

Tentamen i FFM515 Mekanik 1

Tid och plats: Torsdagen den 18 augusti 2011 klockan 08.30-12.30 i V.

Hjälpmedel: Typgodkänd räknedosa.

Examinator: Måns Henningson, ankn 3245.

Poängberäkning: Varje uppgift bedöms med 0, 1, 2 eller 3 poäng enligt följande principer:
För 3 poäng krävs en helt korrekt lösning.

Mindre fel ger 1 poängs avdrag.

Allvarliga fel (t ex dimensionsfel eller andra orimliga resultat) ger 2 poängs avdrag.

Allvarliga principiella fel eller en ofullständig lösning ger 0 poäng på uppgiften.

Betygsgränser: För att bli godkänd krävs minst 6 poäng totalt på uppgifterna 1-4.

För de som är godkända bestäms betyget av den totala poängen på uppgifterna 1-6 så att 6-10 poäng ger betyg 3, 11-14 poäng ger betyg 4 och 15-18 poäng ger betyg 5.

Grundläggande uppgifter

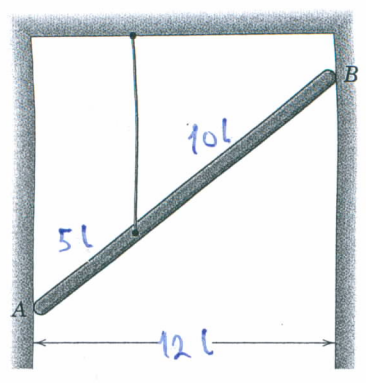
1. Den homogena stängen med längden $15l$ har massan m . Bestäm krafterna på stängen från de släta friktionsfria väggarna i punkterna A och B när den hänger i jämvikt.
2. Den smala homogena stängen har tyngdpunkten i G och vilar på stiftet vid A och B som sitter fast i hjulet. Den statiska friktionskoefficienten vid A och B är μ_s . Bestäm den största vinkel θ som man sakta kan rotera hjulet (från det avbildade utgångsläget) utan att stängen glider.
3. Punkten A sitter i änden på stängen med längden r som vrider sig runt punkten O. Uttryck farten v_A för A i vinkeln θ och den vertikala hastigheten v_B för kroppen B.
4. Pluggen A med massa m_A släpps i vila vid B och glider sedan ner till kroppen C med massa m_C som från början ligger i vila. Bestäm den sträcka s som A och C sedan glider innan de stannar om den kinetiska friktionskoefficienten är μ_k .

Överkursuppgifter

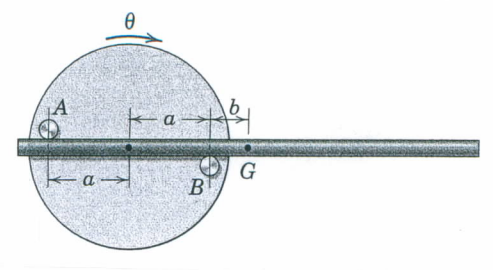
5. Skissera skjuvspänningen V och böjmomentet M i den horisontella balken som funktioner av avståndet x från punkten A för en given belastning F . (Balkens tyngd försummas.)
6. En stålplåt med densiteten ρ , bredden b och tjockleken d_0 matas in mellan valsarna med hastigheten v_0 . Efter valsarna har tjockleken minskat till d_1 . Bestäm den sammanlagda horisontella reaktionskraften på valsarna. (Valsarna är motordrivna och deras rotation driver fram plåten.)

Lycka till!

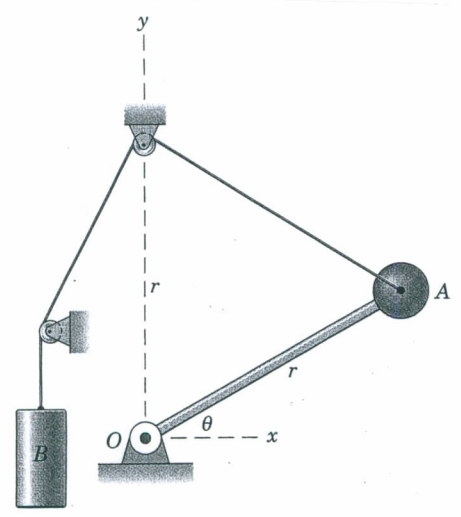
1.



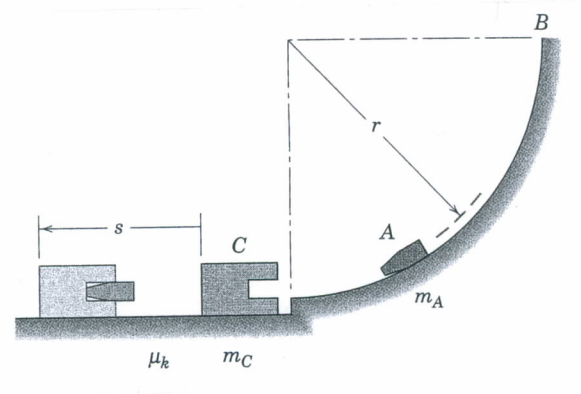
2.



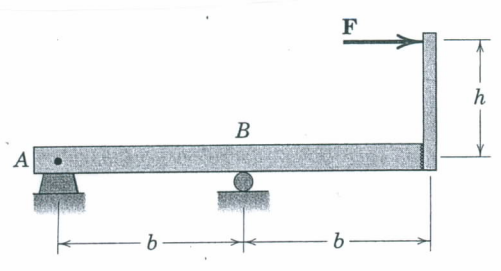
3.



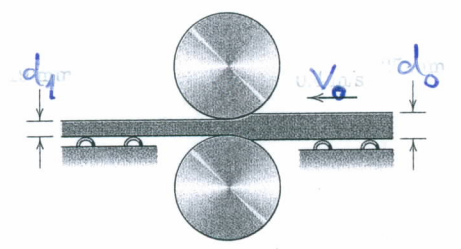
4.



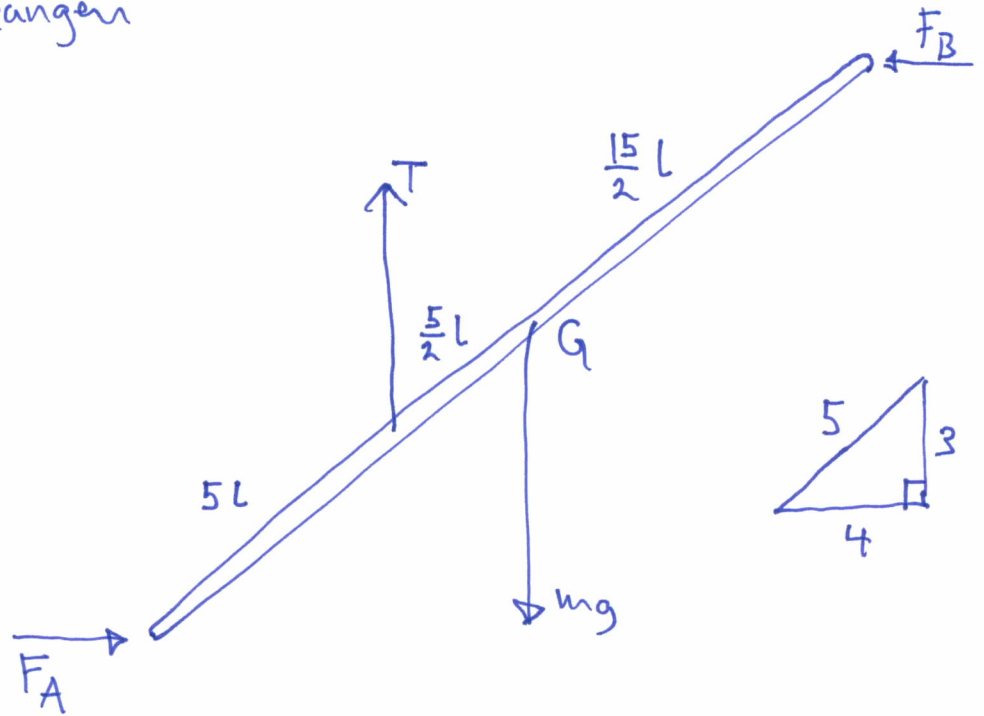
5.



6.



1. Frilägg stängen



och ställ upp jämviktsekvationerna

$$\rightarrow: F_A - F_B = 0$$

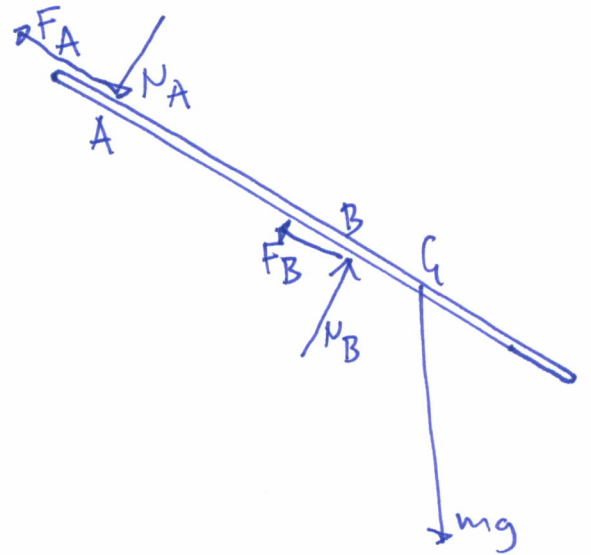
$$\uparrow: T - mg = 0$$

$$\curvearrow G: \frac{3}{5} \frac{15}{2} L F_A + \frac{3}{5} \frac{15}{2} L F_B - \frac{4}{5} \frac{5}{2} L T = 0$$

Lösningen är

$$\begin{cases} F_A = \frac{2}{9} mg \\ F_B = \frac{2}{9} mg \\ T = mg \end{cases}$$

2. Frilägg stängen då den vridits vinkeln θ



Då glidning precis sker är $F_A = \mu_s N_A$, $F_B = \mu_s N_B$ och jämviktsekvationerna lyder

$$\uparrow \quad \mu_s N_A + \mu_s N_B - mg \sin \theta = 0$$

$$\uparrow \quad -N_A + N_B - mg \cos \theta = 0$$

$$\curvearrowright \quad 2a N_B - (2a + b) mg \cos \theta = 0.$$

De två första ekvationerna ger

$$N_A = \frac{1}{2\mu} (\sin \theta - \mu \cos \theta) mg$$

$$N_B = \frac{1}{2\mu} (\sin \theta + \mu \cos \theta) mg$$

vilket insatt i den tredje ekvationen ger

$$\theta = \arctan \left(\mu \frac{a+b}{a} \right)$$

3. Avståndet s är

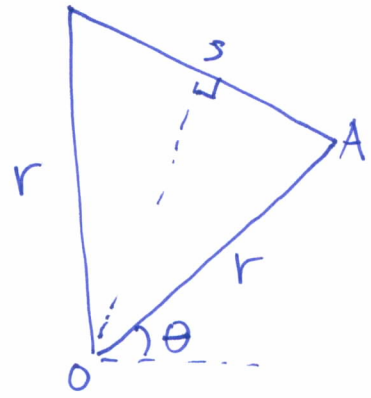
$$s = 2r \sin \frac{1}{2}(\frac{\pi}{2} - \theta)$$

Om hastigheten v_B räknas positivt uppåt har vi

$$v_B = \dot{s} = 2r \cos(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}) (-\frac{\dot{\theta}}{2}) .$$

Kroppen A har då farten

$$v_A = |r \dot{\theta}| = \frac{|v_B|}{\cos(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2})} .$$



4. Beteckna A's hastighet omedelbart före och omedelbart efter stöten med C med V_1 respektive V_2 .

Energiprincipen: $\frac{1}{2} m_A V_1^2 = m_A g r$

Bevarande av rörelsemängd: $(m_A + m_C) V_2 = m_A V_1$

Frictionens arbete: $(m_A + m_C) g \mu_k S = \frac{1}{2} (m_A + m_C) V_2^2$

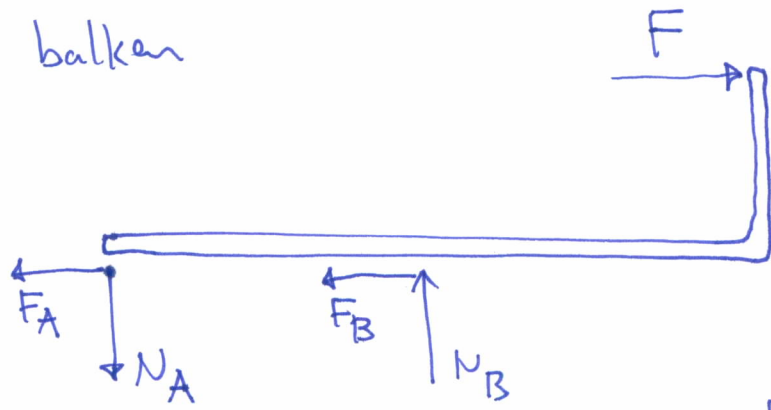
Tillsammans ger detta att

$$S = \frac{1}{2g\mu_k} V_2^2$$

$$= \frac{1}{2g\mu_k} \left(\frac{m_A}{m_A + m_C} \right)^2 V_1^2$$

$$= \frac{r}{\mu_k} \left(\frac{m_A}{m_A + m_C} \right)^2$$

5. Fritlägs balken



Jämviktsekvationerna lyder

← $F_A + F_B - F = 0$

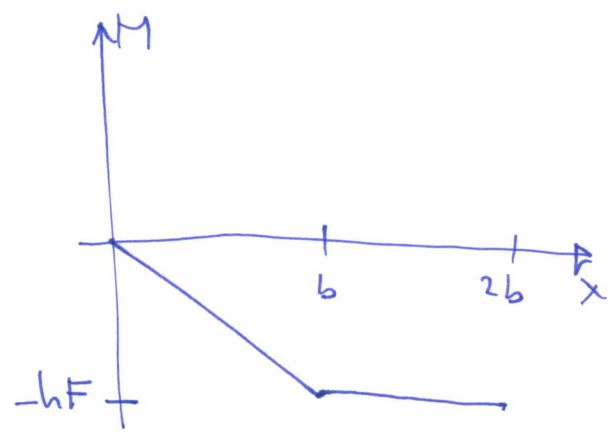
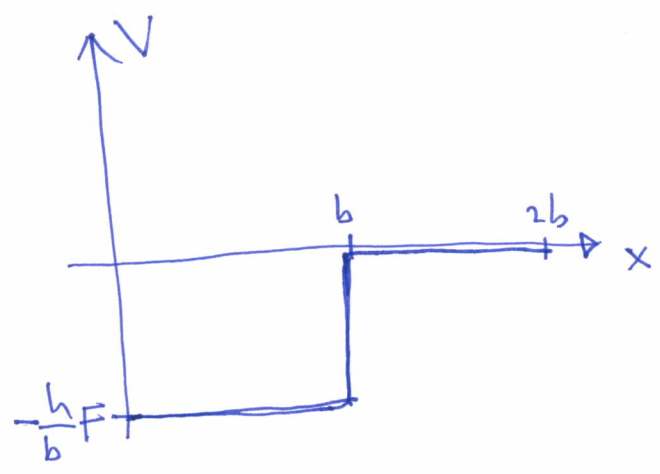
↑ $-N_A + N_B = 0 \Rightarrow N_A = N_B = \frac{h}{b} F$

↺ $b N_B - h F = 0$

Skjuvspänningen $V(x)$ och böjmomentet $M(x)$ bestäms av differentialekvationerna

$\frac{dV}{dx} = -w$, $\frac{dM}{dx} = V$ där $w = \text{lasten per längdsklick}$

tillsammans med randvillkoren $V(0) = -N_A$, $M(0) = 0$



6. Under ett tidsintervall Δt
passerar en massa

$$\Delta m = \rho b d_0 v_0 \Delta t$$

som ökar sin rörelsemängd från $\Delta m v_0$
till $\Delta m v_1$ där

$$v_1 = v_0 \frac{d_0}{d_1}$$

Kraften är

$$F = \frac{\Delta m v_1 - \Delta m v_0}{\Delta t}$$

$$= \rho b d_0 v_0 \left(\frac{d_0}{d_1} - 1 \right) v_0$$

$$= \rho b d_0 \left(\frac{d_0}{d_1} - 1 \right) v_0^2$$