Tentamen i Mekanik 1 (FFM516)

Tid och plats: Måndagen den 3 april 2023 klockan 08.30-11.30 på Johanneberg.
Hjälpmedel: Inga
Examinator: Ulf Gran
Jour: Eric Nilsson, tel. 076-141 34 51, besöker tentamenssalarna c:a kl. 09.30 och 10.30.

Rättningsprinciper: Alla svar skall motiveras, införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar ska, om möjligt, analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Skriv och rita tydligt! Varje uppgift bedöms med 0, 1, 2, . . ., 6 poäng enligt följande principer:

- För 6 poäng krävs en helt korrekt lösning.
- Mindre fel ger 1-2 poängs avdrag.
- Allvarliga fel (t ex dimensionsfel eller andra orimliga resultat) ger 4 poängs avdrag.
- Allvarliga principiella fel ger 0 poäng på uppgiften.
- Ofullständiga, men för övrigt korrekta, lösningar kan ge max 2 poäng. Detsamma gäller lösningsförslag vars presentation är omöjlig att följa.

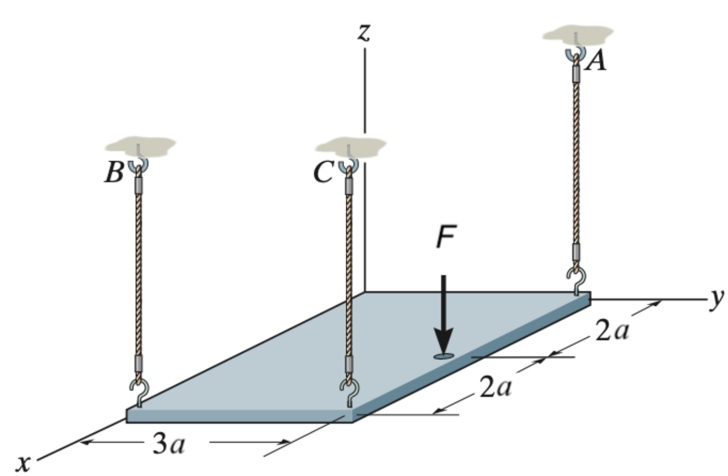
Betygsgränser: Varje uppgift ger maximalt 6 poäng, vilket innebär totalt maximalt 18 poäng på denna deltentamen. För att bli godkänd krävs minst åtta poäng och 8-11 poäng ger betyg 3, 12-15 poäng ger betyg 4 och 16-18 poäng ger betyg 5.

Rättningsgranskning: Torsdagen 27 april kl 12.30-13.00 i FL61.

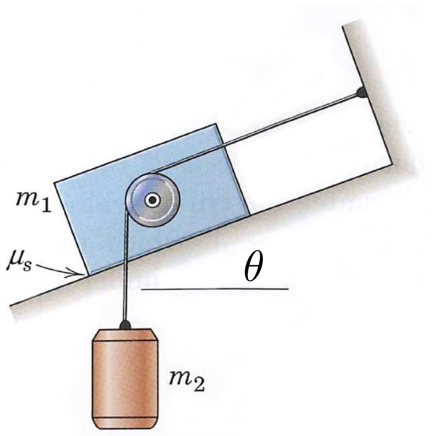
Uppgifter

OBS: I alla uppgifter får svaret ges i termer av de storheter som ges i uppgiftstexten och figuren, samt tyngdaccelerationen g.

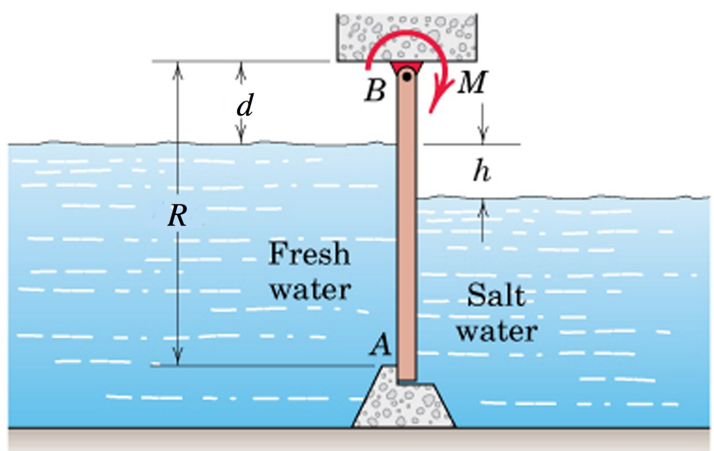
1. Den homogena plattan har massan m och belastas med en vertikal kraft F. Bestäm spänningen i de tre kablarna vid jämvikt.



2. Bestäm det intervall för massan m_2 inom vilket systemet är i jämvikt. Den statiska friktionskoefficienten mellan blocket och underlaget är μ_s. Försumma friktionen i trissan och antag (vid behov) att $0 < \theta < \pi/2$ samt att $0 < \mu_s < \frac{1-\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$.



3. En rektangulär slussgrind skiljer färsk och saltvattnet med respektive densitet ρ_f och ρ_s och behåller en nivåskillnad h. Grinden är upphängd i punkten B kring vilken den kan vrida sig. Beräkna det minsta vridmomentet M som måste tillföras vid B för att grinden, som har en längd L vinkelrät mot figurens plan, ska vara stängd.



Lycka till!

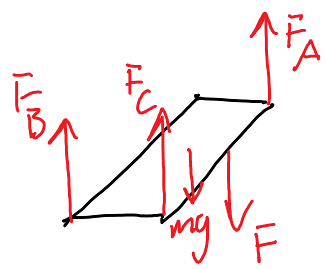
1

Sökt: Krafter i linorna (F_A, F_B, F_C)

Givet: kraft F, massa m

Plan: Frilägg + kraft- och momentjämvikt

Lösning: Vi frilägger plattan



Kraftjämvikt

$$\uparrow: \quad F_A + F_B + F_C - mg - F = 0 \qquad (1)$$

Momentjämvikt kring ... C kanske blir bra?

Vi slipper några bidrag så i alla fall

$$\to / : \quad 4aF_A - 2amg - 2aF = 0 \Rightarrow F_A = \frac{F+mg}{2} \qquad (2)$$

$$\nearrow / : \quad -3aF_B + \frac{3a}{2}mg = 0 \Rightarrow F_B = \frac{mg}{2} \qquad (3)$$

Slutligen (2) och (3) insatt i (1)

$$\Rightarrow \frac{F+mg}{2} + \frac{mg}{2} + F_C - mg - F = 0 \Rightarrow F_C = \frac{F}{2}$$

Kontroller:

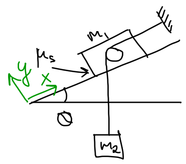
Enheter ok, verkar rimligt, typ $0 < F_A, F_B, F_C < F + mg$

Svar: Kraften i linorna A, B och C är

$F_A = \dfrac{F+mg}{2}$, $F_B = \dfrac{mg}{2}$ och $F_C = \dfrac{F}{2}$ respektive.

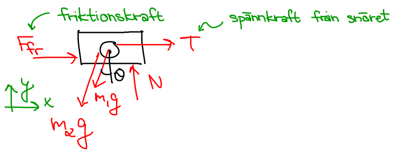
2. <u>Givet</u>: massan m_1, vinkeln θ och μ_s mot underlaget (försumma friktion i trissan) Antag $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ samt $0<\mu_s<\frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}$

<u>Sökt</u>: Intervallet för massan m_2 för vilket systemet är i vila



<u>Lösning</u>:

Frilägg m_1 med trissan i det utritade koordinatsystemet.



För att trissan inte ska börja snurra krävs att

$$T = m_2 g$$

För friktionskraften gäller att

$$|F_{fr}| \leq \mu_s N \quad , \quad \text{dvs} \quad -\mu_s N \leq F_{fr} \leq \mu_s N \qquad (*)$$

OBS: Om $m_2 \gg m_1$ kan det ske att m_1-blocket glider uppför rampen varför vi måste ha med båda tecknen för F_{fr}.

Kraftjämvikt ger:

$$\begin{aligned} x:&\quad F_{fr} + T - (m_1+m_2) g \sin\theta = 0 \\ y:&\quad N - (m_1+m_2) g \cos\theta = 0 \end{aligned} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} F_{fr} = (m_1+m_2) g \sin\theta - m_2 g \\ N = (m_1+m_2) g \cos\theta \end{cases}$$

Insättning i $(*)$ ger

$$-\mu_s(m_1+m_2) g\cos\theta \leq (m_1+m_2) g \sin\theta - m_2 g \quad \text{och} \quad (m_1+m_2) g \sin\theta - m_2 g \leq \mu_s (m_1+m_2) g \cos\theta$$

$$\Leftrightarrow \quad -m_1(\mu_s\cos\theta + \sin\theta) \leq m_2 \underline{(\sin\theta + \mu_s\cos\theta - 1)} \quad \text{och} \quad m_2 \underline{(\sin\theta - \mu_s\cos\theta - 1)} \leq m_1(\mu_s\cos\theta - \sin\theta)$$

Enligt antagandet:

$$0<\theta<\frac{\pi}{2} \quad \text{och} \quad 0<\mu_s<\frac{1-\sin\theta}{\cos\theta} \implies 0<\mu_s\cos\theta<1-\sin\theta \implies \begin{cases} \mu_s\cos\theta - (1-\sin\theta) < 0 \\ -\mu_s\cos\theta - (1-\sin\theta) < 0 \end{cases}$$

Dvs, de <u>understrukna</u> faktorerna ovan är negativa

Således byts olikhetstecknen vid division till:

$$-m_1 \frac{\mu_s\cos\theta + \sin\theta}{\sin\theta + \mu_s\cos\theta - 1} \geq m_2 \qquad \text{och} \qquad m_2 \geq m_1 \frac{\mu_s\cos\theta - \sin\theta}{\sin\theta - \mu_s\cos\theta - 1}$$

Med positiva nämnare får vi då

<u>Svar</u>: $$m_1 \frac{\sin\theta - \mu_s\cos\theta}{1 - \sin\theta + \mu_s\cos\theta} \leq m_2 \leq m_1 \frac{\sin\theta + \mu_s\cos\theta}{1 - \sin\theta - \mu_s\cos\theta}$$

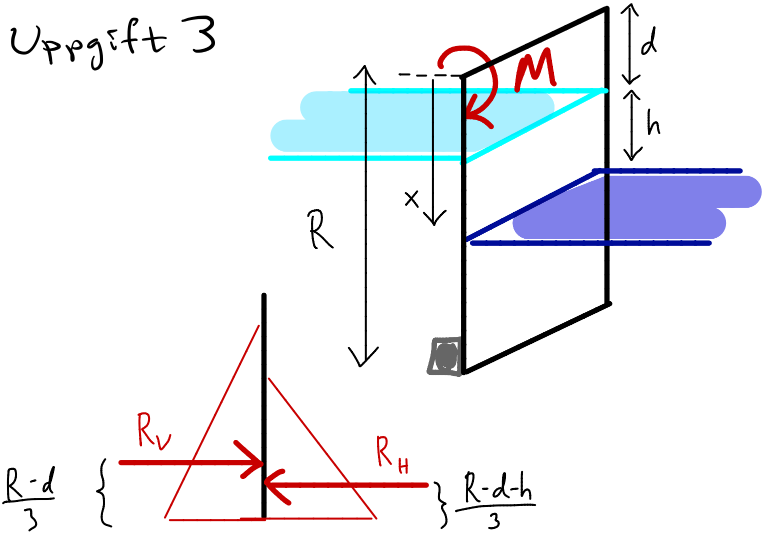
För $\mu_s > \tan\theta$ blir $\sin\theta - \mu_s\cos\theta$ negativt varför man då istället bör använda noll som nedre gräns för m_2 ty massan måste vara positiv.

<u>Kontroller</u>:

Dim. OK!

$\mu_s = 0 \implies m_2 = m_1 \frac{\sin\theta}{1-\sin\theta} \leftarrow$ ej intervall OK!

Uppgift 3



Resultanten för trycket på vänster respektive högersida verkar genom den geometriska tyngdpunkten på kraftdistributionen på vänster/höger sida. Eftersom distributionen är triangulär är angreppspunkten en tredjedel av triangelns höjd från basen.

Storleken ges av $\rho g \bar{h} A$ där $\bar{h}$ är geometriska tyngdpunkten för ytan som är under vatten med area A.

$$R_V = \rho_f \cdot g \frac{R-d}{2} \cdot (R-d) \cdot L \quad , \text{ angriper vid } x_V = R - \frac{R-d}{3} = \frac{2R+d}{3}$$

$$R_H = \rho_s g \frac{R-d-h}{2} \cdot (R-d-h) \cdot L, \text{ angriper vid } x_H = R - \frac{R-d-h}{3} = \frac{2R+d+h}{3}$$

$$\curvearrowleft B: \ -M + x_V R_V - x_H R_H = 0$$

$$\Rightarrow M = -x_H R_H + x_V R_V = -\frac{1}{6}\rho_s g L (R-d-h)^2 (2R+d+h) + \frac{1}{6}\rho_f g L (R-d)^2 (2R+d)$$

$$[M] = \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m \cdot m^2 \cdot m = \frac{kg\, m^2}{s^2} \quad \text{ok}$$