cases}$$

$$② \Rightarrow N = \frac{1}{2\mu_s} P$$

$$① \Rightarrow Px = -\frac{Pb}{2} + \frac{a}{2\mu_s} P + \frac{b}{2} P$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{a}{2\mu_s}}$$

Uppgift 3



Figur 3.

Den distribuerade kraften kan i friläggningsdiagrammet för hela balken ersättas av den ekvivalenta kraften $F = \frac{1}{2} w_0 \cdot 2a = w_0 a$ verkandes vid $x = \frac{2}{3}a$.

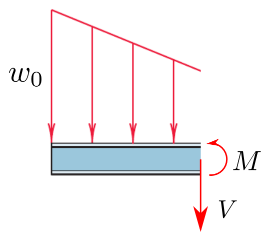
Momentjämvikt kring B ger

$$\begin{aligned}\left(a+\frac{4}{3}a\right)w_0a-aF_A &= 0\\ &\Leftrightarrow\\ F_A &= \frac{7}{3}aw_0\end{aligned}$$

Momentjämvikt kring A ger

$$\begin{aligned}\frac{4}{3}aw_0a-aF_B &= 0\\ &\Leftrightarrow\\ F_B &= \frac{4}{3}aw_0\end{aligned}$$

Friläggning av en bit till vänster om A ger för kraftjämvikt

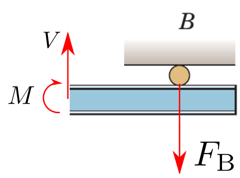


$$\begin{aligned}\int_0^x -\left(1-\frac{s}{2a}\right)w_0\mathrm{d}s - V(x) &= 0\\ &\Leftrightarrow\\ V(x) &= \left(-x+\frac{x^2}{4a}\right)w_0\end{aligned}$$

Från $M'(x)=V(x)$ får vi

$$\begin{aligned}M(x) &= \int_0^x V(s)\mathrm{d}s\\ &= \left(-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{12a}\right)w_0\end{aligned}$$

Friläggning av en bit till höger om A ger direkt att



$$\begin{aligned}V(x) &= F_B=\frac{4}{3}aw_0\\ &\Rightarrow\\ M(x) &= M(2a)+\int_{2a}^x F_B\mathrm{d}s\\ &= \left(-2a^2+\frac{2}{3}a^2\right)w_0+F_B(x-2a)\\ &= -\frac{4}{3}a^2w_0+\frac{4}{3}aw_0(x-2a)\\ &= -\frac{12}{3}a^2w_0+\frac{4}{3}aw_0x\end{aligned}$$

Sammanfattningvis har vi

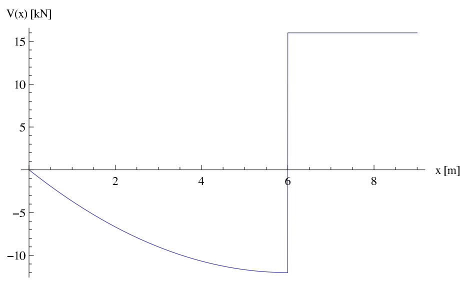
$$V(x) = \begin{cases} \left(-x + \frac{x^2}{4a}\right) w_0 & x < 2a \\ \frac{4}{3} a w_0 & x > 2a \end{cases}$$

$$M(x) = \begin{cases} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{12a}\right) w_0 & x < 2a \\ \left(-\frac{12}{3} a^2 + \frac{4}{3} a x\right) w_0 & x \geqslant 2a \end{cases}$$

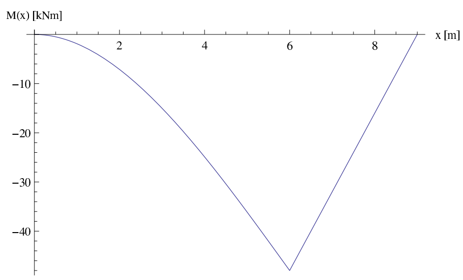
Eftersom $[w_0] = \frac{\text{kraft}}{m}$ ser man att $[V(x)] = \frac{kgm}{s^2}$ och $[M(x)] = \frac{kgm^2}{s^2}$.

Vid punkten $x = a$ ges de av

$$V(a) = -\frac{3}{4} a w_0$$
$$M(a) = -\frac{5}{12} a^2 w_0$$



Figur 4. $V(x)\ \left\{a = 3\text{m}, w_0 = 4\frac{\text{kN}}{\text{m}}\right\}$



Figur 5. $M(x)\ \left\{a = 3\text{m}, w_0 = 4\frac{\text{kN}}{\text{m}}\right\}$

Tentamen i Mekanik 1 (FFM516)

Tid och plats: Onsdagen den 21 augusti 2024 klockan 08.30-11.30 på Johanneberg.
Hjälpmedel: Inga
Examinator: Ulf Gran
Jour: Ulf Gran, tel. 031-772 3182, besöker tentamenssalarna c:a kl. 09:30 och 10:30.

Rättningsprinciper: Alla svar skall motiveras, införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar ska, om möjligt, analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Skriv och rita tydligt! Varje uppgift bedöms med 0, 1, 2, ..., 6 poäng enligt följande principer:

- För 6 poäng krävs en helt korrekt lösning.
- Mindre fel ger 1-2 poängs avdrag.
- Allvarliga fel (t ex dimensionsfel eller andra orimliga resultat) ger 4 poängs avdrag.
- Allvarliga principiella fel ger 0 poäng på uppgiften.
- Ofullständiga, men för övrigt korrekta, lösningar kan ge max 2 poäng. Detsamma gäller lösningsförslag vars presentation är omöjlig att följa.

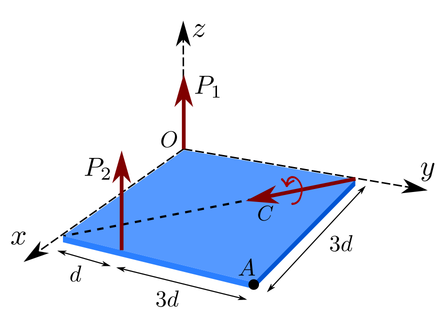
Betygsgränser: Varje uppgift ger maximalt 6 poäng, vilket innebär totalt maximalt 18 poäng på denna deltentamen. För att bli godkänd krävs minst åtta poäng och 8-11 poäng ger betyg 3, 12-15 poäng ger betyg 4 och 16-18 poäng ger betyg 5.

Rättningsgranskning: Onsdagen 18 september, kl 12.30-13.00 i FL61.

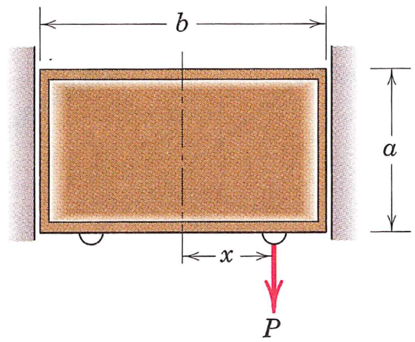
Uppgifter

OBS: I alla uppgifter får svaret ges i termer av de storheter som ges i uppgiftstexten och figuren, samt tyngdaccelerationen g.

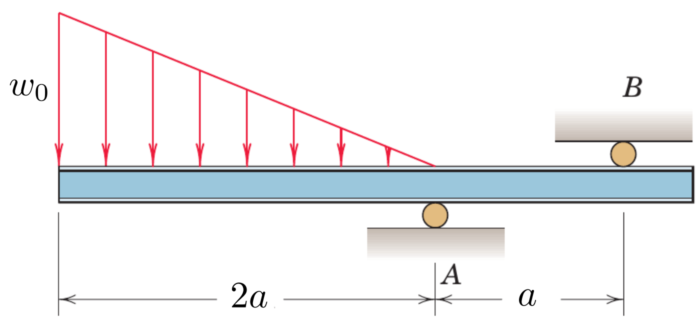
1. En kropp påverkas av två vertikala krafter med storlekarna P_1 och P_2 samt ett horisontellt vridmoment med storleken C enligt figuren. Detta kraftsystem är ekvivalent med en enda kraft med en viss given storlek F som angriper i punkten A. Uttryck P_1, P_2 och C i avståndet d och kraften F.



2. Byrålådan (som är avbildad uppifrån) har bredden b och djupet a. Den statiska friktionskoefficienten mellan lådan och byråväggarna är μ_s. (Avståndet mellan byråväggarna är lite större än b. Friktionskraften på lådans botten försummas.) Bestäm det största tillåtna värdet på avståndet x, så att lådan inte fastnar när man drar i endast ett av handtagen med kraften P enligt figuren. Ledning: Var kommer kontaktpunkterna mellan lådan och byråväggarna att vara?



3. Rita skjuv- och momentdiagram för balken nedan och specificera skjuvkraften V och momentet M vid en punkt sträckan a till vänster om punkten A (dvs i mitten av kraftfördelningen). Balkens massa kan försummas.



Lycka till!