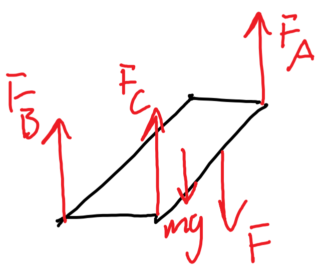
1

Sökt: Krafter i linorna (F_A, F_B, F_C)

Givet: kraft F, massa m

Plan: Frilägg + kraft- och momentjämvikt

Lösning: Vi frilägger plattan



Kraftjämvikt

$\uparrow$: $F_A + F_B + F_C - mg - F = 0$ (1)

Momentjämvikt kring ... C kanske blir bra?

Vi slipper några bidrag så i alla fall

$\rightarrow$ / : $4aF_A - 2a\,mg - 2aF = 0 \Rightarrow F_A = \frac{F+mg}{2}$ (2)

$\nearrow$ / : $-3aF_B + \frac{3a}{2}mg = 0 \Rightarrow F_B = \frac{mg}{2}$ (3)

Slutligen (2) och (3) insatt i (1)

$\Rightarrow \frac{F+mg}{2} + \frac{mg}{2} + F_C - mg - F = 0 \Rightarrow F_C = \frac{F}{2}$

Kontroller:

Enheter ok, verkar rimligt, typ $0 < F_A, F_B, F_C < F+mg$

Svar: Kraften i linorna A, B och C är

$F_A = \frac{F+mg}{2}$, $F_B = \frac{mg}{2}$ och $F_C = \frac{F}{2}$ respektive.

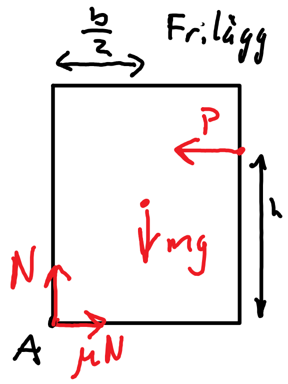
Lösningsförslag på tentamen
Mekanik 1, del 1

Givet: massa m, längder H, b, kraft P.

Sökt: Maximalt h innan lådan välter istället för att glida.

Lösning:

I det kritiska gränsfallet för glidning gäller att friktionskraften är μN. För det kritiska gränsfallet för rotation gäller att normal (och friktionskraften) verkar i lådans hörn.



Frilägg och ställ upp jämviktsekvationer

$$F_x:\quad \mu N - P = 0 \quad \Rightarrow P = \mu N \qquad (1)$$

$$F_y:\quad N - mg = 0 \quad \Rightarrow N = mg \qquad (2)$$

$$M_z^{(A)}:\quad Ph - mg\frac{b}{2} = 0 \qquad (3)$$

$$\Rightarrow h_c = \frac{mg}{2P}\, b \overset{(1)}{=} \frac{mg}{2\mu N}\, b \overset{(2)}{=} \frac{b}{2\mu}$$

Väljer vi: $h > h_c$ får vi något positivt i (3) d.v.s. netto positiv rotation. Alltså $h < \frac{b}{2\mu}$ för glidning utan rotation.

Kontroller: $[h] = \frac{[b]}{[\mu]} = \frac{m}{1}$ Dimension ok!

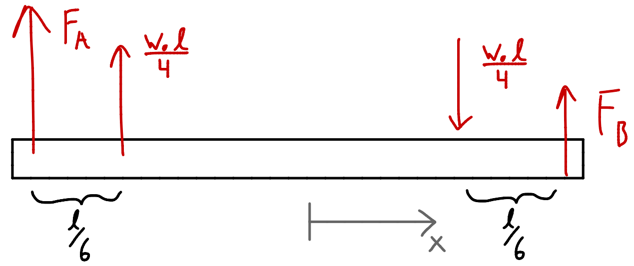
En övre gräns på h, bra.

h växer med b, bra.

h minskar med växande μ, bra. Svårare att glida $\Rightarrow$ större P behövs för glidning $\Rightarrow$ större moment kring A.

Svar: Den maximala höjden är $h = \frac{b}{2\mu}$. För värden på h under detta glider lådan utan att börja välta.

3)



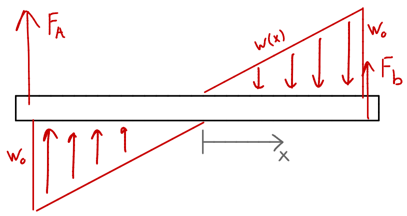
Externa krafter:

I frilägningen har kraftfördelningen delats in i två triangulära bitar med de indikerade resulterande krafterna.

$$\circlearrowleft A:\quad \frac{\ell}{6}\frac{W_0\ell}{4} - \left(\frac{\ell}{2}+\frac{2}{3}\frac{\ell}{2}\right)\frac{W_0\ell}{4} + \ell F_B = 0 \Rightarrow F_B = \ell\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{6}\right)\frac{W_0}{4} = \ell\frac{W_0}{6}$$

$$\circlearrowleft B:\quad \frac{\ell}{6}\frac{W_0\ell}{4} - \left(\frac{\ell}{2}+\frac{2}{3}\frac{\ell}{2}\right)\frac{W_0\ell}{4} - \ell F_A = 0 \Rightarrow F_A = -\ell\frac{W_0}{6}$$

Interna krafter



$$W(x) = x\cdot\frac{W_0}{\ell/2} = \frac{2W_0}{\ell}x$$

$dV = -w(x)\,dx$:

$$\int_{V_B}^{V(x)} dV = -\int_{\ell/2}^{x} w(s)\,ds = -\frac{W_0}{\ell/2}\int_{\ell/2}^{x} s\,ds = -\frac{2W_0}{\ell}\left[\frac{s^2}{2}\right]_{\ell/2}^{x} = -\frac{W_0}{\ell}\left(x^2-\frac{\ell^2}{4}\right)$$

$$V(x) = \frac{W_0}{\ell}\left(\frac{\ell^2}{4}-x^2\right) + V_B \quad , \quad V\left(\tfrac{\ell}{2}\right) = V_B = -F_b = -\frac{W_0}{6}\ell$$

$$\Rightarrow \boxed{V(x) = \frac{W_0}{\ell}\left(\frac{\ell^2}{12}-x^2\right)}$$

$[V] = \frac{[F]}{L}\cdot\frac{1}{L}\cdot L^2 = [F]$ ok

$dM = V(x)\,dx$:

$$\int_{M_B=0}^{M(x)} dM = \frac{W_0}{\ell}\int_{\ell/2}^{x}\left(\frac{\ell^2}{12}-s^2\right)ds = \frac{W_0}{\ell}\left[\frac{\ell^2}{12}s - \frac{s^3}{3}\right]_{\ell/2}^{x} = \frac{W_0x}{\ell}\left(\frac{\ell^2}{12}-\frac{x^2}{3}\right) - \frac{W_0}{\ell}\left(\frac{\ell^3}{24}-\frac{\ell^3}{24}\right) = \frac{W_0x}{\ell}\left(\frac{\ell^2}{12}-\frac{x^2}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{M(x) = \frac{W_0x}{\ell}\left(\frac{\ell^2}{12}-\frac{x^2}{3}\right)}$$

$[M] = [V]\cdot L = [F]\cdot L$ ok