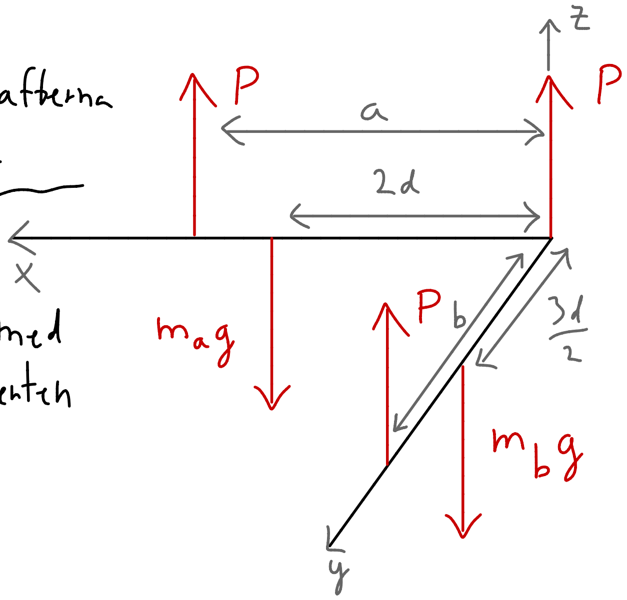
1) Sökt: Avstånd a, b s.a. krafterna från upphängningen är lika.



I figuren är balken frilagd med tyngdkraften från de två segmenten separerade.

Moment kring O:

$$\vec{M}_O = a\hat{i} \times P\hat{z} + b\hat{j} \times P\hat{k} + 2d\hat{i} \times (-m_a g\hat{z}) + \frac{3d}{2}\hat{j} \times (-m_b g\hat{k})$$

$$= -aP\hat{j} + bP\hat{i} + 2d\, m_a g\,\hat{j} - \frac{3d}{2} m_b g\,\hat{i}$$

Momentjämvikt $\vec{M}_O = 0$ tillsammans med kraftjämvikt i z-led:

$$\begin{array}{ll} \circlearrowleft M_x & \\ \circlearrowleft M_y & \\ \uparrow z & \end{array}
\begin{cases} bP - \frac{3d}{2} m_b g = 0 & \Rightarrow \; b = \frac{3d}{2} \frac{m_b g}{P} \quad (1) \\ -aP + 2d\, m_a g = 0 & \Rightarrow \; a = 2d \frac{m_a g}{P} \quad (2) \\ 3P - (m_a + m_b) g = 0 & \Rightarrow \; P = \frac{(m_a + m_b) g}{3} \quad (3) \end{cases}$$

Antag längddensitet ρ för balken, då gäller

$$\begin{cases} m_a = 4d\rho \\ m_b = 3d\rho \end{cases}$$

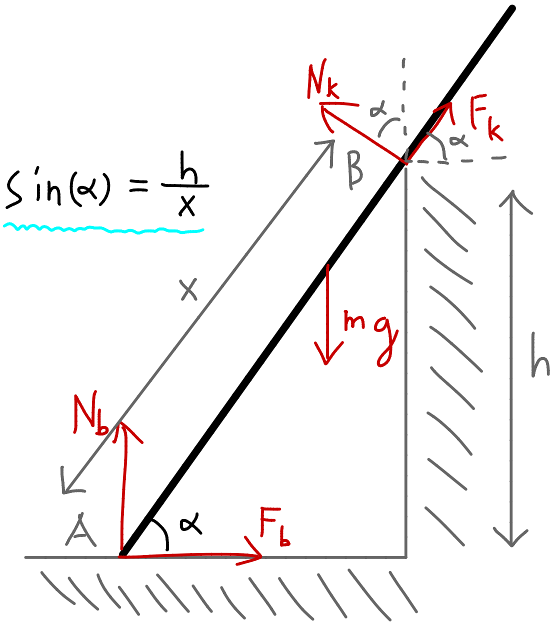
Insättning av (3) i (1) o (2) ger nu

$$a = 2d \frac{4d\rho}{\frac{7}{3} d\rho g} g = \frac{24}{7} d$$

$$b = \frac{3d}{2} \frac{3d\rho}{\frac{7}{3} d\rho g} g = \frac{27}{14} d$$

(enheterna stämmer uppenbart)

2)



$\circlearrowleft A$: $-\frac{mgl\cos(\alpha)}{2} + \frac{h}{\sin(\alpha)} \cdot N_k = 0$

$\sin(\alpha) = \frac{h}{x}$

$\rightarrow$: $F_b + F_k\cos(\alpha) - N_k\sin(\alpha) = 0$

$\uparrow$: $N_b - mg + N_k\cos(\alpha) + F_k\sin(\alpha) = 0$

Precis innan staven glider gäller $\begin{cases} F_k = \mu N_k \\ F_b = \mu N_b \end{cases}$ eftersom den måste glida på båda punkter samtidigt.

$$\Rightarrow \quad -\frac{mgl\cos(\alpha)}{2} + \frac{h}{\sin(\alpha)} N_k = 0 \quad (1)$$

$$\mu N_b + N_k(\mu\cos(\alpha) - \sin(\alpha)) = 0 \quad (2)$$

$$N_b + N_k(\cos(\alpha) + \mu\sin(\alpha)) - mg = 0 \quad (3)$$

(2) $- \mu \cdot$(3): $\quad N_k \sin(\alpha)(-1-\mu^2) + \mu mg = 0$

$$\Rightarrow N_k = \frac{\mu mg}{\sin(\alpha)(1+\mu^2)} \quad (4)$$

(4) $\rightarrow$ (1): $-\frac{\cancel{mg}\, l\cos(\alpha)}{2} + \frac{h}{\sin(\alpha)} \cdot \frac{\mu \cancel{mg}}{\sin(\alpha)(1+\mu^2)} = 0$

$\begin{cases} l = \frac{4}{3}h \\ \alpha = \frac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \quad -\frac{1}{3} + \frac{4\mu}{3(1+\mu^2)} = 0$

$\Leftrightarrow \quad \mu^2 - 4\mu + 1 = 0$

$\Leftrightarrow \quad (\mu - 2)^2 - 3 = 0$

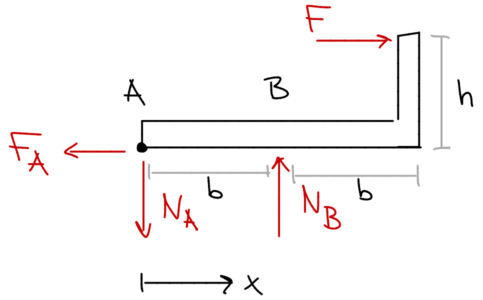
$\Rightarrow \mu = 2 \pm \sqrt{3}$

Den minsta av dessa ger den relevanta friktions-koefficienten.

$$\mu = 2 - \sqrt{3}$$

Den andra lösningen svarar mot den ofysikaliska situationen där $\mu > 1$.

3 Frilägg balken (tyngd försummas)



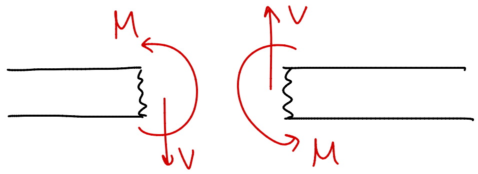
Från följande jämviktsekv.

$\uparrow$: $N_B - N_A = 0$

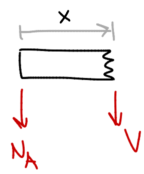
$\overset{\curvearrowleft}{A}$: $bN_B - hF = 0$

fås att : $N_A = N_B = \frac{h}{b}$ N

Teckenkonvention för skjuvspänning V(x) och böjmoment M(x)

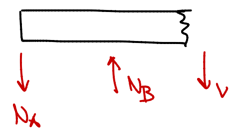


För $0 \leq x < b$:



$V(x) = -N_A = -\frac{h}{b} F$

För $b < x \leq 2b$:

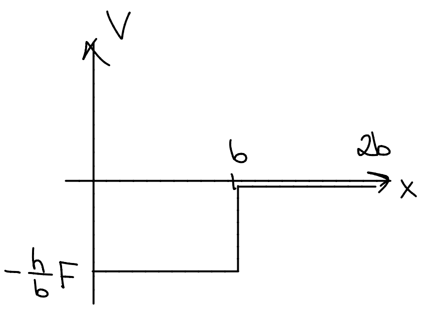


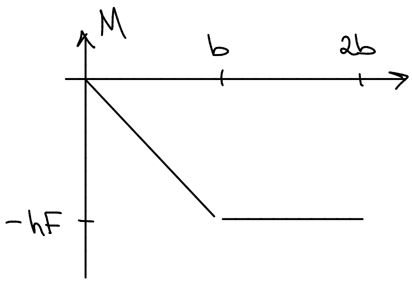
$V(x) = N_B - N_A = 0$

Böjmomentet fås genom standarduttrycket

$\frac{dM}{dx} = V$ med randvillkor $M(0) = 0$ (ty inget vridmoment från fästet i A)

Vi får att





(dim. OK)