

# Tentamen i Mekanik 1 (FFM516)

**Tid och plats:** Tisdagen den 10 januari 2023 klockan 14.00-17.00 på Johanneberg.

**Hjälpmedel:** Inga

**Examinator:** Ulf Gran

**Jour:** Ulf Gran, tel. 031-772 3182, besöker tentamenssalarna c:a kl. 15 och 16.

**Rättningsprinciper:** Alla svar skall motiveras, införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar ska, om möjligt, analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Skriv och rita tydligt! Varje uppgift bedöms med 0, 1, 2 eller 3 poäng enligt följande principer:

- För 3 poäng krävs en helt korrekt lösning.
- Mindre fel ger 1 poängs avdrag.
- Allvarliga fel (t ex dimensionsfel eller andra orimliga resultat) ger 2 poängs avdrag.
- Allvarliga principiella fel ger 0 poäng på uppgiften.
- Ofullständiga, men för övrigt korrekta, lösningar kan ge max 1 poäng. Detsamma gäller lösningsförslag vars presentation är omöjlig att följa.

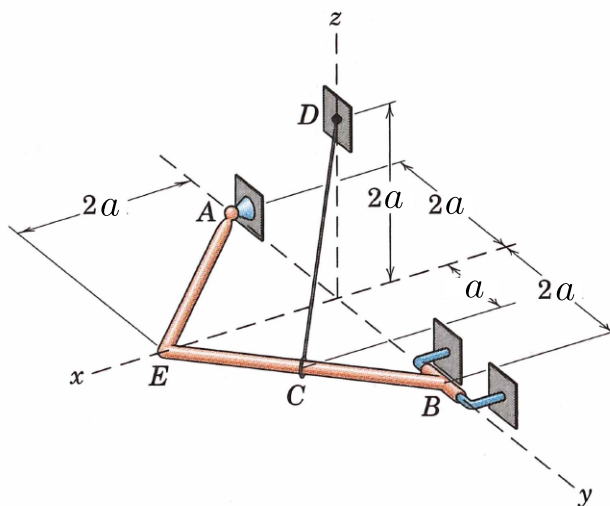
**Betygsgränser:** Varje uppgift ger maximalt 3 poäng, vilket innebär totalt maximalt 9 poäng på denna deltentamen. För att bli godkänd krävs minst fyra poäng och 4-5 poäng ger betyg 3, 6-7 poäng ger betyg 4 och 8-9 poäng ger betyg 5.

**Rättningsgranskning:** Fredag 3 februari, kl 12.30-13.00 i FL61.

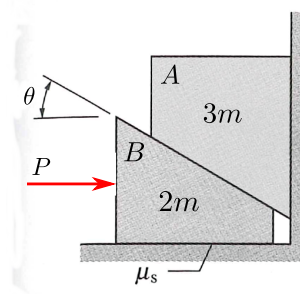
## Uppgifter

**OBS:** I alla uppgifter får svaret ges i termer av de storheter som ges i uppgiftstexten och figuren, samt tyngdaccelerationen  $g$ .

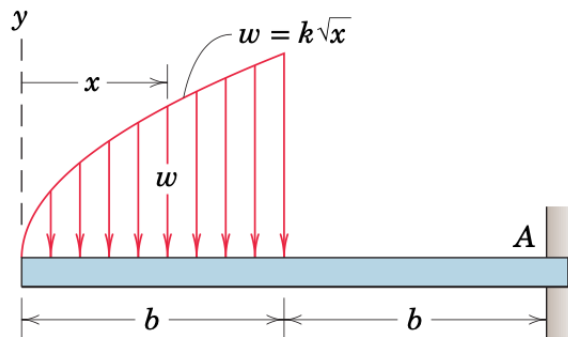
1. Beräkna kraften i linan  $CD$  samt reaktionskraften från väggen på kulleleden i  $A$  vid jämvikt. Den V-formade staven är homogen och de två delarna har massan  $m$  vardera. Fästet vid  $B$  är fritt vridbart kring  $y$ -axeln, och kan även glida längs  $y$ -axeln, och det finns inget vridmoment kring  $x$ - och  $z$ -axlarna från infästningen i  $B$  vid jämvikt (även om denna infästning i allmänhet kan ge ett vridmoment längs dessa axlar).



2. Kropparna A och B har massorna  $3m$  respektive  $2m$ . Den statiska friktionskoefficienten mellan kroppen B och underlaget är  $\mu_s$ . Bestäm det intervall som kraften  $P$  måste ligga i för att jämvikt skall råda. (Friktionen mellan kropparna A och B samt mellan A och den vertikala väggen försummas.)



3. Bestäm kraften  $F_A$  och vridmomentet  $M_A$  som balken påverkar väggen med i infästningspunkten A.



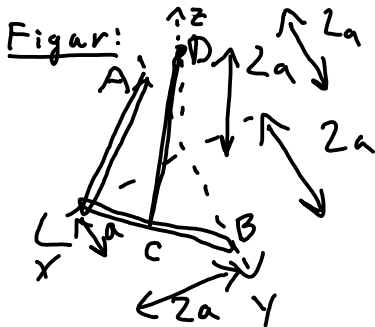
*Lycka till!*

# 180109 - Problem 1

Lösningförslag på tentamen  
Mekanik 1

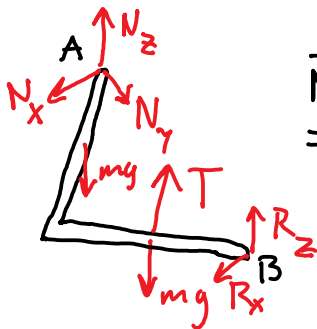
Givet: Längder :  $a$ , massor  $m$ .

Sökt: Spänning  $T$  i linan, reaktionskraften  $\vec{N}$  i  $A$ .



Plan: Jämvikt: Frilägg och ställ upp jämviktslikningar

Lösning: Frilägg



$$\vec{N} = (N_x, N_y, N_z)$$

$$\vec{T} = T \frac{\vec{CD}}{|\vec{CD}|} = T \frac{(-a, -a, 2a)}{a\sqrt{1+1+4}} = \frac{T}{\sqrt{6}} (-1, -1, 2)$$

Obekanta:  $N_x, N_y, N_z, R_x, R_z, T$

3 kraftekv, 3 moment ekv.  $\Rightarrow$  6 ekv, 6 obek  $\Rightarrow$  välbestämt.

Jämviktslikningar:

Vi kan eliminera behovet att räkna ut  $R_x$  och  $R_z$

genom att välja B som punkt att betrakta momentkring:

$$\vec{F}_y: N_y - \frac{T}{\sqrt{6}} = 0 \Rightarrow N_y = \frac{T}{\sqrt{6}} \quad (1)$$

$$\vec{M}_B: (a\hat{x} - a\hat{y}) \times (-mg\hat{z}) + (a\hat{x} - 3a\hat{y}) \times (-mg\hat{z}) + (-4a\hat{y}) \times \vec{N}$$

$$\begin{aligned}
 & + (a\hat{x} - a\hat{y}) \times \vec{T} = 0 \\
 \Rightarrow & \left( amg + 3amg - 4aN_z - a\frac{2}{\sqrt{6}}T \right) \hat{x} \\
 & + \left( amg + amg + 0 - a\frac{2}{\sqrt{6}}T \right) \hat{y} \\
 & + \left( 0 + 0 + 4aN_x - \left( a\frac{1}{\sqrt{6}}T + a\frac{1}{\sqrt{6}}T \right) \right) \hat{z} = 0
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N_z = mg - \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{6}} T \\ T = \sqrt{6} mg \\ N_x = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{6}} T \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T = \sqrt{6} mg \\ N_x = \frac{1}{2} mg \\ (?) \begin{cases} N_y = mg \\ N_z = \frac{1}{2} mg \end{cases} \end{cases}$$

Kontroller:  $[T] = N$   $[N_x] = N$ ,  $[N_y] = N$ ,  $[N_z] = N$ , bra.  
Tecknen är vad man röntade sig.

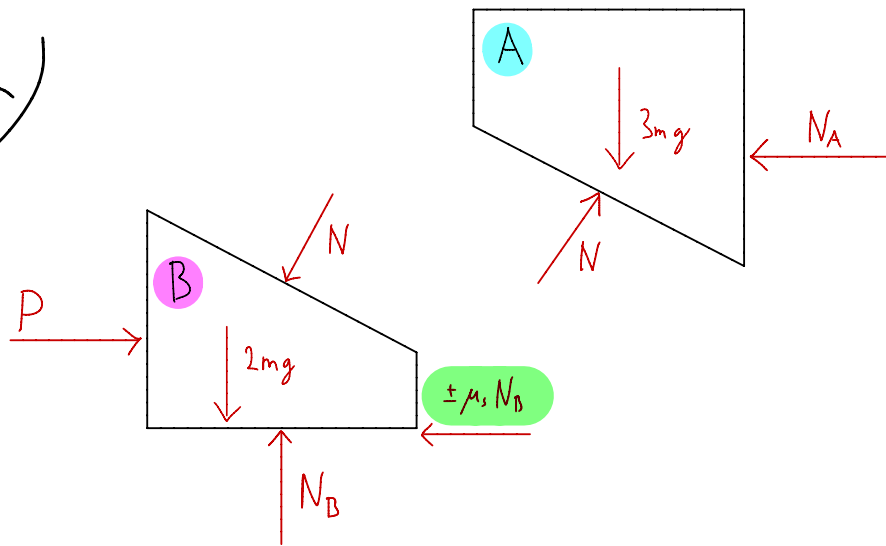
Svar: Kraften i linan är

$$T = \sqrt{6} mg$$

och reaktionskraften i A är

$$\vec{N} = mg \left( \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2} \right), \quad |N| = \frac{\sqrt{6}}{2} mg$$

S2)



Ovan visas friläggning av A & B precis innan glidning till höger/vänster (+/- tecken på friktionskraften.)

Jämviktsekvationerna lyder:

**A**  $\uparrow N \cos(\theta) - 3mg = 0$  ①  
 $\rightarrow N \sin(\theta) - N_A = 0$  ②

**B**  $\uparrow -N \cos(\theta) + N_B - 2mg = 0$  ③  
 $\rightarrow P - N \sin(\theta) + \pm \mu_s N_B = 0$  ④

tecken beroende på glidriktning

①  $\Rightarrow N = \frac{3mg}{\cos(\theta)}$

③ & ④ lyder då

$$\begin{cases} -5mg + N_B = 0 \\ P - 3 \tan(\theta) mg + \pm \mu_s N_B = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow P = (3 \tan(\theta) + 5 \pm \mu_s) mg$

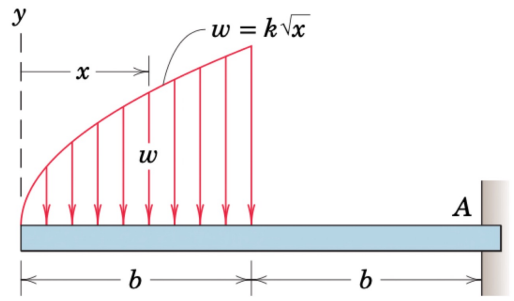
P måste alltså ligga i intervallet

$$(3 \tan(\theta) - 5 \mu_s) mg < P < (3 \tan(\theta) + 5 \mu_s) mg$$

$[VL] = [HL] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ det.}$

3. Sökt:  $F_A$  o  $M_A$

Givet:  $w = k\sqrt{x}$

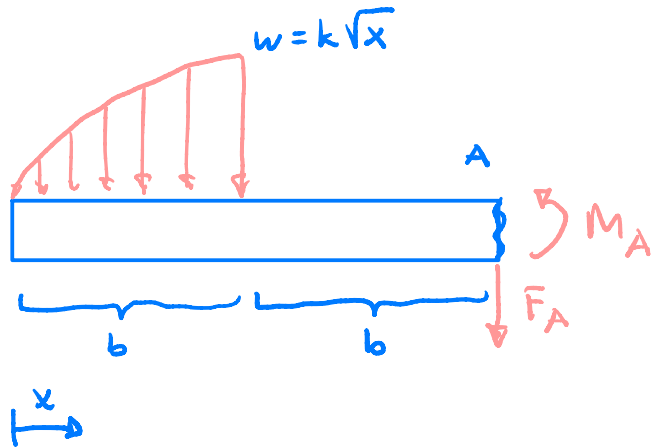


Plan: Förlägg balken

och räkna ut

$F_A$  o  $M_A$  från definitionerna (dvs inte genom att lösa balk ekvationerna).

Förlägg:



$$\uparrow: -F_A - \int_0^b \underbrace{k\sqrt{x}}_{=w} dx = 0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{F_A}} = -k \int_0^b \sqrt{x} dx = -k \left[ \frac{2}{3} x^{3/2} \right]_0^b = \underline{\underline{-\frac{2}{3} k b^{3/2}}}$$

$$\leftarrow_A) : M_A + \int_0^b \underbrace{k\sqrt{x}}_w \underbrace{(2b-x)}_{\text{hävarm}} dx = 0$$

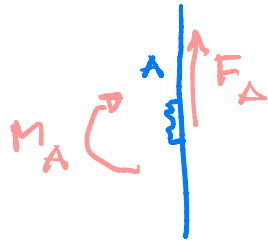
$$\begin{aligned} \Rightarrow \underline{M_A} &= -2bk \int_0^b \sqrt{x} dx + k \int_0^b x^{3/2} dx \\ &= -2bk \frac{2}{3} b^{3/2} + k \frac{2}{5} b^{5/2} = kb^{5/2} \left( \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} - \frac{4 \cdot 5}{3 \cdot 5} \right) \\ &= -\frac{14}{15} kb^{5/2} \qquad \qquad \qquad -\frac{14}{15} \end{aligned}$$

Svar: Balken påverkar väggen med

$$F_A = -\frac{2}{3} kb^{3/2} \quad \text{e} \quad M_A = -\frac{14}{15} kb^{5/2}$$

definierade enligt

Rotkraft/moment  
till de i balken



Dimensionsanalys:  $w = k\sqrt{x} \leftarrow m^{1/2}$

N/m

$$\Rightarrow [k] = \frac{N}{m^{3/2}}$$

$$\Rightarrow [F_A] = N \quad \text{e} \quad [M_A] = Nm \quad \text{/ok}$$