Tentamen i Mekanik 1 (FFM516)

Tid och plats: Måndagen den 10 april 2017 klockan 08.30-11.30 i "Maskin"-salar.
Hjälpmedel: Inga
Examinator: Ulf Gran
Jour: Ulf Gran, tel. 031-772 3182, besöker tentamenssalarna c:a kl. 09.30 och 10.30.

Rättningsprinciper: Alla svar skall motiveras, införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar ska, om möjligt, analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Skriv och rita tydligt! Varje uppgift bedöms med 0, 1, 2 eller 3 poäng enligt följande principer:

- För 3 poäng krävs en helt korrekt lösning.
- Mindre fel ger 1 poängs avdrag.
- Allvarliga fel (t ex dimensionsfel eller andra orimliga resultat) ger 2 poängs avdrag.
- Allvarliga principiella fel ger 0 poäng på uppgiften.
- Ofullständiga, men för övrigt korrekta, lösningar kan ge max 1 poäng. Detsamma gäller lösningsförslag vars presentation är omöjlig att följa.

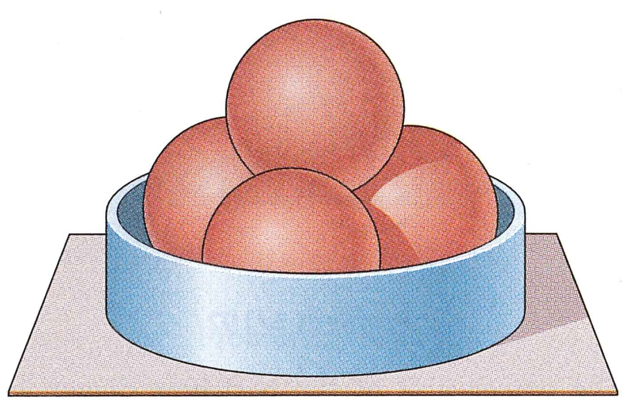
Betygsgränser: Varje uppgift ger maximalt 3 poäng, vilket innebär totalt maximalt 9 poäng på denna deltentamen. För att bli godkänd krävs minst fyra poäng och 4-5 poäng ger betyg 3, 6-7 poäng ger betyg 4 och 8-9 poäng ger betyg 5.

Rättningsgranskning: Onsdagen 3 maj, kl 12.00-12.30 i FL61.

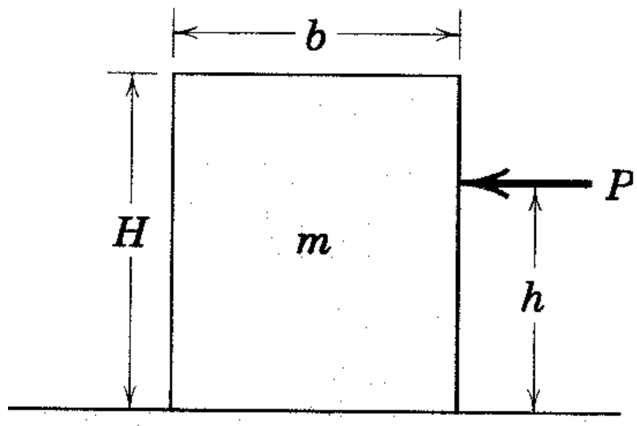
Uppgifter

OBS: I alla uppgifter får svaret ges i termer av de storheter som ges i uppgiftstexten och figuren, samt tyngdaccelerationen g.

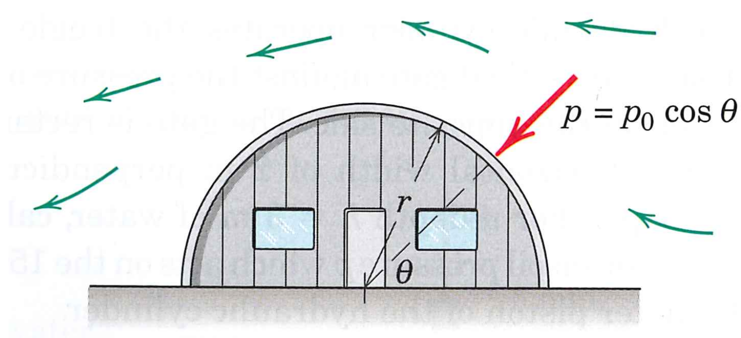
1. Tre identiska stålkulor, vardera med massan m, ligger i den cylindriska ringen som är placerad på ett horisontellt bord. Ringens radie är sådan så att kulorna precis rör vid varandra och ringen, och dess höjd är något större än kulornas radie. En fjärde likadan kula placeras ovanpå de tre kulorna. Bestäm storleken av den horisontella kraft varmed ringen påverkar var och en av de undre kulorna. *Ledning:* Rita figurer ovanifrån och från sidan.



2. En homogen låda med massan m ses från sidan i figuren nedan. Lådan har höjden H och bredden b och står på ett underlag där den statiska friktionskoefficienten är μ. Man önskar skjuta lådan i sidled med en given horisontell kraft P. Bestäm det maximala värdet av höjden h där man kan applicera kraften så att lådan inte välter.



3. En bod med formen av en halvcylinder (radie r och längd L, dvs dess utsträckning vinkelrät mot figurens plan) utsätts för en horisontell vindstyrka som tillför ett tryck $p = p_0 \cos(\theta)$ utöver det konstanta lufttrycket. Bestäm storleken av den totala horisontella skjuvkraften Q på grunden.



Lycka till!

170410 - Problem 1

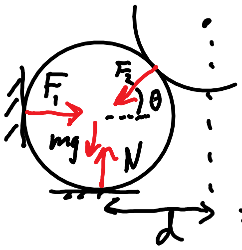
Lösningsförslag på tentamen
Mekanik 1, del 1

Givet: Tetraeder av kulor, massa m, (radie r)

Sökt: Horisontell kraft på vardera kula för stabilt system.

Lösning:

Betrakta en bottenkula.



Frilägg och ställ upp kraftekvationer,

$$F_x: \; F_1 - F_2\cos\theta = 0$$

$$F_y: \; N - mg - F_2\sin\theta = 0$$

$$\Rightarrow F_1 = (N - mg)\cot\theta \qquad (1)$$

Symmetriskt, så detta gäller för varje bottenkula.

För systemet av alla 4 kulor gäller i y-led att

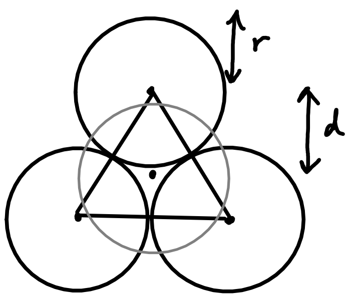
$$3N - 4mg = 0$$

$$\Rightarrow N = \frac{4}{3}mg.$$

Detta i (1) ger oss att

$$F_1 = \frac{1}{3}mg\cot\theta.$$

Återstår att bestämma θ, som ges av geometrin.



Sett uppifrån så blir det lättare att hitta d, som centrum av en liksidig triangel med sidan $2r$. "Höjden" i den liksida triangeln är $h = \sqrt{3}r$, och $d = \frac{2}{3}h = \frac{2}{\sqrt{3}}r$ (tyngdpunkten i triangel är $\frac{1}{3}h$)

$$\tan\theta = \frac{\sqrt{(2r)^2 - (\frac{2}{\sqrt{3}}r)^2}}{\frac{2}{\sqrt{3}}r} = \frac{\sqrt{\frac{8}{3}}}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = \sqrt{2}$$

Så $\quad F_1 = \frac{1}{3}mg\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{3\sqrt{2}}mg$

Kontroller: $[F_1] = kg \cdot \frac{N}{kg}$, ok!

Större $\theta \Rightarrow$ Större $\tan\theta \Rightarrow$ mindre F_1, bra!

Svar: Kraften från ringen är $\frac{1}{3\sqrt{2}}mg$.

170410 - Problem 2

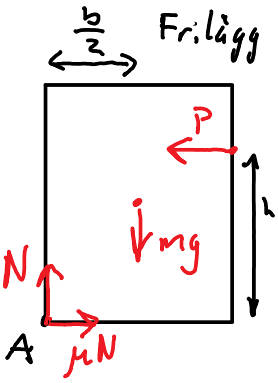
Lösningsförslag på tentamen
Mekanik 1, del 1

Givet: massa m, längder H, b, kraft P.

Sökt: Maximalt h innan lådan välter istället för att glida.

Lösning:

I det kritiska gränsfallet för glidning gäller att friktionskraften är μN. För det kritiska gränsfallet för rotation gäller att normal (och friktionskraften) verkar i lådans hörn.



Frilägg och ställ upp jämviktsekvationer

$$F_x: \quad \mu N - P = 0 \quad \Rightarrow P = \mu N \quad (1)$$

$$F_y: \quad N - mg = 0 \quad \Rightarrow N = mg \quad (2)$$

$$M_z^{(A)}: \quad Ph - mg\frac{b}{2} = 0 \quad (3)$$

$$\Rightarrow h_c = \frac{mg}{2P} b \overset{(1)}{=} \frac{mg}{2\mu N} b \overset{(2)}{=} \frac{b}{2\mu}$$

Väljer vi: $h > h_c$ får vi något positivt i (3) d.v.s. netto positiv rotation. Alltså $h < \frac{b}{2\mu}$ för glidning utan rotation.

Kontroller: $[h] = \frac{[b]}{[\mu]} = \frac{m}{1}$ Dimension ok!

En övre gräns på h, bra.

h växer med b, bra.

h minskar med växande μ, bra. Svårare att glida ⇒ större P behövs för glidning ⇒ större moment kring A.

Svar: Den maximala höjden är $h = \frac{b}{2\mu}$. För värden på h under detta glider lådan utan att börja välta.

170410 - Problem 3

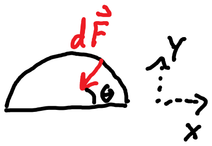
Lösningsförslag på tentamen
Mekanik 1, del 1

Givet: radien r, tryckfördelningen p

Sökt: Totala horisontella skjuvkraften Q på grunden

Lösning:

Kraften som vinden verkar med:



$$d\vec{F} = \vec{p}\, dA = p_0 \cos\theta \left(-\cos\theta\, \hat{i} - \sin\theta\, \hat{j}\right) L r\, d\theta$$

$$dF_x = -p_0 \cos^2\theta\, L r\, d\theta$$

$$F_x = -\int_0^{\pi} p_0 \cos^2\theta\, L r\, d\theta = -\frac{\pi}{2} p_0 L r$$

Q definierad enligt konvention

så att $-Q + F_x = 0 \Rightarrow Q = -\frac{\pi}{2} p_0 L r$

Kontroller: $[Q] = [p_0][L][r] = \frac{N}{m^2}\cdot m \cdot m$ Ok!

$|Q|$ växer med p_0, L, r, rimligt.

Svar: Storleken på den totala skjuvkraften är

$$|Q| = \frac{\pi}{2} p_0 L r$$