

Tentamen i Mekanik 1 (FFM516)

Tid och plats: Onsdagen den 21 augusti 2024 klockan 08.30-11.30 på Johanneberg.

Hjälpmedel: Inga

Examinator: Ulf Gran

Jour: Ulf Gran, tel. 031-772 3182, besöker tentamenssalarna c:a kl. 09:30 och 10:30.

Rättningsprinciper: Alla svar skall motiveras, införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar ska, om möjligt, analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Skriv och rita tydligt! Varje uppgift bedöms med 0, 1, 2, ..., 6 poäng enligt följande principer:

- För 6 poäng krävs en helt korrekt lösning.
- Mindre fel ger 1-2 poängs avdrag.
- Allvarliga fel (t ex dimensionsfel eller andra orimliga resultat) ger 4 poängs avdrag.
- Allvarliga principiella fel ger 0 poäng på uppgiften.
- Ofullständiga, men för övrigt korrekta, lösningar kan ge max 2 poäng. Detsamma gäller lösningsförslag vars presentation är omöjlig att följa.

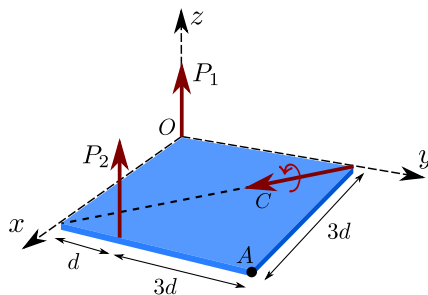
Betygsgränser: Varje uppgift ger maximalt 6 poäng, vilket innebär totalt maximalt 18 poäng på denna deltentamen. För att bli godkänd krävs minst åtta poäng och 8-11 poäng ger betyg 3, 12-15 poäng ger betyg 4 och 16-18 poäng ger betyg 5.

Rättningsgranskning: Onsdagen 18 september, kl 12.30-13.00 i FL61.

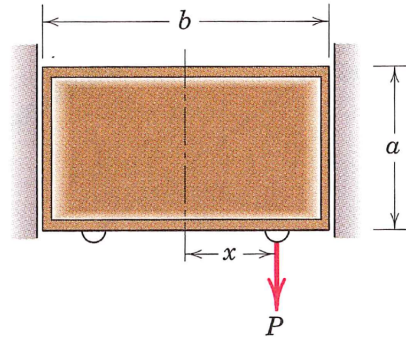
Uppgifter

OBS: I alla uppgifter får svaret ges i termer av de storheter som ges i uppgiftstexten och figuren, samt tyngdaccelerationen g .

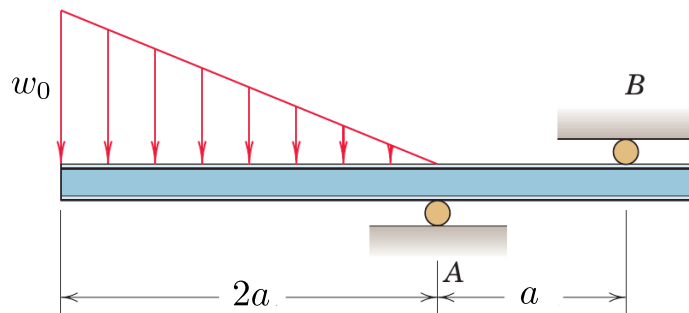
1. En kropp påverkas av två vertikala krafter med storlekarna P_1 och P_2 samt ett horisontellt vridmoment med storleken C enligt figuren. Detta kraftsystem är ekvivalent med en enda kraft med en viss given storlek F som angriper i punkten A . Uttryck P_1 , P_2 och C i avståndet d och kraften F .



2. Byrålådan (som är avbildad uppifrån) har bredden b och djupet a . Den statiska friktionskoefficienten mellan lådan och byråväggarna är μ_s . (Avståndet mellan byråväggarna är lite större än b . Friktionskraften på lådans botten försummas.) Bestäm det största tillåtna värdet på avståndet x , så att lådan inte fastnar när man drar i endast ett av handtagen med kraften P enligt figuren. Ledning: Var kommer kontaktpunkterna mellan lådan och byråväggarna att vara?

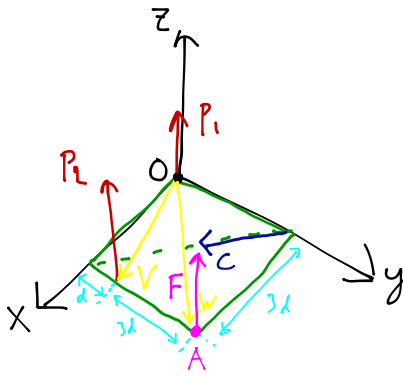


3. Rita skjuv- och momentdiagram för balken nedan och specificera skjuvkraften V och momentet M vid en punkt sträckan a till vänster om punkten A (dvs i mitten av kraftfördelningen). Balkens massa kan försummas.



Lycka till!

Uppgift 1



$$\vec{C} = c\left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}, 0\right) \quad \vec{F} = (0, 0, F) \quad (\text{Ty b\u00e5de } P_1, P_2 \text{ i } \hat{z} \text{ led})$$

$$\vec{V} = (3d, 4d, 0) \quad \vec{W} = (3d, 4d, 0)$$

$$\vec{V} \times \vec{P}_2 = \begin{pmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 3d & 4d & 0 \\ 0 & 0 & P_2 \end{pmatrix} = dP_2 \hat{x} - 3dP_2 \hat{y}$$

$$\vec{M}_O = \vec{C} + \vec{V} \times \vec{P}_2 = \left(\frac{3}{5}C + dP_2, -\frac{4}{5}C - 3dP_2, 0\right)$$

$$M_O^F = \vec{W} \times \vec{F} = \begin{pmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 3d & 4d & 0 \\ 0 & 0 & F \end{pmatrix} = 4dF \hat{x} - 3dF \hat{y}$$

$$\begin{cases} P_1 + P_2 = F & \textcircled{1} \\ \frac{3}{5}C + dP_2 = 4dF & \textcircled{2} \\ -\frac{4}{5}C - 3dP_2 = -3dF & \textcircled{3} \end{cases}$$

$$3 \cdot (2) + (3): \left(\frac{9}{5} - \frac{4}{5}\right)C = (12 - 3)dF$$

$$C = 9dF$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow P_2 = \left(4 - \frac{27}{5}\right)F = -\frac{7}{5}F$$

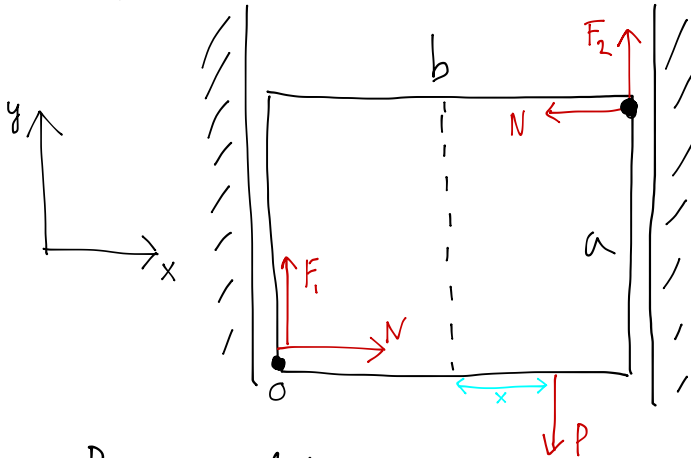
$$\textcircled{1} \Rightarrow P_1 = \left(1 + \frac{7}{5}\right)F = \frac{12}{5}F$$

$$C = 9dF$$

$$P_1 = \frac{12}{5}F$$

$$P_2 = -\frac{7}{5}F$$

Uppgift 2



(Jämvikt i x-led ger direkt att normalkrafterna måste vara lika stora.)

Precis innan lädan rör på sig gäller att
 $F_1 = \mu_s N$ och $F_2 = \mu_s N$

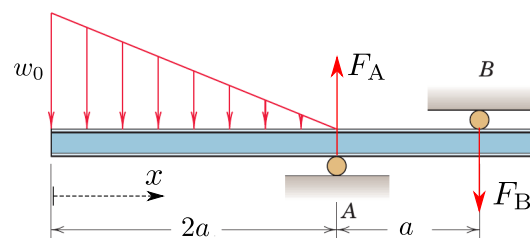
$$\begin{cases} -P(\frac{b}{2} + x) + Na + \mu_s N b = 0 & \textcircled{1} \quad (\sum M_o = 0) \\ 2\mu_s N - P = 0 & \textcircled{2} \quad (\sum F_y = 0) \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow N = \frac{1}{2\mu_s} P$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow P_x = -\frac{Pl}{2} + \frac{a}{2\mu_s} P + \frac{b}{2} P$$

$$\Rightarrow x = \frac{a}{2\mu_s}$$

Uppgift 3



Figur 3.

Den distribuerade kraften kan i frilägningsdiagrammet för hela balken ersättas av den ekvivalenta kraften $F = \frac{1}{2}w_0 \cdot 2a = w_0a$ verkanades vid $x = \frac{2}{3}a$.

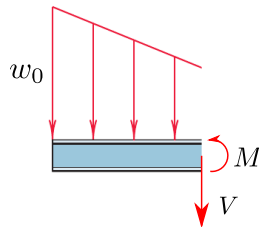
Momentjämvikt kring B ger

$$\begin{aligned} \left(a + \frac{4}{3}a\right)w_0a - aF_A &= 0 \\ \Leftrightarrow \\ F_A &= \frac{7}{3}aw_0 \end{aligned}$$

Momentjämvikt kring A ger

$$\begin{aligned} \frac{4}{3}aw_0a - aF_B &= 0 \\ \Leftrightarrow \\ F_B &= \frac{4}{3}aw_0 \end{aligned}$$

Friläggning av en bit till vänster om A ger för kraftjämvikt

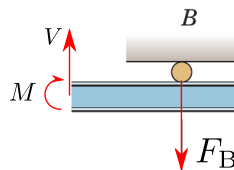


$$\begin{aligned} \int_0^x -\left(1 - \frac{s}{2a}\right)w_0 ds - V(x) &= 0 \\ \Leftrightarrow \\ V(x) &= \left(-x + \frac{x^2}{4a}\right)w_0 \end{aligned}$$

Från $M'(x) = V(x)$ får vi

$$\begin{aligned} M(x) &= \int_0^x V(s) ds \\ &= \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{12a}\right)w_0 \end{aligned}$$

Friläggning av en bit till höger om A ger direkt att



$$\begin{aligned} V(x) &= F_B = \frac{4}{3}aw_0 \\ \Rightarrow \\ M(x) &= M(2a) + \int_{2a}^x F_B ds \\ &= \left(-2a^2 + \frac{2}{3}a^2\right)w_0 + F_B(x - 2a) \\ &= -\frac{4}{3}a^2w_0 + \frac{4}{3}aw_0(x - 2a) \\ &= -\frac{12}{3}a^2w_0 + \frac{4}{3}aw_0x \end{aligned}$$

Sammanfattningvis har vi

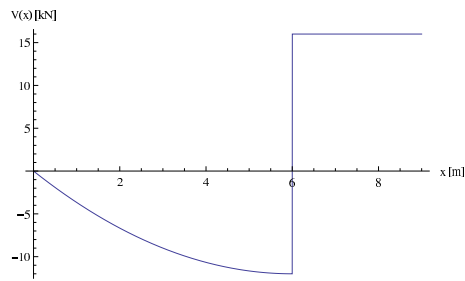
$$V(x) = \begin{cases} \left(-x + \frac{x^2}{4a}\right)w_0 & x < 2a \\ \frac{4}{3}aw_0 & x > 2a \end{cases}$$

$$M(x) = \begin{cases} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{12a}\right)w_0 & x < 2a \\ \left(-\frac{12}{3}a^2 + \frac{4}{3}ax\right)w_0 & x \geq 2a \end{cases}$$

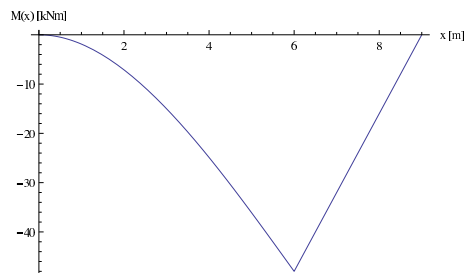
Eftersom $[w_0] = \frac{\text{kraft}}{m}$ ser man att $[V(x)] = \frac{kgm}{s^2}$ och $[M(x)] = \frac{kgm^2}{s^2}$.

Vid punkten $x = a$ ges de av

$$\begin{aligned} V(a) &= -\frac{3}{4}aw_0 \\ M(a) &= -\frac{5}{12}a^2w_0 \end{aligned}$$



Figur 4. $V(x) \left\{ a = 3\text{m}, w_0 = 4\frac{\text{kN}}{\text{m}} \right\}$



Figur 5. $M(x) \left\{ a = 3\text{m}, w_0 = 4\frac{\text{kN}}{\text{m}} \right\}$